Digitized by Google

Digitized by Google

N 126

VIRORUM CELEBERR.

GOT. GUL. LEIBNITII

E T

JOHAN. BERNOULLII

COMMERCIUM

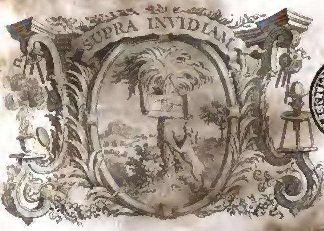
PHILOSOPHICUM

E T

MATHEMATICUM.

TOMUS SECUNDUS,

Ab Anno 1700. ad Annum 1716.



LAUSANNÆ & GENEVÆ,

Sumpt. Marci-Michaelis Bousquet & Socior.

MDCCXLV.

Digitized by Google

Digitized by Google

E P I S T O L A CI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De ſua cum VOLDERO *controverſia. De aëris condenſatione & elaſticitate. De* WALLISIO *& Nationum æmulatione. De* MENCKENIO. *De natura demonſtrationis. De aſcenſu corporum. De* P. HOSTE *libro de Navium Structura.*

Vir celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

ECCE tandem reſponſum meum D. 1700.
VOLDERO datum, quod prout Tibi Januar.
ſatisfaciet, de ſucceſſu apud ipſum augurabor. Spero nunc agniturum, quantum inter diverſa genera præſtantiam actionis æſtimandi interſit. Quis alius ſcrupulus ei ſupereſſe poſſit, prævidere non queo; nec quicquam unquam puto a ratione alienius defendi poſſe, quam duas actiones, idem præſtantes diverſa promptitudine, æquales tamen eſſe inter ſe; cui rei non mentis tantum noſtræ actiones, ſed & experimenta omnia repugnant.

1700. Januar. Miror quid Tibi velis, cum ais, me Tibi de nomine gratulatum. Ego Tibi gratulatus ſum & de nomine & de re. Id eſt de dignitate.

SPINOSAM ne ego Tibi comparem? qui ideo ſuaſi, ut quædam vites, ne hominibus, ut apparet, Tibi infeſtis occaſionem aliquando nocendi, comparandique præbeas. Bono animo quæ dicta noris, in contrarium non recte vertas. Etiam quæ nunquam fient poſſibilia dicimus, eo ſcilicet ſenſu, quo futura neceſſaria eſſe negamus.

De aëre condenſato, rarefacto, calefacto aut frigore contracto experimenta tantum facienda ſuperſunt. Quoties aliquid dico metaphyſice, vel ſi mavis Mathematice Elaſticum, abſtrahitur animus ab eo, quod materia patitur; ut cum fingimus gravitatem in mathematico rigore, quem non capit. Interim talis æſtimatio utiliter ſuo loco adhibetur, itaque eo modo metaphyſice grave oriretur a nihilo, centro ſcilicet attrahente.

Quod WALLISIUM vocaſti *ſtrenuum gloriæ Anglicanæ vindicem*, ille laudi ſibi non injuriæ ducet. Ego interdum noſtris exprobro, quod parum ſtrenui ſint gloriæ *Germanicæ* vindices. Æmulatio nationum, etſi eo non debeat porrigi ut aliis maledicamus, huc tamen utiliter valebit, ut æquare alios vel ſuperare contendamus; unde fructus perveniet ad omnes, laus ad merentes.

Difficultas de commercio animæ & corporis mihi videtur in Reſponſione ad Dnum VOLDERUM diſſoluta. Notatam jam antea a me in ejus litteris non memini: ſi ineſt, imprudens præterii, nam diſſimulare mos non eſt meus.

Semper nobis cum Dno. MENKENIO diſputandum eſt, quoties nos tuemur & noſtra. Ita nunc quoque accidit. Vix tandem obtinui ut tua in FATIUM notata ederentur, ... cum enim Problema ſolidi minimum in liquido reſiſtentis præclare illuſtrent, profecto illis publicum fraudari non debebat. Sed olim Dni. TSCHIRNHAUSII in CRAIGIUM dicta ſane acerba non recuſarunt, CRAIGII reſponſionibus deinde ſilentio ſuppreſſis.

Dominus Volderus poſtulat demonſtrationem activitatis ſub- 1700. ſtantiarum. Jam vides, quam difficile ſit demonſtrare res Mathe- Januar. matico-Phyſicas, quales Mechanicæ ſunt; quid de Metaphyſicis futurum putas? Demonſtratio eſt ratiocinatio, cujus vis ſit evidens, & a qua indubitatam Tibi adverſariorum convictionem promittas; talem, etiam cum omnia animo jam comprehenſa habemus, exprimere verbis difficile eſt: Quanto magis cum nondum ipſi ſatis ordinavimus cogitationes noſtras? Itaque, qui non dat quod non habet, denegaſſe dicendus non eſt. Interea aliquod probationis rudimentum adjeci, potius ne defuiſſe ejus voluntati videar, quam quod ſatisfacere ſperem.

Miror qui putet aſcenſus continuos minus virium requirere, quam interruptos? an putat non eſſe idem quatuor libras deſcendere uno pede, & unam libram quatuor pedibus; cum utrobique quater contingat unam libram deſcendere uno pede, ſolo hoc diſcrimine, quod in uno caſu ſucceſſivus eſt deſcenſus, in altero ſimultaneus. Sed ſucceſſivus ſimultaneum efficere poteſt, & ſimultaneus ſucceſſivum; neuterque ultra quicquam. Semper autem æquivalent. quæ ſe producere mutuo poſſunt.

Adjicio copiam Epiſtolæ quam Secretarius Regiæ Societatis ad Dominum Wallisium ſcripſit, egoque a manu Wallisii deſcripſi, quoniam videre poſtulabas. Non poterat quicquam dici humanius. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 12. Januarii 1700.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

P. S. His ſcriptis, ad manus meas pervenit liber Patris Hoste Jesuitæ de ſtructura Navium (1), ſed nondum abſolutus, ſimulque alter ejuſdem de Evolutionibus Claſſium (2). Atque hic

 qui-

(1) *Theorie de la Conſtruction des Vaiſſeaux, par le* P. Paul Hoste *de la C. de J.* Lyon. 1697. fol.

(2) *L'Art des Armées Navales, ou Traitté des Evolutions navales par le* P. Paul Hoste *de la C. de J.* Lyon. 1697. fol.

1700. Januar. quidem verſatur in deligendis commodiſſimis ad ſcopum navium motibus, pro mutatione venti & circumſtantiarum, ubi tanquam in re nondum mathematice tractata, operæ pretium feciſſe videtur: ſed doctrinæ de ſtructura navium hactenus remota tantum principia exhibet, pro bona parte jam conſtituta, ubi neſcio an omnia recte habeat. Agit Lib. 1. Cap. 1. de reſiſtentia medii; Cap. 2. de navis facultate perferendi vim venti in vela, ne nimis ſcilicet ab iis inclinetur, ubi de Centro gravitatis. Cap. 3. de reſiſtentia navis contra inclinationem quam illi dant fluctus. Cap. 4. Vacuum eſt, ſoloque titulo conſtat: De derivatione [*de la derive*] quam ait ex Cap. 1. haberi. Cap. 5. de Gubernaculo & ſtructura Navis, ut gubernaculo ſuo melius obediat. Lib. 2. Cap. 1. de reſiſtentia ſolidorum fere ad GALILÆI normam. Cap. 3. de reſiſtentia partium navis contra aquæ pondus. Lib. 3. de figuris navium, ubi de ſectionibus Conicis; noſtras enim figuras ignoravit: interim paſſim loquitur de infinite parvis, & ſubinde utitur Calculo algebraïco: dignus eſſet liber examine, ob argumenti pretium.

P. P. S. S. Ex Dno. MENKENIO intellexi, Dominum *Fratrem* Tuum, editionem ſolutionis Tuæ deſiderare eorum de quibus vobis concertatio fuit. Ego putaram interventu amicorum ex Academia Regia omnia fuiſſe compoſita.

Diploma Academiæ nec accepi, nec expectavi, nam hactenus non memini tale aliquid factum. A multis annis ſum in Societate Regia Anglicana, & nunquam tale Diploma vidi.

Reſponſio deeſt.

EPISTOLA

EPISTOLA CII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Varignonio. *De ſubſtantiarum activitate. De poſſibili. Varia hortatur ut rei navalis ſcientiam mathematice tractare ſuſcipiat.*

Vr Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

EPistolam Domini Varignonii remitto cum multa actione gratiarum, & obnixe peto, ut data occaſione ſignifices inſigni viro, quantum me perculerit nuntius de morbo ejus periculoſo, & quantum nobis gaudeam, ipſique gratuler redditam ſanitatem; quod bonum & ipſi, & nobis, & ſolidioribu litteris diuturnum precor. Gratias etiam ingentes ago, quod cæteris benevolentiæ erga me ſuæ ſignificationibus addidit documentum, quod ſpectari oculis corporeis manuque tangi poteſt, nummum ſcilicet perelegantem in fundationem Academiæ Regiæ, quæ omnia velim demereri poſſe. 1700. Mart.

Si cum omni Schola pro ſubſtantia habeamus quod agere aut pati poteſt; nihil autem patiatur, quin & agat; conſequens eſt omnem ſubſtantiam agere poſſe. Quod ſi jam conſtet omnem ſubſtantiam, quæ poteſt agere, eſſe per ſe activam; conſequens eſt omnem ſubſtantiam talem eſſe. Quod ſi quis ſubſtantiam introducat, quæ nec agere, nec pati poſſit; ab eo expectanda nova nominis definitio eſt, ac tum videbimus quid ex ea conſequatur.

Non poſſunt dici poſſibilia, quæ nunquam fieri poſſunt, [quod utique contradictio eſſet,] ſed tamen contingit ut poſſibilia non fiant. Nam quod ais, *quæ nunquam fiunt ea etiam fieri*

1700. Mart. *non poſſe*, id vero non concedo; nam a poſſe ad eſſe non valet conſequentia.

De Wallisio ſecurus eſſe potes; mihi certe nunc viſus eſt humaniſſimus, nec dubito quin te magni faciat.

Plane agnoſco in negotio ſectionis curvæ parabolicæ aliter Tecum agendum fuiſſe (3); & nihil ego magis probo, quam ut ſuum cuique decus conſtet.

Libenter videre velim, quam Domino Voldero miſiſti demonſtrationem aſcenſuum continuorum & interruptorum.

Volui ut Epiſtolam ſocietatis Regiæ videres, qualis ſcripta eſt, ne de verſione dubitari poſſit.

Cum ſis incola *Belgii* fœderati, cujus opes potiſſimæ in re nautica ſitæ ſunt, profecto te dignum, & iis apud quos agis pergratum fore putem, ſi ad rei navalis ſcientiam mathematicam ſubinde cogitationes conferas. Porro Hostius hactenus mihi potiſſimum ea in parte operæ pretium feciſſe videtur, quæ agit de evolutionibus Claſſium. Argumentum non eſt difficile, ſed magnæ tamen utilitatis: nec dubito quin ſi animum adjiceres, multa ſis detecturus Autori illi non perſpecta. Vellem autem tractari ſtylo Geometrarum ſcientifico, hoc eſt vocabulis non plebeiis, ſeu nauticis, ut ab illo factum, quæ pro nationibus variant, ſed univerſalibus, hoc eſt Geometricis; adjectis tamen verbis phraſibuſque maritimis, non *Gallicis* tantum, ſed & *Batavis*, & ſi liceret, etiam *Anglicis*. Et cum cæteræ partes ſcientiæ nauticæ ſint Architectorum & Præfectorum minorum: hæc quam dixi nobilior & Ducum propria eſt.

Mihi videtur ea de quibus cum *Fratre* Tuo lis eſt, non eſſe tanti, ut ſimultatem inter vos alere debeant. Itaque plane Dni. Varignonii conſilium probo, optemque amicitiam inter vos redintegrari; certe ſupprimi quicquid utrinque offendere poſſit, vale.

Dabam *Hanoveræ* 8. Martii 1700.

Deditiſſimus.

Godefridus Gulielmus Leibnitius.

EPIS-

(3) Vid. Epiſt. LXIII, LXVIII, LXIX, LXX, LXXI, LXXV, LXXVI.

EPISTOLA CIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Voldero, *ſubſtantiarum activitate, & viribus corporum. De poſſibili & neceſſario. De re nautica mathematice conſideranda. De* Leibnitii *ad Acad. Pariſienſem Epiſtola, & de Calendarii correctione. De Opp.* Vallisii Tomo 3°.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

Mitto Epiſtolam Domini Volderi, ante octiduum acceptam: videtur de tenacitate aliquid remittere. Laudo Viri ingenuitatem, non vincere, ſed vinci cupientis. Si quid Tibi ſupereſt pro evincenda ſubſtantiæ activitate, quod demonſtrationis inſtar ſit, quæſo ne celes ipſum tam enixe efflagitantem. In Tuis ad me datis, addis quidem: *Si cum omni ſchola pro ſubſtantia habeamus quod agere, aut pati poteſt; nihil autem patiatur, quin & agat; conſequens eſſe omnem ſubſtantiam agere poſſe.* Conſequentiam veriſſimam eſſe inficiari non poterit; ſed vereor ne gratis a Te aſſumi dicat, nihil pati, quin & agat; cum forſan ſibi perſuadeat, cum multis aliis, dari ſubſtantias mere paſſivas. Cæterum demonſtratio mea aſcenſuum continuorum & interruptorum, Volderum tandem plenarie convicit de vera activitate virium, ut ex ejus litteris colliges; eleganter enim ipſe ex ea demonſtravit falſitatem hypotheſis communis, quæ quantitate motus nititur. Olim fere eandem demonſtrationem apud Te feceram, deſumtam nimirum ex incurſu obliquo corporis in corpus; quam autem Volderus poſtea haud admittebat, niſi pro corporibus elaſticis; ſed pro perfecte duris nondum ſufficere contendens. 1700. April.

Digitized by Google

1700. April. tendens. Hæc vero, ut nunc eſt, procedit in perfecte duris [ſi talia vel eſſe, vel concipi poſſent;] non minus quam in elaſticis, adeo ut jam valeat contra quoſcunque adverſarios. Eſt enim pura, adeo & abſtracta. Eam, prout VOLDERO communicavi, iiſdem verbis infra tranſmittam (4), quoniam id petis; quamvis alias ex VOLDERI litteris ſatis intelligere poteris. Quemadmodum itaque abſurdum ſequitur, ſi ſtatuantur duo corpora æqualia & non elaſtica, alterum motum, alterum quieſcens, in ſe impingentia, ambo poſt ictum verſus eaſdem partes Corporis moti progreſſura, dimidia velocitate ejus quod habebat ante ictum corpus motum; oſtendit enim VOLDERUS ex meo ratiocinio Corpus illud poſſe dare quatuor corporibus ſibi æqualibus quartam partem celeritatis [id quod jam faceret quantitatem motus] & tamen dimidiam ſuam celeritatem retinere; id quod ergo priſtinam quantitatem motus augeret, & ſic æſtimatio virium exinde petita nequidem ſibi conſtaret, nedum veritati conſentiat; ita e contrario ſi ſtatuantur, [ut nos facimus] duo corpora omnino elaſtica impingentia, unum motum, alterum quieſcens, ambo poſt ictum progreſſura non dimidia velocitate, ſed velocitate, quæ ſit ad primam, ut $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ad 1, quo nimirum, ſecundum nos, eadem quantitas virium ſervetur; tunc ex meo ratiocinio ſequetur Corpus poſſe movere ſeptem Corpora ſibi æqualia, illisque ſingulis dare celeritatem quæ ſe habeat ad primam celeritatem, ut $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ad 2, & præterea, poſt ſeptem impulſiones, & ipſum retinere eandem illam celeritatem quam aliis corporibus dedit; id quod pulchre conſentit cum vera æſtimatione virium; id enim evenire debuit; & ſic Regula noſtra generalis eſt, & mirifice ſibi conſtat in omnibus caſibus ſpecialibus.

Redis ad veterem quæſtionem, quando dicis, contingere ut poſſibilia non fiant: ad id vero jam reſpondi, id nimirum verum omnino eſſe a parte Dei; nam ejus reſpectu nulla ſunt contingentia, ſeu talia, quæ extra decretorum ordinem fiant; nec aliter admitto vulgatiſſimum illud, *a poſſe ad eſſe non valet conſequentia,* quamvis

(4) *Hæc, ut opinor, illa eſt quæ habetur.* Opp. Tom. I. N°. LVII. pag. 321.

Digitized by Google

quamvis ego potius argumentatus fuerim a non eſſe ad non poſ- 1700.
ſe. Ut verbo dicam quod ſentio, Deus omnia, quæ decrevit ab April.
æterno, liberrime elegit: ſed poſt electionem factam omnia illa ſunt neceſſaria.

Ad rem nauticam excolendam fateor hîc in *Belgio* egregiam eſſe occaſionem; ſed magis adhuc in *Hollandia*, quam in hac Provincia. Verum ad præſtandum aliquid in hoc argumento, quod Eruditis placere poterit, requireretur homo, qui non modo fundamentis theoreticis, ſed ipſa etiam praxi, variiſque mechanicis artibus, Architectura præſertim, eſſet inſtructiſſimus; qualis ego non ſum: quanquam ſpes ſupereſt, modo tempus & ſubſidia non defuerint in talibus me exercendi; quod ubi contigerit, de conſilio tuo cogitabo ſerio.

Vidi tandem in *Actis* (1) excerpta litterarum mearum (2) ad Te datarum: ſperabam nudam tantum ſolutionem meam excerptam fore. Sed attonitus reliquis circumſtantiis & in Fatium acerbe dictis comitatam reperi, quas Tibi ſuggeſſeram Tuæ reſponſioni [nunc vero, quod valde præmiror, omnino ſuppreſſæ] inferendas: ita ſane jam ſolus expoſitus iræ *Fatianæ*, quam a Te ſcite removiſti, niſi [quod ſpero & rogo] Tuam reſponſionem, quam mecum communicabas, pariter edideris.

Ex litteris Domini Varignonii, heri acceptis, intelligo Tuam Epiſtolam, ad Academiam miſſam, perlectam fuiſſe omnium cum applauſu & admiratione, ob ſtyli elegantiam & ſtupendam linguæ Gallicæ facilitatem. Dicit quoque Te in illa exhortatum eſſe Academiam ad conſtruendum novas Ephemerides, Argoli jam ceſſantibus: Quem in finem Te ad Academiam miſiſſe alicujus Aſtronomi [*Lipſienſis*, ut credit] ſuſcepti operis ideam, conſilium petentis: Te porro de Calendario *Gregoriano* monuiſſe quaſdam difficultates; quibus ſublatis, vos paratos eſſe ad amplectendum illud. Hæc omnia mihi fuſius a Te exponi optarem; præſertim quænam ſint illæ difficultates, & quo pacto accuratiſſimum Calendarium obtineri poſſe putes; cum anni longitu-

(1) 1699. Nov. pag. 513.
(2) Nempe Epiſt. XCVI.

1700. April. gitudine, exiſtente haud dubie incommenſurabili, accuratius & facilius vix quicquam ſperari poſſit, quam Gregorii quatuor Seculorum curſus. Sub finem ſuperioris anni mihi in manus incidit *Samuelis* Reyheri in Academia *Chriſtian-Albertinæ* primarii *Profeſſoris*, Novum horologium, ubi proponit formas Calendarii, ope Cycli compoſiti ex aliquot Cyclis *Zarlinianis* & *Kirchianis*; diem autem naturalem dividit in varias partes, quas vocat horas; ſcilicet breves, ſi in 29; breviores, ſi in 33; breviſſimas, ſi in 37; longas, ſi, ut vulgo, in 24; longiſſimas, ſi in 16, dividatur partes; contenditque anni longitudinem eſſe, accuratiſſime loquendo, 365 dierum & 7 horarum brevium; quo poſito, oſtendit poſt 17 cyclos *Zarlinianos*, quos ordinarios vocat; & tres *Kirchianos*, ipſi correctorios dictos [conſtat autem cyclus *Zarlinianus* 29 annis in quibus ſunt ſeptem intercalares; *Kirchianus* vero conſtat 33 annis in quibus ſunt 8 intercalares] tempora exactiſſime reſtitui. Equidem ſcire percuperem, quid Tu de his ſentias: me quod attinet, quod auctor plenariam ἀκρίβειαν jactet, res mihi valde eſt ſuſpecta; cui proin haud multo majorem fidem adjicio, quam ei, qui communem menſuram inter diagonalem quadrati & ejus latus ſe reperiſſe mihi diceret. Initio putabam mihi ſat ſpatii ſuperfuturum quod caperet excerpta litterarum mearum ad Volderum datarum; at cum hæcce præter ſpem creverint, ecce ſeparatam adjungo ſchedam, Vale.

Groningæ 6. Aprilis 1700.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.

J. Bernoulli.

P. S. Hac ipſa hora ex *Hollandia* ad me venit Tomus tertius Operum Wallisii; evolvens faſciculum Epiſtolarum, quarum Tuæ maximam fere partem componunt. Tui quidem in ſuis honorificam & crebram mentionem factam reperio; ſed cæterum more ſuo, *Anglorum* ſuorum inventa mirum quantum extollit, exterorum vero vel reticet, vel extenuat.

EPIS-

EPISTOLA CIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Epiſtola Bernoulliana *in* Actis *edita. De Calendarii reformatione.*

Vir celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

Cum in procinctu ſim ad iter, breviter tantum & in ante- 1700.
ceſſum reſpondeo, ut Tibi ſcrupulum eximam, quaſi Te April.
exponere incommodo voluerim; egerimque in re Tua aliter, quam Tibi placere judicarim. Ego vero conſcientiam meam teſtari poſſum, indicabantque litteræ Tuæ, meæque, ita rem me accepiſſe, ac ſi edi velis, quæ Dno. Menkenio edenda ſubmiſi. Et id ipſum inter nos placuerat, edi poſſe narrationem amici, modo nomen ejus ſupprimeretur. Nec vero quicquam eſt in Epiſtola Tua injurium in hominem, aut mordacius; niſi quatenus narratio veri nobis expreſſa mordere poteſt.

Cæterum cur mea reſponſio dilata fuerit, cauſa fuit quod videbaris non magnopere curare quæ de nova deſignatione attuleram: at Dominus Menkenius ſimplicem Apologiam, cui nihil profecturum aſpergeretur, minus probabat.

Ea res mihi diſtracto differendi cauſa fuerat. Nunc vero ne Tibi videar me ſubducere velle, Apologiam Dno. Menkenio mittere non diſtuli, quæ autem ad Moivræi Theorema dicere volebam, ita reformavi, ut tantum breviter exhiberem Theorema infinities generalius, cujus caſus tantum ſpecialis eſt *Moivraanum* (3).

B 2 Quod

(3) *G. G. L. Reſponſio ad N.* Facii Duillerii *imputationes. Acceſſit nova Artis analyticæ promotio* &c. Act. Erud. 1700. Maj. p. 198.

Digitized by Google

1700. April.. Quod ad Calendarii Reformationem attinet; puto non eſſe neceſſarium ut Cyclos novos moliamur, aut a *Gregoriano* computo prorſus diſcedamus; cum ea quæ placuit *Ratisbonæ* collectis Evangelicorum Imperii ſtatuum Legatis raro a *Gregoriana* ratione ſit abitura, ſed huc tantum tendebam in Litteris ad Academiam Regiam meis: ſi Conſiliis Dni. CASSINI, aliorumque inſignium Academiæ Aſtronomorum obtineatur, ut Pontifex Romanus in computo jam recepto quædam explicet in melius, Bulla quadam declaratoria fortaſſe edenda, eaque de re mature cum noſtris communicetur, poſſe fortaſſe plenum utriuſque partis conſenſum obtineri, & ſane [ut hoc Tibi ejuſdem Academiæ mecum membro, in aurem dicam] jam Dnus CASSINUS conſultationem quandam huc facientem *Romam* miſit. Itaque rogo, ut [diſſimulata tamen hac notitia] Dno VARIGNONIO ſcribas, intellexiſſe Te a me, poſſe ope Academiæ plurimum conferri ad perficiendam utriuſque Calendarii harmoniam, ſi ſuaſu ejus ab Aula Romana Bulla declaratoria obtineri poſſit, inprimis ſi de re prius cum Mathematicis quibuſdam Proteſtantibus per Mathematicos Academiæ communicetur. Rogabiſque ſimul Dnum. VARIGNONIUM, meo nomine, ut caveatur ne id conſilium emanet intempeſtive, & ab eo quæres, nomine Tuo, quidnam putet ea in re commode fieri poſſe, aut quanam in re *Gregorianos* computos temperari poſſe arbitretur. Quod ab eo intelliges, mihi ut mature ſignifices peto.

Ordinum Imperii Evangelicorum nomine ſcriptum eſt *Ratisbonæ* etiam ad *Fœderati Belgii* Ordines Generales, petitumque, ut velint communia conſilia ſequi. Nempe *Ratisbonæ* placuit, ut omnia ad veritatem Aſtronomicam & *Nicænos* Canones conſtituantur: Ita raro a *Gregorianis* diſſentietur. Suſpicor Te a tuis *Groningenſibus* & VOLDERUM noſtrum ab *Hollandis* ſuis conſultum iri; quid reſpondendum vos videritis: gratum tamen erit mihi mature intelligere ſententiam veſtram. Quæ Tibi ſcribo de hoc negotio, omnia cum Domino VOLDERO communicare potes, excepto quod de conſultatione jam a Dno. CASSINO *Romam* miſſa dixi; ſed admonendo, ut ſibi ſervet; nolim enim conſilium

ſilium ulterioris conciliationis [quod multis moroſioribus apud nos diſplicere poſſet] re nondum matura vulgari, Vale & Fave:

Dabam *Hanoveræ* 25. Aprilis 1700.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

P. S. Dominum a Volder interim a me ſaluta, nunc enim reſcribere non licet, interim gratulor nobis de conſenſu.

EPISTOLA CV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Leibnitii *Apologia contra* Fatium. *De Calendario reformando. Varia.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime. Fautor Honoratiſſime.

Cum multa ſcribendi occaſio haud ſe offerat; reſponſionem ad poſtremas Tuas aliquantulum differendam cenſui. A Voldero noſtro accepi Litteras, ſed de diſputatione noſtra nil agentes, Tuum haud dubie expectat reſponſum, quod ad ultimas ſuas ipſi debes. Gratum fuit intelligere quod Apologiam Tuam contra Fatium ad *Acta* miſeris; mirabar tantum non jamdiu comparuiſſe; ſed cæterum alienas cogitationes non habui; quanquam non diffitear me neſcio quid timuiſſe, ſi, Te ſilente, quem tamen res primario ſpectat, ego manſiſſem ſolus qui res alienas curare viſus fuiſſem. Quod autem dicis me Tibi viſum fuiſſe non magnopere curare quæ de nova deſignatione attuleras; hariolari 1700. Jun.

 non

1700. Jun. non poſſum, unde hanc ſuſpicionem hauſeris, cum æquius multo ſentire ſolitus ſim de omnibus quæ a Te proficiſcuntur; idque Tibi ignotum eſſe haud poſſit. Ut dicam quod res eſt, ſcriptum quod mihi tranſmiſeras legeram quidem, ſed cum perveniſſem ad Mathematica, quæ profundam attentionem requirere videbantur, id ipſum fecit ut tum temporis non-niſi perfunctorie examinarem; ſpe fretus ea, meliori cum otio, poſtquam impreſſa eſſent, me relecturum; Vides quo jure me ea ſpreviſſe putes.

Neque ego puto neceſſarium eſſe, ut ad Calendarii reformationem Cyclos novos moliamur; haud enim facile aliquid excogitari poterit, quod ad rei veritatem propius accedat, quam computus *Gregorianus*, quodque commodius ſit: ſed ideo etiam vellem, ut mihi diſtinctius exponeres difficultates, quibus eum premi dicis; an eæ ſpectent Computum Aſtronomicum, an vero Eccleſiaſticum, an utrumque. Si primum, vel tertium; ſane & ego maxime cenſerem, de emendatione ejus ſerio cogitandum eſſe. Si vero ſecundum, credo rem non tanti eſſe; ſaltem nobis Proteſtantibus, ut multum ſolliciti ſimus, ut omnia ad mentem *Nicæni* Concilii conſtituantur. Quid enim ad nos, qui in nonnullis locis Feſta nulla celebramus, utrum mobilia rite ſequantur *Nicænos* Canones, an autem ab iis aberrent. An VOLDERUS ab *Hollandis* hac in re conſultus fuerit, mihi id nondum ſcripſit. Interim diu eſt, quod *Hollandi* utantur Calendario *Gregoriano*. Noſtræ Provinciæ Ordines me nondum conſuluerunt; expectaturi quid prius reſponderint vicini *Friſii*, quidque fecerint *Angli*. Cæterum, meo judicio, conſultius eſſet, ſi quid in Calendario *Gregoriano* emendandum, ut id fieret auctoritate Cæſaris, potiuſquam Pontificis *Romani*: ne alioquin hujuſmodi mutatio Religioni præjudicare plebeiis videatur.

Scripſi ad VARIGNONIUM prout deſideraſti; ſtatim ubi reſponſum accepero, Tecum communicare non intermittam. Jam diu eſt, quod nihil ex *Gallia* Litterarum ad me pervenerit. *Marchio* HOSPITALIUS me negligit omnino; per ſeſquiannum expecto ab illo reſponſionem. Poſſes, ſi velles, hujus ſilentii rationem ex ipſo quærere, quam rogo ut mihi reſcribas....... Cuperem

perem ſcire, per quem Academia Regia Tibi miſerit Tuum Diploma. Dnus VARIGNONIUS mihi ſcripſerat Dnum HOSPITALIUM id negotii in ſe ſuſcepiſſe, ſed tum temporis cum meum mihi mitteretur, ille non erat *Pariſiis.* Vale.

Groninga 8. Junii 1700.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.

J. BERNOULLI.

Quomodo quæſo *Frater* meus tecum agit? Veſtrumne commercium etiamnum durat? audivi nuper ab Academia ſua, eum, pro hoc anno, Rectorem conſtitutum eſſe.

EPISTOLA CVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Societate Regia Berolinenſi. *De Calendario. Varia. De re nautica. De poſſibili & neceſſario.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

ECCE me tandem ad amicos priſtinos & litteraria officia reverſum. Impedimenta, quibus diſtrictus fueram ample expoſui in Litteris ad Dnum VOLDERUM meis, quas hic apertas, ut ante, accipis; rogoque ut omnia Tibi dicta putes & excuſationem etiam apud Te valere patiaris, qua vix alia poteſt eſſe juſtior. Quin potius ſpero cauſam moræ vobis gratam fore, cum inde fructus non contemnendi expectari poſſint. Scientiarum enim Societatem (4) erectam eſſe a magno Principe, per quam præclari Viri juvari, animarique poſſint, res non parva eſt. Itaque, rogo,

1700. Septemb.

(4) *Berolinenſem.*

Digitized by Google

1700. Septemb. rogo, Tu quoque cogitationes conferas, ut pulchra occaſione animoque Principis egregio recte utamur. Ideo ſuadeo etiam, ut Te quoque in Societatem recipi libenter velle oſtendas. Quod ſi in Litteris ad me Tuis expreſſeris verbis honorificis, quæ ego *Berolinenſibus* communicare poſſim, & in quibus nulla ſit mentio ſuggeſtionis meæ, ſaxo ut Tibi mittantur litteræ receptionis. Vides autem ex illis quæ ad VOLDERUM ſcripſi, nullum in ea re negotium Te Tibi accerſere, cum quater in anno ſcribere, & ex penu divite Tua, aut etiam communicationibus amicorum aliquid ſuggerere Tibi ſit in expedito. Conabor rem eo deducere, ut *Miſcellanea* quædam ſubinde edantur, exemplo *Naturæ curioſorum*, & quidem fortaſſe trimeſtria; Ita etiam nos in publicandis noſtris, non ſemper ab alieno arbitrio pendebimus.

Tecum ſentio, ſi qua *Gregoriani* Calendarii emendatio impetrari poſſit, eam Cæſaris auctoritate procurandam eſſe, neque aliam in Imperio agnoſcunt Proteſtantes. Sed quia Romana Pars rem ſemper ad Pontificem rejicit, nihil commune, niſi aliquo Pontificis apud ſuos interventu, confici poteſt. Computo *Gregoriano* circa Feſta immobilia & intercalationes ſtare utique licebit. Sed in Paſchatis conſtitutione, atque inde pendentibus Feſtis mobilibus, interdum abit a Regulis magnæ ſynodi *Nicænæ*, quas tamen tueri placuit Eccleſiæ, ipſique Pontifices hoc a ſe quæſitum ſunt profeſſi; eademque mens eſt Proteſtantibus pleriſque Feſta mobilia retinentibus per *Germaniam*, *Angliam*, *ſeptentrionem*que, cui etiam inhæſit Decretum Corporis Evangelici *Ratisbonenſe*.

Noſſe velim an aliquid ex *Gallia* circa interrogata mea intellexeris.

Diu a Dno. *Marchione* HOSPITALIO, ſed multo diutius a Domino *Fratre* Tuo nihil ad me eſt datum. Dnum *Marchionem* lentiuſculum in ſcribendo dudum ſum expertus. Litteras vel Diploma receptionis in Academiam non ille ad me miſit, ſed ſecretarius ſocietatis Dominus FONTENELLIUS, cujus litteris Dominus *Abbas* BIGNONIUS ſuas adjecit.

Non

Digitized by Google

Non male facies, quod Te facturum polliceris, ſi paulatim ad rem nauticam diſcutiendam animum adjicias. Et video eam partem, quam tractavit Hostius *Jeſuita* Libro *de evolutionibus navalibus* eſſe a rebus mechanicis & architectonicis fere independentem; pauculis tantum aſſumtis poſitionibus circa venti actionem in vela, & id quod vocant derivationem, experientia nautarum comprobatis. 1700. Septemb.

Etiam a parte Dei fit, ut poſſibilia [ipſi] non fiant, ſi ſcilicet ea non velit. Et hoc ſenſu ante omnia decreta, res ſunt contingentes, adeoque, ut rectiſſime ais, Deus liberrime elegit. Decreta autem porro, divinaque, vel præſcientia, vel præordinatio contingentiam non tollunt, eo ſenſu quo a Philoſophis accipi ſolet; nempe ut opponatur neceſſitati abſolutæ, non hypotheticæ. Quod igitur ais, poſt decreta Divina, omnia eſſe neceſſaria, id noſtræ contingentiæ non repugnat; hoc ipſum enim eſt, quod hypotheticam neceſſitatem appellant; itaque nullus hoc modo erit in re diſſenſus; unde præſtat nec verbis pugnari.

Hæc addidi, ne quid in litteris Tuis penultimis intactum præterirem. Quod ſupereſt, Vale & fave.

Dabam *Guelfebyti*. 6. Septembris 1700.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

Digitized by Google

EPISTOLA CVII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Societate Berolinenſi. *De Phoſphoro ſuo mercuriali. De* ROLLIO *Calculi differentialis adverſario.*

Vir ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1700. Octob. NOVISSIMAS Tuas, diuturnioris ſilentii cauſam exponentes, avide & accepi & perlegi: incluſas ad Dnum. VOLDERUM poſtridie dimiſi. Jam ante quidem intellexeram de nova Scientiarum Societate erigenda; qua de cauſa Te iter *Berolinum* ſuſcepiſſe rumor ferebat: Nunc vero rem totam ex Tuis plenius intelligo. Gratulor Tibi honorem, quod Te potentiſſimus Elector laudabili huic negotio perficiendo præeſſe voluerit: ſed & inprimis gratulor Reipublicæ litterariæ, & bonis artibus, & ſcientiis omnibus, quæ non poſſunt non acquirere incrementa & perfectiones optatas, ſub auſpiciis tanti Principis jam pridem Muſas ſibi ſoli, ut videtur, devotas habentis; quod grato omnino animo agnovit Academia *Hallenſis*, medios inter belli ſtrepitus ab ipſo fundata, nunc præ aliis longe florentiſſima. Itaque rectiſſime dicis rem non eſſe parvam, a magno Principe erectam eſſe Scientiarum Societatem, per quam præclari Viri juvari animarique poſſint: quare non male egerint, ſi egregia occaſione recte utantur, junctiſque viribus eo annittantur, ut generoſo Principis conſilio ſatisfiat, publicæ utilitatis promovendæ elegantiorumque ſtudiorum amplificandorum cauſa, quod ſane in Sereniſſimi Fundatoris non tantum, ſed & in totius Germaniæ, communis noſtræ Patriæ, immortalem tendet gloriam; quando præſertim recens hæc fundata ſocietas inter vicinas, ut ſpero, *Itali-*

Digitized by Google

Italicas, *Gallicam*, *Anglicam*, ſe ſe extollet, quantum Cupreſ- 1700.
ſus inter viburna. Ad tenuia mea quod attinet, ſtudia; ſi viſa Octob.
fuerint conferre poſſe aliquid ponduſculi ad ſocietatis vigorem & incrementum, me certe non adeo alienum præberem, ſi id honeſte & decenter a me peteretur. Tuo autem prudenti relinquo conſilio, num quid *Berolinenſibus* hac de re communicare volueris. Non dubito quin, juxta alia, etiam phyſica & experimentalia inprimis excolenda fuerint. Optarem hic mihi ſubſidia adminiſtrarentur, ad procuranda plura inſtrumenta, ſupellectilem, materiam, aliaque ad hoc onus neceſſaria: pollicerer ſane mihi non inutilem ſucceſſum. Ordines quidem noſtri ante aliquot annos, in uſum noſtræ Juventutis ſtudioſæ, meo conſilio inducti, aliquam ſummulam ſuppeditarunt; quæ autem vix dum principalioribus inſtrumentis coemendis ſufficiebat. Deſtituto itaque annuo ſubſidio, ſumptibus quotidianis impendendo [quod ab illis flagitaveram, ſed fruſtra] non ea, qua vellem, ſtrenuitate naturæ arcana rimari licet; tametſi, ne ſic quidem tempus teram, quin tentaminibus minus pretioſis, ex meo inſtitutis, interdum aliquid novi detegam. Ita nuper inveni modum parandi novum genus Phoſphori valde lucidi, & facile parabilis, ex argento vivo in vacuo poſito. Hic Phoſphorus omnibus aliis palmam præripere debet; primo quod eum, non caſu fortuito, cui reliqui omnes ortum ſuum debent, ſed de induſtria, a priori, & principiis meis ratiocinando invenerim; ſecundo, & quidem præcipue, quod meus Phoſphorus ſit perpetuus, loco quod omnes alii ſe ſe conſumant, vel ſaltem ſuam virtutem, tractu temporis, amittunt. Unde jam innoteſceret, quomodo tales lampades ſepulchrales in perpetuum durantes parari poſſent, quæ fulgerent tantum, non arderent. Incidi in hoc inventum hac occaſione.

Cum ante aliquot menſes, in libro aliquo legiſſem Picardum Societatis Gallicæ, in ſuo Barometro, cum forte per tenebras illud tranſportaret, in parte tubi vacua, obſervaſſe aliquem fulgorem ex improviſo apparentem, & mox iterum diſparentem, poſtea redeuntem, toties quoties argentum vivum per motum

1700. Octob. reciprocationis in tubo deſcendebat; cum vero reliqui ejuſdem Societatis Viri, quibus ille inexpectatum Phænomenon monſtraverat, ſinguli idem in ſuis Barometris tentare vellent, nemini recte ſucceſſiſſe dicitur; donec poſtea, ex multis Barometris, quæ tentata fuerant, unicum fuerit repertum, quod etiam aliquod lumen, ſed longe debilius quam *Picardinum* vibrabat. Hiſce lectis, meum Barometrum, quod uſui ordinario inſerviebat, confeſtim arripio, mecumque porto in tenebras, tentaturus num quam lucem in illo obſervarem: ſed prima agitatione fruſtra, dein violentiſſime agitatum, in quolibet deſcenſu mercurii, jam jam iterum aſcenſuri, luculam aliquam, ſed perquam obſcuram emiſit. Hac ſuper re meditare incœpi, & tandem mihi videbatur, ſecundum ratiocinium meum, lucem illam in omnibus Barometris apparere debere, ſi conficiendo Barometro tubi alio quam ordinario modo implerentur, quo impediatur, ne ſuprema ſuperficies mercurii in tubo cooperiatur pellicula quadam, qua omnis mercurius a contactu aëris ſuperinducitur, ad-inſtar alicujus pultis, & omnium fere liquorum, qui aëri expoſiti talem pelliculam in ſummitate ſua contrahunt; hanc enim pelliculam eſſe exiſtimavi, quæ materiam lucificam, ex mercurio ſingulis deſcenſibus egredi volentem, ad occupandum tubi ſpatium a mercurio deſcendente relictum, coerceat & impediat quominus erumpere poſſit. Excogitavi itaque duos modos implendi tubum Barometri citra contactum aeris; ita ut columna mercurii nuda eſſet, & immunis ab illa pellicula; & reapſe modis illis in effectum deductis, & variis Barometris ita paratis, feci periculum in tenebris, non ſine magna voluptate & delectamento, videns exitum meo ratiocinio, etiam ultra quam ſperabam, reſpondiſſe. Omnes enim iſti tubi, leviſſima agitatione, tam vividam lucem de ſe ſpargebant, ut etiam litteras majuſculas diſcernere potuiſſem, cum tamen antea tubus more ordinario impletus, eodem quidem argento vivo, nihil omnino, vel parum, violentiſſimis ſucceſſibus luxerit. Lætabar equidem inveniſſe modum generalem omnia Barometra reddendi lucifera; meamque

proin-

proin inventionem cum Academia *Pariſina* communicavi (1), 1700.
rogavique ut idem probarent curioſi : ſed nuperrime reſcripſit Octob.
Varignonius, nonnullos experimenta mea tentaſſe quidem, ſed optatum ſucceſſum non obtinuiſſe ; hinc meam inventionem neglectam deſeruiſſe, & ſusque deque habitam; tribuentes ſucceſſum meorum Barometrorum propriæ alicui qualitati mercurii, qua omnes mercurii non gaudent, ſed pauciſſimi tantum. Ego vero minime deterritus hac reſponſione, conſcius quippe duos tubos, eodem mercurio repletos, ſed unum modo ordinario, & alterum novo a me excogitato, diverſos adeo effectus pro didiſſe; rejicio infelicem ſucceſſum ſociorum *Pariſinorum* in ipſorum incuriam qua quæ præſcripſeram non caute ſatis obſervabant. Reſumſi itaque omnia, & denuo tentavi, & ecce cum priſtino felici ſucceſſu; & quod plus eſt, ne quid peculiari mei argenti vivi proprietati tribui poſſit, comparavi mihi aliud argentum vivum, cum quo æque feliciter omnia præſtiti : quod abunde confirmat, id non deberi raræ alicui proprietati argenti vivi, quæ non omni competat; niſi quis hic velit dicere me, forte fortuna, incidiſſe in duos ſucceſſive mercurios hanc rariſſimam virtutem habentes; quod meo judicio moraliter impoſſibile eſt. Sed hactenus dicta non ſunt, in quibus Phoſphorus meus conſiſtat: eum, hac occaſione, ante paucas hebdomadas excogitavi, quo ſpero omnes objectiones ſubmotum iri: nam non dubito quin facile, ope cujuſcunque argenti vivi, parari poſſit. Sumo phialam vitream, robuſtam, & recentem, quæ nulli uſui adhuc inſervierit : nam vel minima humiditas, vel oleoſitas intus lateribus adhærens, apparitionem luminis valde imminueret, ſi non omnino tolleret. Huic phialæ, ſi capax ſit $\frac{1}{2}$ menſura vulgaris, lente infundo 4 aut 5 uncias mercurii bene purgati, cavendo ne phiala multum agitetur; ſtatim enim mercurius contraheret dictam pelliculam lumini tam noxiam: poſtea, ope anthliæ pneumaticæ, extraho aërem ex phiala quantum poſ-

(1) *Nouvelle maniere de rendre les Barometres lumineux.* Mem. de l'Ac. Roy. des Sciences 1700. pag. 178. Opp. Tom. I. N°. LXII. pag. 337.

1700. Octob. ſum accuratiſſime; quo facto, phialæ orificium claudendum eſt, ope epiſtomii ad id adaptati, vel alio modo obturandum exactiſſime, ne, poſt exhauſtionem, aëris vel minimum ingredi poſſit. Omnia ſi bene ſint obſervata & peracta, removeo phialam ab Anthlia; eaque mihi præbet Phoſphorum portatilem perpetuum : nam in denſiſſimis tenebris, ſi phiala valde ſurſum deorſum agitetur, tota phiala ſplendidiſſima luce ſubito adimpletur; nec illa ceſſat, niſi ceſſante agitatione. Diceres Te videre aquam ignitam, totam phialæ capacitatem perfundentem : lumen enim, ſi rite præparetur phiala, non minus vividum eſt quam Phoſphori *Kunckeliani;* ſeu, ut alii volunt, *Anglici.* Præterea, non, ut in Barometro, alternatim apparet, & diſparet; ſed quamdiu incluſus mercurius agitatur, tamdiu, ſine ulla interruptione, ſplendet, & tanto vividius quidem, quanto vehementius percutitur.

Hunc effectum ex meis principiis præviderам: cogitabam enim pelliculam illam, ſi qua generetur (quæ tam difficulter in Barometris præcaveri poteſt, quæque adeo materiam luminificam, vel omnino ſuffocat, vel valde debilitat, ideo quod illa mercurium deſcendentem tenaciter comitetur, nec ob æquabilem & uniformem motum facile lacerari poſſit) hic e contrario in phiala, cum mercurius vehementer in omnes partes, motu inordinato moveatur, non poſſe non plurimis in locis lacerari, & ita exitum concedere materiæ iſtæ tenuiſſimæ, cujus motu lumen excitatur, quæque ex poris anguſtiſſimis argenti vivi prodibit, dum alia de novo ſuccedens poros ab oppoſita parte ſubit, adeoque ſemper nova materia luminifica præſto eſt. Quomodo autem omnia procedant, cur vacuum requiratur, cur item mercurius ad hoc aptus ſit, non alii liquores, de iis ample cogitata mea Academiæ aperiam ; ſed hanc novam effectionem Phoſphori portatilis & perpetui nondum communicavi. Feci experimentum coram Viris curioſis aliquibus hujus urbis (habeo enim in parato tales phialas diverſo mercurio donatas, & rite aëre exhauſtas, quæ æqualem effectum præſtant): confeſſi ſunt omnes ſe nihil unquam curioſius vidiſſe. Ecce totum hujus Phoſphori myſterium quod Tecum

Digitized by Google

Tecum primo communicare volui: ſi illud dignum reputes, quod 1700.
ad novam Societatem mittas, ego non repugno. Vale. Octob.

Groningæ 5. Octobris 1700.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.

J. Bernoulli.

P. S. Non video quod Computus *Gregorianus* in Paſchatis conſtitutione, atque inde pendentibus Feſtis mobilibus, abeat a regulis magnæ Synodi *Nicænæ*. Varignonius, in noviſſimis ſuis litteris, ad interrogata Tua, quod miror, nihil reſpondit: refricabo ipſi memoriam, quam-primum ipſi reſcribam. Interim ecce ex ejus litteris, quæ ad Te primario ſpectant. Rogo ut remittas. Videbis novum differentio-maſtigem in ...... Rollio. Vidi hunc hominem aliquoties, cum *Pariſiis* eſſem, apud *Marchionem* Hospitalium ſed memini me jam tum ad Hospitalium dixiſſe, quantum ex hominis converſatione capere potuerim, ab eo nihil, nec boni, nec docti expectandum eſſe; ut-pote cujus tota ſcientia conſiſtit in reſolvendis aliquot quæſtiunculis algebraïcis.....................................

EPISTOLA

EPISTOLA CVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Phoſphoro mercuriali. De Phoſphori igniferi inventore. Varia. De Calculi differentialis adverſariis.

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

1700. Decemb. QUANTI & Te faciam, & inventa Tua, vel inde æſtimare potes, quod heri, id eſt penultima Seculi die ex longo itinere domum redux Tibi ſcribo inter primos. Litteras domi inveni infinitas, quarum partem necdum legi, Tuas non diſtuli aperire, & magna cum voluptate pulcherrimum inventum Tuum vidi, quo lucis impedimentum a mercurio in vacuo tollis. Hoc Tuo nomine communicabo *Societati Scientiarum Brandeburgicæ*, cui erit gratiſſimum, ſimulque indicabo rem convenientiſſimam & Tibi non ingratam facturos, ſi ad Te Diploma receptionis mittant. Neque enim alia ceremonia opus puto. Idemque ſic erga alios factum. Interim rogo ut inventum ſic communicatum mittas, quemadmodum deſcriptum voles, rationibus etiam adjectis ad cauſas illuſtrandas. Quærere libet, an deprehenderis, exiguam quantitatem mercurii diviſam in partes multarum ſuperficierum, præſtare, quod magna quantitas parum habens ſuperficiei, ſeu an lux magis ſuperficiei, quam corporis quantitatem ſequatur.

Phoſphorus ignifer (ſic eum appello, quia ex motu in verum ignem erumpit) neque Anglicanus eſt, neque *Kunkelianus*, ſed *Brandianus*; nam a BRANDIO apud *Hamburgenſes* vero inventore, KRAFTIUS & KUNKELIUS compoſitionem obtinuere, quam KRAFTIUS (Authorem candide profeſſus) tulit ad

ad *Anglos*, Kunkelius pro ſua publicavit; ſcis marinos fluctus lucem Phoſphoro Tuo ſimilem etiam agitatione producere, ut cognata admodum res videatur. Et ſcimus alias, multa eſſe mercurio non abhorrentia ab effectibus ſalis quo mare impraegnatur. Nec abſimilis lux editur ſacchari ictu. Illud inprimis conſiderandum, an hinc adjuvari poſſit cognitio lucis. . . . . 1700. Decemb.

. . . .

Dnus Menkenius ſcribit Dnum Fatium ad Tua reſponſum tranſmiſiſſe; ita tamen ut poteſtatem fecerit delendi quae velles; Te nondum, reſpondiſſe. Meo judicio optime faceret Dnus Menkenius, ſi Fatium ad *Anglicana Diaria* remitteret. Cur enim noſtra, id eſt *Germanorum Diaria* alienis in nos ipſos publicandis inſervirent, cum exteri ſimilia officia nobis non praeſtent. Olim dicebamus; *Bon jour & bon an*, nunc Tibi opto *Bon ſiecle, & bon an.*

Dabam *Hanoverae* 31. Decembris 1700.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

P. S. Hortare, quaeſo, Dnum. Volderum, [cui adjunctas mitti peto] ſed velut ex te, ut Doctrinam de vera virium & actionum motricium aeſtimatione docendo propaget, ſive viva voce, ſive Theſibus, diſputationibuſque. Nec inutiliter Dno. *Marchioni* Hospitalio ſignificabitur, proſelytum nos tam inſignem habere. Pene oblitus eram Rollii; ejus nihil hactenus vidi, niſi titulos & aenigmatica quaedam ſchediaſmata inſerta *Diario Eruditorum.* Hujuſmodi adverſarii, quales Nieuwentiit, & Rollius & Cluverius [alias caeteris longe praeferendus] noſtra non evertent, ſed magis novis palmis decorabunt: Interim perutile eſt os illi occludi per reductionem ad Demonſtrationes Veterum more formatas, & egregiam ea in re operam navaturum puto Dnum Varignonium. Non potui

Digitized by Google

tui melius ad ſilentium redigere Dnum CLUVERIUM, quam quærendo, poſſit-ne error ab ARCHIMEDIS aliqua conſtructione aſſignari; quod ſi non poteſt, veram ejus Parabolæ quadraturam eſſe oportet; neque enim de aliis quam aſſignabilibus quantitatibus agitur in Propoſitionibus geometricis. Idem de cæteris dicendum. Rogo ut Dnum VARIGNONIUM officioſiſſime a me ſalutes, eique gratias pro communicatis notitiis meo quoque nomine agas.

EPISTOLA CIX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Phoſphoro ſuo mercuriali. De FATIO. *De* GREGORII *reſponſione ad Examen ſuæ* Catenariæ. *De* CARREO; VOLDERO, BRANNIO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1701. Januar. QUAS mihi ſcripſiſti litteras, pridie novi ſæculi & anni *Gregoriani*; ego quoque pridie ejuſdem anni ſed *Juliani* accepi; qui dies notabilis fuit, quippe quem excepit longa nox undecim dierum; ea enim finita nobis ecce jam duodecimus Januarii illuxit; idem quoque apud *Friſios* Occidentales factum eſt. Quod ex itinere redux mihi inter primos reſpondere dignatus fueris, eſt utique ſingularis Tuæ erga me benevolentiæ ſignum; quod gratus agnoſco, conaborque eam quavis occaſione demereri. Gaudeo quod inventum meum novi Phoſphori Tibi placeat: placet etiam pluribus Academiæ Regiæ ſcientiarum. Dnus VARIGNONIUS mihi ſcripſit Dnum HOMBERGIUM mea experimenta de novo facturum, quam-primum otium nactus fuerit; Præſi-

Præſidem vero Academiæ Dnum Bignonium tanto hujus Phoſphori deſiderio teneri, ut, ſi Hombergio res non bene ſucceſſura eſſet, me roget ut Phoſphorum a me paratum per Curſorem publicum ad Academiam mittere velim. Avide interim exſpecto Hombergii ſucceſſum, antequam inventum publico communicem. 1701. Januar.

Imo maxime mercurius, ſecundum ſuperficiei, non molis quantitatem, lucet; nam in Barometro in ſummitate tantum columnæ mercurialis lux obſervatur; in lagenula vero vitrea quantitas mercurii licet exigua, tota tamen ignita apparet; quoniam vehementi agitatione in plures multarum ſuperficierum partes diſpergitur; ita ut quælibet guttula ſuum peculiare lumen præbeat. Unde etiam mihi in mentem venit, poſſe, præter curioſitatem, aliquam utilitatem ex hoc invento capi; nimirum cogitavi, ſi haberentur duo vaſa vitrea uniformia & robuſta, eaque conjungerentur ad vertices, relicto foraminulo communicationis ex uno in alterum, in modum horologii arenarii, ſed loco arenæ immittendus foret mercurius, & poſtea aër ex vaſis combinatis extrahendus; quod quomodo commode fieri poſſit jam perſpicio; cogitavi inquam, tale horologium, etiam noctu, in tenebris inſervire poſſe; etenim radius mercurii per foramen defluentis foret lucidus, quæ lux non ante ceſſaret, quam omnis mercurius ex ſuperiori vaſe in inferius delapſus eſſet. Loco vaſculorum poſſent adhiberi tubi longi, ut ita ex longitudine radii lucidi paulatim deſcendentis etiam ipſa minuta metiri liceret. Hujuſmodi horologiis uti poſſent ſpeculatores noctambuli, excubitores nocturni, aliique in occaſionibus, ubi ſonus campanarum vel audiri non poteſt, vel non debet.

Non puto lucem marinorum fluctuum cognatam eſſe luci mercurii in vacuo: ex meo enim explicandi principio non ipſæ mercurii particulæ producunt lucem, ſed potius materia ſubtiliſſima, quæ in anguſtiſſimis mercurii porulis hoſpitatur, ſi excutitur agitatione, mox libera cum ſit a clauſtrorum impedimentis celerrimum motum acquirit, & ita lucem cauſatur; atque adeo ſi alium haberemus liquorem valde ponderoſum, cujus nempe

D 2 pori

1701. Januar. pori eſſent valde exiles, nullus dubito, quin idem effectus in eo qui in mercurio obſervaretur; aurum, exempli gratia, ſi fluidum reddi poſſet, ſervata ſpecifica gravitate, omnium, credo, foret commodiſſimum ad hoc negotium, & Phoſphorum redderet longe clariorem quam mercurius. Jam vero fluctus marini poros habent nimis amplos, quam ut ſolam materiam ſubtiliſſimam, & luminificam in ſe contineant; Ergo ipſæ ſalis particulæ, quæ a fluctibus ſeparatæ & in aere vibratæ, celerrime gyrando, cum ſint rigidæ, circumſtantes aëris aliaſque craſſiores particulas repellunt, ſpatiumque hoc modo faciunt materiæ luminificæ undique affluenti; magna igitur hic eſt differentia: quod ex eo porro confirmatur, quod mercurius in vacuo tantum luceat, aqua vero marina non-niſi in aëre: nam urina, quam quia ex ea Phoſphorus [ut vocas] *Brandianus* conficitur, ex omnibus liquoribus ſalinis aptiſſimam putabam, incluſa tamen in vacuo, eaque valde agitata, nec minimam quidem ſcintillulam emittebat. . . . .

Verum eſt quod Dnus MENKENIUS Tibi ſcripſit Dnum FATIUM ad mea reſponſum tranſmiſiſſe, quod MENKENIUS mecum communicavit; id autem remiſi, abſque ut in eo quicquam deleverim, & dixi Dno MENKENIO me poſtea reſponſurum, quando *Fatianum* comparuerit: id autem nihil continebat, niſi quod dicat hiſtoriam a me perlatam otioſiſſimam [ut vocat] eſſe fictam: ſe diu poſſidere methodum noſtra Problemata ſolvendi, utque id probet affert ſolutionem Problematis curvæ Iſochronæ, in qua mobile ab horizonte æqualiter deſcendit, jam ante multos annos a Te propoſiti & ſoluti. Sed ſi tam dexter eſt, cur non etiam Iſochronam paracentricam ſolvit? Deinde oſtendit, quod ex modo meo, quo brachyſtochronam, per Doctrinam *Fermatianam* refractionum, ita etiam Solidum minimæ reſiſtentiæ determinare poſſit: Præterea nihil habet. Audio etiam Tibi reſpondiſſe; at nihil ineſſe, præter inutilem velitationem verborum; quare dubius hæret Dnus MENKENIUS utrum imprimat, nec-ne. Scire tamen ex Te vellem, quid FATIUS Tibi regeſſerit.

Videris

Videris ſine dubio in noviſſimo *Actorum Julio*, *Davidis* 1701.
Gregorii (1) reſponſionem ad animadverſiones Tuas. Mi- Januar.
ror profecto Virum bonum, nec nunc quidem ſuos paralogiſmos videre poſſe, vel velle, ſed novos potius cum prioribus [in quibus perſeverat] conſuere, dum Lemma mechanicum, per ſe quidem elegantiſſimum, tam male applicat, cæteraque omnia miſere incruſtat frivolis diſtinctiunculis, inter cauſam gravitatis & gravitatis effectum. An-non judicas e re eſſe, ut primas Tuas animadverſiones vindices ſecundis, & Orbi Litterato monſtres quantum adhuc cæcutiat reſponſionis auctor.

Eodem die, quo Tuas, accepi etiam litteras a Varignonio & Hospitalio; Varignonianas, quæ plura continent de Rollio aliiſque, Tibi miſiſſem cum hiſce, niſi faſciculum tumidum nimis feciſſent. Ecce interim quæ habent ad te ſpectantia: *Vous demandez ce que Monſieur* Leibnitz *ſouhaite par raport au Calendrier: nous ne le ſavons point encore. On n'a pas crû y devoir toucher, ſans une permiſſion de Rome, que la mort du dernier Pape a retardée.* Alio in loco loquens de Domino Carre', ſuo amanuenſi (*Eléve*) dicit; *Il vient de nous donner de petits Elemens de Calcul integral* (2), *concernant la meſure des ſurfaces, la dimenſion des ſolides, des Centres de peſanteur, des Centres de percuſſion, & dans des queſtions à peu près ſemblables à celles d'*Archimede, *& ſeulement dans ce qu'elles ont d'abſolument integrable, afin, dit-il, de faire comprendre à ceux qui commencent, avec quelle facilité ce Calcul reſout les plus difficiles queſtions des Anciens.*

Tuas poſtremas ad Dominum Volderum ſcriptas ipſi jam miſi, hortatu ſimul (quod petis) ut, nunc perceptam veram æſtimationem virium motricium, in Scholis ſuis docendo propaget, veteremque errorem de quantitate motus conſervanda explodat: quod pro candore ſuo eum facturum ſpero.

D 3 Ecce

(1) *Reſponſio ad Animadverſionem ad D.* Gregorii *Catenariam* &c. A. E. 1700. Jul. p. 301,

(2) *Methode pour la meſure des ſurfaces* &c. *par Mr.* Carre'. Paris 1700. 4°.

Digitized by Google

Ecce heic litteras a Clar: Braunio Collega meo, qui audivit Te Authorem eſſe menſtrui excerpti (*Monathlicher Auſzug* —) quod *Hanoveræ* editur; in quo autem recenſendo ejus ſelecta ſacra, alia quædam opuſcula, ab ipſo non profecta, ipſi adſcribis; haud dubie quod ſimilitudo nominis Tibi impoſuerit. Eo itaque fine credo, ſuas ad Te miſit, ut Te roget. velis errorem in perſonam commiſſum in eodem excerpto proximi menſis indicare. Quod ſi Dno. Braunio reſpondere digneris, poſſunt litteræ ad me mitti, eas ipſi mox traditurum. Vale & novum hunc annum ſeculique plures novi ſequentes feliciter tranſige.

Groningæ 25. Januar. 1701.

Amplitudini tuæ Devotiſſimus.

J. Bernoulli.

EPISTOLA CX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Hermanni *reſponſione ad* Nieuwentitium. *De* Fatio & Gregorio, & Braunio. *De phoſphoro mercuriali.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

. . . .
. . . .

1701. Januar. Dominum M. *Jacobum* Hermannum eum eſſe puto, cujus Libellus pro ſententia mea contra Cogitationes Nieu-

wen-

WENTITII poſteriores mihi miſſus eſt (3); neſcio an Tibi viſus. Non licuit examinare, videtur tamen non male reſpondere NIEUWENTITIO, etſi reſponſione amplius opus eſſe non putarim. 1701. Januar.

Ego quoque *Fatianam* ſchedam remiſi Domino MENKENIO, cum reſponſione aliqua mea in id ſcripta, ut eam remittat ipſi. Nam ut talia, in quibus rerum nihil, *Actis* inſerantur, nec Dnus MENKENIUS conſultum ducit. Inania erant quæ dicebat, miſta ex querelis, palpo, aculeis.

Non vidi quæ Dnus GREGORIUS nuper dixerit, indica quæſo menſem (4). Non eſt quod ipſi amplius reſpondeatur; ſuffecerit forte dici, petitum fuiſſe ut obtineret approbationem NEWTONI; ſed eam fortaſſe non potuit impetrare..........

Ecce reſponſum Celeberrimo Dno BRAUNIO; eum facile docebis, me ſæpe abſentem & aliis diſtractiſſimum non poſſe conficere tales libellos menſtruos. Juvenis eruditus eſt apud me, qui talia parat, & qui ex meis Commerciis Litterariis, quædam adhibet in rem ſuam.

Ipſe ſuſpicatus eram, noluiſſe Academicos Regios tangere rem Calendariam, ne *Romam* offenderent; expectemus ergo permiſſionem.

Gaudeo ſuſpicionem meam de luce mercurii proportionali; non corpori, ſed ſuperficiei, experientiæ Tuæ conſentire; inde etiam ſpem majoris uſus conceperam. Interea Societati *Brandeburgicæ* inventum Tuum communicavi. Mittam & Æthiologiam, ubi communicaveris.

Ego ingenioſas de cauſis Phænomenorum conjecturas, etſi non abſolutas, tamen laudo & perutiles judico; ita enim collatis experimentis paulatim ad certitudinem majorem accedi poteſt. Experimenta eſſent optanda in metallis fuſis, & ſimul in vacuo agitatis; ſed foret in illis ſumendis non parum difficultatis. Oleum vitrioli eſt inter liquores ponderoſiores, quod ſi in eo

(3) *Jacobi* HERMANNI *reſponſio ad Conſiderationes ſecundas* NIEUWENTITII. Baſil. 1700. 8°.

(4) A. E. 1700. Jul. p. 301.

1701. Januar. eo aliquod eſſet lucis veſtigium, adjuvaretur conjectura Tua. Conſideratu etiam digna eſt ignitio quam ferrum acquirit a motu, tum quid aqua marina, & alia ab ictu lucentia præſtarent in vacuo. Cum aqua marina agitata lucet, non putem ſalis partes a fluctibus ſeparari, ſed ipſam aquam ſale prægnantem incaleſcere. Cum in urinæ magna copia pauxillum lateat Autophoſphori, fruſtra ab eo lucem in ipſa permotum expectes. Addo quod Autophoſphorus non ſalinæ eſt, ſed ſulphureæ naturæ, & luce ſua abſumatur. Secus judicandum de illis, quibus motus ſufficit ad perenniter lucendum, quibus non partes ipſorum privatæ craſſiuſculæ accenduntur, ſed publicæ permeantes tantum congregantur. Eſt quidam Thermophoſphorus, qui lucem ſolo calore concipit, in illo pariter ac in Litheoſphoro (ſive *Bononienſi* ſive *Balduiniano* qui lucis quaſi Echo eſt quædam) multa adhuc eſſent tentanda.

Grata erunt quæ *Hoſpitaliana* & *Varignoniana* communicare voles. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 28. Januarii 1701.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. In Litteris ad Dnum BRAUNIUM oblitus ſum dicere Auctorem Excerptorum Menſtruorum, ut mihi dixit, ex BAYLII *Dictionario*, voce STOUPPE ſumſiſſe, quæ de *Neomagenſi* Profeſſione dixerat: is enim talia ad marginem notaverat, loquens de refutatione libri, quem *Helvetius* ille ſcripſerat in Religionem *Batavorum.*

EPIS-

Digitized by Google

EPISTOLA CXI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De phoſphoro ſuo mercuriali. Varia.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime. Fautor Honoratiſſime.

. . . . :

CREDEBAM me jam indicaſſe menſem, in quo GREGORII 1701. Februar. reſponſio continetur. Ille eſt *Julius* anni elapſi *Actorum Erudit.* Quod inventum meum, de mercurio lucifero, Societati *Brandeburgicæ* communicaveris, ago gratias; gratum erit intelligere ejus judicium de eo. Mittam ætiologiam, poſtquam accepero *Pariſiis* ſucceſſum experimentorum, quibus ratiocinia mea confirmatum iri ſpero. Gaudeo interim Tibi probari opinionem meam ſummatim Tibi perſcriptam, dum lucem mercurii non ex partibus ipſis mercurii privatis deduco, ſed eam tribuo materiæ publicæ tenuiſſimæ poros mercurii exiliſſimos permeanti, & per concuſſionem foras prorumpenti & in cumulum coeunti, ſi metalla poſſent alio modo quam igne fuſa, fluida reddi; [ſervata tamen ſpecifica gravitate] nullus dubito quin in vacuo lucerent, æque ac mercurius; ſi autem per ignem ſunt fuſa, quid opus eſt Experimentis, cum jam per ſe in aëre luceant? An Oleum vitrioli ad hoc negotium ſit idoneum valde dubito. Ut ut enim paulo ponderoſius ſit quam cæteri liquores, multum tamen de eſt quin ad ponderoſitatem metallorum accedat. Adde quod nunquam ſit ſine aquoſitate, quam valde imbibit, ita ut pro hygrometro poſſit inſervire: jam vero omnis materia hetero-

1701. Februar. terogenea apparitioni hujus lucis valde eſt noxia; faciam tamen periculum cum eo, ſi per otium licuerit. Cum urina non luxerit in vacuo, veriſimile eſt aquam marinam, quæ ſimilis eſt naturæ, non meliorem effectum editurum. Thermophoſphorus de quo loqueris, paratur, ni fallor, ex calce, nitro, aqua forti ſeu regia, &c. Vale & fave.

Groningæ 26. Februar. 1701.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.

J. BERNOULLI.

P. S. Ecce heri litteras a Domino VOLDERO: Inſtat, ut video, & urget ut Tuam quoque ſubſtantiæ notionem velis ſibi aperire. *Jac.* HERMANNI libellum, pro ſententia Tua contra NIEUWENTIIT, non modo non vidi, ſed etiam talem Te eſſe nactum novum vindicem nequidem audivi; ideoque gratum eſſet Libellum iſtum videre, ſi commode tranſmitti poſſit.

EPISTOLA CXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Phoſphori mercurialis vaſculum petit. &c.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

. . . .
. . . .

1701. Mart. DOMINI HERMANNI Libellum ad Te quoque mittam; eſt enim requirendus inter alios libros nondum compactos.

Societas

Digitized by Google

Societas *Brandeburgica* nondum ſolemnes conventus habuit, 1701.
unde deſcriptio Phoſphori Tui eximii nondum producta eſt; ſed Mart.
reditus Aulæ Regiæ & ipſam animabit. Si ſimile vaſculum, quale Dnus. *Abbas* Bignonius deſiderabat, ego quoque a Te impetrare poſſem, multum adderes cæteris Tuæ in me benevolentiæ notis; nam mihi conficere non vacat, nec libenter cuivis committo rem meo judicio pulcherrimam, & dignam quæ non proſtituatur.

Remitto *Varignonianas* Litteras cum multa gratiarum actione. . . . .
. . . .

Dno Voldero mox ſcribam, nunc enim non licet. Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 11. Martii 1701.

Deditiſſimus.

Godefridus Gulielmus Leibnitius.

EPISTOLA CXIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De invento Tſchirnhauſiano, *circa rectificationes. De Arithmetica binaria. Phoſphorum mercurialem iterum petit.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

. . . .
. . . .

Dominus Tshirnhausius mihi ſcribit, eſſe ſibi inventum, quod, meo judicio, foret perpulchrum: Dtā ſub- 1701. April.

Digitized by Google

1701. April. tenſa alicujus arcus curvæ, excepto Circulo, dare ſubtenſam alicujus arcus ejuſdem curvæ, ut differentia arcuum ſit abſolute, ut ipſe loquitur, quadrabilis, hoc eſt, in rectam extendibilis; de quo ſpecimen in Ellipſi ſit daturus. Addit, ſe hoc poſſe, nullo ad quadraturas reſpectu. Vereor ne aliqua veriſimilitudine ſit deceptus. Interim ſpero aliquid ſaltem utile pro eximio ingenio ſuo eſſe eruturum. Addit ſe etiam, hac ſua ejuſdem curvæ arcus comparandi methodo, invenire poſſe, quando poſſibile ſit invenire arcus in data ratione. . . . .
. . . .

Celeberrimo Dno VOLDERO adhuc reſponſum debeo; ſed dici non poteſt quam fuerim diſtractus his diebus per alia negotia, præſertim cum fuerint quæ me cogerent crebrius ſolito ire in Aulam. Et abſtractæ illæ a materia meditationes animum in ſe collectum poſtulant. Spero tamen me quam-primum eſſe ſatisfacturum meo officio. An ipſi Viro inſigni ſim ſatisfacturus aſſeverare non auſim; ſaltem non ſtatim id mihi promitto.

A multis annis cogitationem habui ſingularem de novo genere Arithmeticæ, ubi omnia exprimantur per 0 & 1; adhibita ſcilicet progreſſione dyadica pro decadica. Hinc cum tam parum caracteribus onerati ſint numeri, omnia procedunt pulcherrimis progreſſionibus. In naturalibus prima columna habet periodicum 01, ſecunda 00 11, tertia 00 00 1111, quarta 0000 0000 1111 1111, &c. Sed idem evenit in omnibus multiplis naturalium, ut tales oriantur periodi, imo in omnibus potentiis, quadratis, cubis, &c. & harum potentiarum

ſummis.

ſummis. Ubi illud eſt mirum & pulchrum, quod periodi in potentiis utcunque altis, aut ſummis, non ſunt longiores quam in ipſis numeris naturalibus. Hic jam id agitur ut quærantur periodorum leges. In multiplis jam habeo; ſed quærendæ adhuc ſunt in potentiis & ſummis earum. Latet in hoc Calculo ultimum Calculi refugium pro tranſcendentibus determinatis, quando aliter exprimi non poſſunt. Miſi *Pariſios* ad Dominum ſecretarium Academiæ, non ut edatur (1), ſed ut aliquis, cui plus otii, excitetur ad hoc argumentum excolendum.

1701. April.

0	0
1	1
10	2
11	3
100	4
101	5
110	6
111	7
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11
1100	12
1101	13
1110	14
1111	15
10000	16

Si quando pulchrum munus Phoſphori Tui pro favore tuo ſingulari ad me deſtinabis; poterit occaſione aliqua oblata, [neque enim in mora nimis periculum eſt] mitti *Bremam* ad Dominum Doctorem Meierum, Paſtorem & Theologum inſignem *Bremæ*. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 5. Aprilis 1701.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

Reſponſio deeſt.

(1) *Edita eſt* Leibnitii *Scheda de hoc argumento*. Mem. de l'Acad. Roy. des Sc. 1703. pag. 85.

Digitized by Google

EPISTOLA CXIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Arithmetica binaria. Mittit reſponſionem ad Objectiones Rollianas *in Calculum differentialem.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1701. April.

NISI præjudicium a comparatione Tetractyos [cujus Auctor (2) ſcopum diverſum a meo, diverſiſſimaſque hic cogitationes habebat] feciſſet ut dyadicam progreſſionem tantum obiter conſiderares, mirarer Te, tam acri ingenio Virum, non ſtatim animadvertiſſe, quid mihi vellem periodis 01, 00 11, 0000 1111, &c quas reperies convenire reſpective columnis primæ, ſecundæ, tertiæ, &c. numerorum naturali ordine diſpoſitorum & dyadice expreſſorum. Sed illud palmarium eſt, quod periodi ſummarum, & ſummi-ſummarum [in infinitum] a naturalibus vel aliis arithmeticis; & potentiarum quarumcunque altarum, & ſummarum vel ſummi-ſummarum utcunque altarum a quavis potentia; itidem habent periodos tales, & quidem non longiores, quam ipſi naturales. Exempli gratia, pro cubis in prima columna etiam periodus non eſt niſi 2 notarum, in ſecunda non-niſi 4 notarum, in tertia non-niſi 8 notarum, &

00000	0
00001	1
00010	2
00011	3
00100	4
00101	5
00110	6
00111	7
01000	8
01001	9
01010	10
01011	11
01100	12
01101	13
01110	14
01111	15
10000	16

ita

(2) *Eth.* WEYGELIUS.

ita porro, ita ut reperta lege periodi tam facile ſit Tabulam 1701.
numerorum altiſſimæ potentiæ, vel ſummæ altiſſimæ ab altiſſima April.
potentia condere, quam Tabulam numerorum naturalium. Unde vides, quanta conſequantur. Sunt periodi tales etiam in aliis progreſſionibus, ſed in decadica ob multitudinem notarum ſunt intractabiles; in tetractica eſſent quidem tractabiliores, ſed præterquam quod Auctor Tetractyos de his non cogitavit, nec huc tetendit, incomparabiliter certe facilior eſt Calculus dyadicus, qui & alios miros dabit uſus pro tranſcendentibus definitis, ſi quantitates hujuſmodi dyadicæ exprimantur. Molitus hoc ſum ante multos annos, etiam antequam quicquam conſtaret de Tetracty illa nuper reſſuſcitata; ſed ſemper otium ſperavi pro dignitate tractandi: nunc veritus ne hæc cogitatio, ut multa alia, intercidat, niſi eam *Pariſios* ad Dominum Secretarium Regiæ Academicæ, quia ille mihi aliquando ſcripſerat, ſi qua proponere vellem, quæ utilia viderentur, cogitaturam Academiam de juvanda executione. Sereniſſimo Duci Rodolpho Augusto ante aliquot annos cum monſtrarem, adeo placuerat hæc, ut ipſi videbatur imago creationis, ſeu originis omnium rerum ex nihilo per Deum, ut numerorum ex 1 & 0, ut etiam gemmæ cuidam inſculpi curaret 0 & 1, qua ſigillatas Litteras mihi mittere ſolet. Periodorum leges hactenus non habeo, niſi pro numeris Arithmeticæ progreſſionis, velut naturalibus, & eorum multiplis, ſed vellem detegi eos etiam pro potentiis & ſummis earum. Videbimus an aliquis *Pariſiis* qui hic ſit præſtiturus aliquid. Certe hæc eſt numerorum optima Analyſis, quippe in ſimpliciſſima Elementa 0 & 1; unde omnes magnitudines numeris exprimendæ optime hac ratione exprimentur.

Remitto quæ ſcripſit Tibi Dnus Varignonius, qui mihi perpulchre reſpondere videtur Dno Rollio; quoniam tamen mihi ejus diſcuſſione accuratiſſima adjuto, facile fuit in Objectiones penetrare, venere quædam in mentem ad rem illuſtrandam.

dam.

dam, quæ Tibi mitto (3); ipſi [ſed ſi probas ea], communicanda, cum multa a me ſalute.

. . . .

. . . .

Quod ſupereſt, vale & fave.

Dabam *Hanoveræ* 29. Aprilis 1701.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Notis Leibnitianis *in Objectiones* Rollianas *adverſus Calculum differentialem. De Methodo* Huddeniana *Maximi & minimi. De Arithmetica binaria. De* HERMANNO. *De Controverſia fraterna.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

. . . .

. . . .

1701. Mai. NOTAS Tuas in objectiones ROLLII nondum dimiſi; videntur enim aliquantulum e ſcopo aberrare, quod nimiæ Tuæ feſtinationi adſcribo. Ideo e re Tua eſſe putavi, ſi mentem meam de iis Tibi prius aperirem, quam mitterem: eoque magis, quod jam antea etiam meas notas VARIGNONIO tranſmiſeram, quibus

(3) *Ea non reperi. Objectiones autem* ROLLII *habentur in* Act. Acad. Pariſ. A°. 1703. pag. 312. & ſeq.

Digitized by Google

quibus nunc Tuæ aliquo modo adverſari videntur; id quod Rol- 1701.
lio novam cavillandi anſam præberet, ſi utraſque viturus eſ- Mai.
ſet.

Quantum ad æquationem $a(y-b)^3 = (xx-2ax+aa-bb)^2$; cujus maxima vel minima ordinata y invenienda ſit (1); calculus differentialis dat unicum valorem ipſius x, nempe $x-a=0$: ſed Methodus *Huddeniana* dat, pro x, hanc æquationem $x^3-3axx+3aax-a^3-bbx+abb=0$, cujus radices ſunt $x-a$, $x-a+b$, & $x-a-b$. Jam recte dicis [quod & ego dixeram] non ſequi ideo omnes tres dare caſum maximi, id eſt talis maximi quod reſpondeat tangenti parallelæ axi; nam ſufficit ut una radix ſit æqualis nihilo, quæ jam æquationem reſolvet. Quando vero addis ex accidenti tantum eſſe, quod reliquæ duæ radices ſint præciſe illæ quæ inveniuntur pro determinandis punctis reverſionis [*points de rebrouſſement*] nempe $xx-2ax+aa-bb=0$; quod provenit faciendo $dx=0$: ut pace Tua dixerim, dico id non fieri ex accidenti, ſed neceſſarium eſſe: fluit id enim ex eſſentia & indole Methodi *Huddenianæ*, ut nimirum, per eam quærendo maximum vel minimum, ſemper proveniat æquatio quæ ſimul complectetur & determinationem maximi vel minimi, & determinationem puncti reverſionis, imo & determinationem puncti decuſſationis, [quod voco, in quo curva ſe ipſam ſecat, ut Lemniſcata, vel etiam cujus rami non continui ſe mutuo ſecant, ut ultima Rollii curva a Varignonio delineata $y = 2 + \sqrt{(4+2x)} + \sqrt{4x}$ (2):] Hæc tria puncta, ſi dentur in curva quadam propoſita, nunquam non ſimul determinabuntur per unam ſolam æquationem, ſi methodus Huddenii adhibeatur. Cujus rei rationem facile perſpicies, modo attendere velis ad naturam hujus Methodi: ea enim pro maximis & minimis non eſt ſpecifica, neque pro iis determinandis inſervit, niſi quatenus involvunt concurſum duarum radicum, pro quo illa Methodus proprie eſt accommodata. Jam vero poteſt fieri concurſus radicum ubi non ſtatim

(1) *Videantur* Act. Acad. Pariſ. A. 1703. pag. 334. Ed. Par.
(2) *Ibid. pag.* 328.

1700. Mai. eſt maximum vel minimum ad tangentem parallelam: nam talis concurſus fit etiam in punctis reverſionis, & decuſſationis: adeo ut Methodus *Huddeniana* proprie non maximorum & minimorum, ſed potius concurſuum radicum ſit nominanda. Quemadmodum video hic triplicem caſum, quo talis concurſus fieri

Tab.XV. poſſit; concurrentibus AP, AΓ, in *Fig.* 90. fit A (P), qui determinat (P) (D), maximum vel minimum proprie ſic dictum ad tangentem parallelam axi: in *Fig.* 91. fit A (P) determinans punctum reverſionis (D) & in *Fig.* 92. fit A (P) determinans punctum decuſſationis (D). Vides igitur quod ſi quædam curva propoſita gaudeat punctis duorum, vel omnium trium caſuum, Methodus *Huddeniana* illa omnia una æquatione determinare debeat; idque neceſſario, non ex accidente: Atque hoc eſt, propter quod Varignonio ſcripſeram, hanc Methodum magno defectu laborare, cum per eam non certi ſimus quid invenimus, & facile punctum reverſionis vel decuſſationis pro puncto maximæ vel minimæ diſtantiæ ſumere poſſimus: (Quemadmodum reapſe Rollio accidit, qui punctum decuſſationis in curva $y = 2 + \sqrt{(4 + 2x)} + \sqrt{4x}$, ſumpſit pro puncto maximæ diſtantiæ): Calculo interim differentiali omnia hæc puncta diſtinctim & ſeparatim exhibente. Quod vero tandem ſpectat ad Tuam exceptionem $a(y-b)^3 = (xx - 2ax + aa - bb)^2 - b^4$; per quam putas Te poſſe oſtendere ex accidente tantum fuiſſe factum ut in curva priore duæ radices (præter tertiam illam utilem) forte fortuna determinarent puncta reverſionis; id Te fefellit, quod hujus alterius Tuæ curvæ veram figuram non concepe-

Tab.XVI ris, eam procul-dubio priori *Fig.* 93. ſimilem imaginando; loco quod toto coelo ab ea differat, adeoque quod ſumſeris pro punctis reverſionis, quæ talia non ſunt. Nam debita ejus figura eſt

Tab.XVI ut eam hic *Fig.* 94. delineatam vides:

AP

1701. Mai.

$$
\begin{aligned}
\text{AP} &= x\\
\text{PD} &= y\\
\text{A(P)} &= a\\
\text{(P)P} &= b = (\ )(\text{D}) = \Pi\Delta\\
\text{(P)}\Pi &= b\sqrt{2}\\
\text{PD} &= b - \sqrt[3]{\frac{b^4}{a}}
\end{aligned}
$$

Ubi nunc unicum eſt punctum reverſionis, (D) & duo puncta minimæ diſtantiæ D, D; & quidem in iiſdem illis locis in quibus in priori curva fuerant, permutata tantum natura punctorum: non igitur eſt accidentale quod per Methodum *Huddenianam* eadem quoque proveniat æquatio quæ prius $x^3 - 3axx + 3aax - a^3 - bbx + abb = 0$: nec duæ radices $x - a + b$, & $x - a - b$ ſunt inutiles, quemadmodum putas; deſignant enim puncta D, D minimarum ab axe diſtantiarum: ſumſiſti autem puncta Δ, Δ pro punctis reverſionis, cum tamen nihil aliud ſint quam puncta maximæ inclinationis, id eſt in quibus tangens coincidit cum applicata ΔΠ, & revera faciendo $dx = 0$, invenitur non tantum $x - a = 0$ pro A( ), ſed & $x - a - b\sqrt{2}$, vel $x - a + b\sqrt{2}$ pro AΠ; imo habetur quoque $x =$ infinito, ſic ut curva hæc quinque debeat habere puncta minimæ inclinationis, duo in Δ, Δ; duo in infinito, & unum in (D): quod quidem ſimul etiam eſt reverſionis: ſequitur hinc diverſas in ea eſſe convexitates, quarum flexus contrarii ſunt in Δ, Δ; extra quas duo adhuc alii ſunt, qui reperiuntur faciendo $x = a \pm \sqrt{(\frac{5}{2} + \frac{33}{4})}$: mirum itaque non eſt, quod puncta Δ, Δ, per Methodum *Hud enianam* non inveniantur, ſiquidem non involvunt concurſum aliquem duarum radicum æqualium. Cæterum putarem ego omnes illas quatuor curvas expreſſas per $y = 2 + \sqrt{(4 + 2x)} + \sqrt{4x}$; propter ipſam ſignorum ambiguitatem debere haberi pro una curva, licet rami illius ſibi mutuo non ſint continui: nam ſi æquationis irrationalitas tollatur, quatuor iſtæ curvæ ſub una æquatione rationali comprehenduntur; quæ ideo etiam pro

1701. Mai. una tantum curva haberi debent: non ſecus ac duæ Hyperbolæ oppoſitæ pro una curva habentur, utpote una æquatione expreſſæ: $xx - aa = yy$.

Hoc ſi ita concipiamus, vides utique facile rationem, cur Rollius putaverit curvam illam $y = 2 + \surd$ &c; habere punctum maximæ diſtantiæ, vel reverſionis: nam methodus *Hudeniana* ipſi dedit punctum decuſſationis, in quo duo rami ſeſe ſecant; quod ſumit perperam pro puncto maximæ diſtantiæ, vel reverſionis. Jam vero ſi quatuor iſtæ curvæ reputandæ eſſent pro diverſis, nullum reperiretur punctum decuſſationis. Hæc Tibi conſideranda ſubmitto; quod ſi tamen me ipſum erraſſe animadverteris, libenter corrigar; faxis ut id cito ſciam: mittam enim tunc ſine mora *Pariſios* animadverſiones Tuas.

Nunc demum intelligo Periodos numerorum tuorum dyadicorum; initio non ſatis mihi feſtinanti conſideratas. Earum quidem leges, pro numeris arithmeticæ progreſſionis & eorum multiplis, vel ex ipſa oculari inſpectione oppido patent; ſed dubito an pro potentiis & ſummis earum detegi poſſint; videntur enim valde abſtruſi. Obſervavi numeros decadicos, ſeu ordinarios, poſſe diſtribui in potentias binarii, unitates & cyphras quæ ſecundum columnas diſpoſitæ iiſdem omnino periodis gaudent.

Forſan

Digitized by Google

1701. Mai.

0	0
1	1
2	$2^1 + 0$
3	$2^1 + 1$
4	$2^2 + 0 + 0$
5	$2^2 + 0 + 1$
6	$2^2 + 2 + 0$
7	$2^2 + 2 + 1$
8	$2^3 + 0 + 0 + 0$
9	$2^3 + 0 + 0 + 1$
10	$2^3 + 0 + 2^1 + 0$
11	$2^3 + 0 + 2^1 + 1$
12	$2^3 + 2^2 + 0 + 0$
13	$2^3 + 2^2 + 0 + 1$
14	$2^3 + 2^2 + 2^1 + 0$
15	$2^3 + 2^2 + 2^1 + 1$
16	$2^4 + 0 + 0 + 0 + 0$

Forſan hinc eadem etiam quæ ex dyadicis utilitas emergeret: nam ſi periodorum leges innoteſcerent, vides utique facillimum foret Tabulam condere numerorum altiſſimæ potentiæ, vel ſummæ altiſſimæ &c. Porro vides hinc facile eſſe numerum decadicum ſeu ordinarium, quantumvis magnum exprimere dyadice & viciſſim. Sit, exempli gratia numerus anni 1701. dyadice exprimendus; ſumatur potentia binarii, quæ numero propoſito proxime accedat, & alia quæ reſiduo, & tertia quæ reſidui reſiduo proxime accedat, & ita porro, donec totus numerus excutiatur; atque ſic reperietur $1701 = 2^{10} + 2^9 + 2^7 + 2^5 + 2^2 + 1$, quod ſi igitur loco 2^2, 2^5, &c. ponatur 100, 100 000, &c, habebitur expreſſio dyadica 11010100101 = 1701. Vice verſa haud difficilius datus numerus dyadicus in decadicum convertitur.

Convenit me nuper in itinere ſuo Dnus Hermanus, & attulit mihi reſponſionem ſuam ad conſiderationes ſecundas Nieu-

1701. Mai. WENTITII, ut & *Fratris* mei analyſin Iſoperimetrorum (3) ..... Non dubito quin *Frater* ſuam analyſin propediem in *Actis* (4) ſit publicaturus; ſed meam cogor adhucdum ſupprimere, donec *Frater* ſe arbitris ſubmiſſurum ſpoponderit. Ne interim Lectores de hac retardatione aliquid ſiniſtri concipiant, neve omnino arbitrentur me victum ex palæſtra deceſſiſſe; me obſtringes valde, ſi in Tuo teſtimonio hujus moræ cauſam indicaveris, vel ſaltem, ſi Tuis verbis id facere nolis, ſi mearum harum litterarum excerpta ad *Acta* miſeris; partim ut omnis ſuſpicionis anſa Lectori tollatur, partim ut *Frater* ſui officii debitique moneatur. Vale.

Groningæ 7. Maii. 1701.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.
J. BERNOULLI.

EPISTOLA CXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Methodo Huddeniana *Maximorum & Minimorum. De Arithmetica binaria.*

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

FECISTI pro prudentia Tua, quod extemporaneas notationes meas ad ROLLII conſiderationes tecum retinuiſti, facile enim fieri poteſt, ut lapſus ſit admiſſus. Interim nondum ſatis vi-
1701. Mai. deo, qua neceſſitate oporteat æquationem Calculo *Huddeniano* vel ſimili inventam continere maximo-minimam, non tantum ordinatam, ſed & coordinatam. Ecce enim in rationalibus. Sit $y=$

(3) *Jac.* BERNOULLI, *Analyſis magni Problematis Iſoperimetrici.* Baſil. 1701. 4° Opp. N°. 96. pag. 395.
(4) *Factum eſt* 1701. Mai. pag. 115.

Digitized by Google

$y = (x^3 + 11xx + 12x + 13) : (xx + 21x + 22)$; conſtat 1701.
noſtra methodo fieri $dy : dx = ((x^3 + 11xx + 12x + 13) \cdot (2x + 21) - (xx + 21x + 22)(3xx + 2.11x + 12)) : (xx + 21x + 22)^2$, & pro $dy = 0$, prodire numeratorem nihilo æqualem, at pro $dx = 0$, denominatorem; & prius quidem ita facile apparet, ſive *Huddeniano*, ſive differentiali Calculo rem inſtituas. Nam *Huddeniano* more, $x^3 + 11x^2 + 12x + 13 = yxx + 21xy + 22y$, ponendo y eſſe maximo-minimum. Ita jam multiplicando per numeros progreſſionis Arithmeticæ 3, 2, 1, 0, fiet $y = (3xx + 2.11x + 12) : (2x + 21)$, quem valorem æquando priori, habebitur his ambagibus æquatio eadem quam ſtatim dabat noſter numerator factus nihilo æqualis. At vero vides non eſſe neceſſe ut, in fractione valorem ipſius $dy : dx$ explicante, numerator & denominator habeant communem diviſorem, quod neceſſe eſſet, ſi oporteret radices æquationis $xx + 21x + 22 = 0$ [quæ valet pro $dx = 0$] eſſe in radicibus æquationis *Huddenianæ*, quæ eſt pro $dy = 0$; alioqui neceſſe eſſet $2x + 21$ vel $x^3 + 11xx + 12x + 13$ habere communem diviſorem cum $xx + 21x + 22$. Hæc, ut per otium conſideres, peto.

Difficultas pro legibus periodorum inveniendis in decadicis incomparabiliter major eſt quam in dyadicis, cum illi ſint decem notæ tractandæ, hic tantum duæ. Et periodi in columna prima, ſecunda, tertia, quarta, &c. ſunt in dyadicis locorum 2, 4, 8, 16, &c. in decadicis locorum 10, 100, 1000, 10000; unde etiam hic periodos nemo conſideravit, inductioque æque ac ratiocinatio immenſa varietate obruuntur. . . . .

. . . .

Cogitabam hac vice ſcribere ad Dnum. Volderum noſtrum; ſed iterum veniunt impedimenta ex tranſverſo, itaque rogo ut moram adhuc excuſes, & viri egregii benevolentiam mihi ſerves. Interea vale & fave.

Dabam *Guelfebyti* 16. Maii 1701.

Deditiſſimus.

Reſponſio deeſt. *G. G.* Leibnitius.

EPIS-

Digitized by Google

EPISTOLA CXVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De phoſphori mercurialis invento, Societati Berolinenſi communicato. De controverſia fraterna.

Vir Celeberrime ! Fautor Honoratiſſime !

1701 Junii. REVERSUS *Hanoveram* inveni litteras 31 Maii ad me datas. Facile credo, de Calculo *Huddeniano* Te recte judicare: mihi ea qua par eſt attentione priora relegere non licet. Inveni redux 26 litteras, quibus reſpondendum eſt, ultra eas quas *Gulſebyti* & *Cellis* recepi, non multo pauciores. His adde agenda atque elaboranda diverſiſſimi generis, & judica quantum mihi temporis ad meditationes analyticas ſit relictum. . . , ...

. . . . , ...

In Societate Regia *Prutenica* magno applauſu receptum eſt pulcherrimum Phoſphori Tui inventum, & mihi id negotii datum, ut Tibi gratias agam nomine Societatis, honorificentiſſimaque de Te ejus ſenſa exponam. Optaremus Te nobis viciniorem, ſed nulla nobis hactenus occurrit ratio, ea emolumenta, quæ habes, non dicam æquandi, ſed utcunque ex intervallo aſſequendi.

In Faſciculo ex Nundinis *Lipſienſibus* allato, tandem etiam reperi redux Analyſin Domini *Fratris* Tui (1) & video etiam ad tertias uſque differentias ab eo iri, nulla, ut mihi videtur, neceſſitate. Dnus. *Marchio* HOSPITALIUS ſcribit ſeſe etiam accepiſſe eandem analyſin, & avide percurriſſe, directamque & bonam reperiſſe. Mihi tamen Tua olim melior viſa eſt: poteſt aliquid bonum eſſe, etſi optimum non ſit. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 24. Junii 1701.

Reſponſio deeſt Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *De qua in Epiſtola CXIV.*

EPIS-

EPISTOLA CXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De nova Calendarii forma. Varia. De Methodo Maxim. & Minim. De phoſphoro mercuriali. De Opuſculo Fatiano, & *Aſtronomia* Gregorii.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

ANalysin Domini *Fratris* Tui, quam peculiari ſcripto 1701. comprehenſam acceperam, nuper etiam reperi in *Eruditorum Actis* (1). Dnus Reiherus & Dnus Tidius Auctores Jul. novi Cycli ſane peringenioſi, qui Tibi etiam ſi bene memini viſus eſt, ſollicitant ut a Corpore Evangelico recipiatur, aſſeverantque per plurima Secula nullum diſcrimen repertum oriri notabile inter Cyclum & veritatem Aſtronomicam: ſed ſuadent ut mutetur intercalatio in aliam paulo perplexiorem, quod obtinere difficile erit. Vellem tamen ut fuiſſent audita eorum conſilia ante Decretum, ſed *Ratisbonæ* itum eſt paulo feſtinantius, quam rei difficultas poſtulabat, non-niſi tribus mathematicis conſultis. Ego Tuam & Domini Volderi ſententiam de *Reyherianis* conſiliis intelligere optarem. Incluſas ad Dominum de Volder Literas rogo ut tranſmittas & pro me intercedas, quo facilius veniam impetrem; quam mihi promitterem certius, ſi ſatis præſumerem de conſiderationibus, quas affero ad naturam ſubſtantiæ melius intelligendam. Sub finem aliqua ab eo quæro de Novellis rerum mathematicarum veſtræ oræ, in quibus & ſimilibus etiam a Te inſtrui potiſſimum erit. Nihilne amplius auditur de Nieuwentitio? Quid facit Hermannus veſtras?

His ſcriptis, Tuas accepi cum *Varignonianis*, quas remitto cum gratiarum actione. Recte notaſti feſtinantem ſumſiſſe x pro

(1) 1701. Mai. p. g. 113.

1701. Jul. y; quæritur enim recta ipſi y parallela, quæ curvam tangat; itaque multiplicatio per numeros progreſſionis Arithmeticæ facienda erat ſecundum y.

Neſcio an Rollii intentio ſit, eandem æquationem more *Hudeniano* inventam ſimul dare maximo-minimam tam x quam y: ſi hoc vult, errat.

Ta. XVII Nam ſi eſſet verbi gratia (*Fig.* 95.) æquatio $x^3 + y^3 = bx + by$; tunc y poſita maximo-minima, foret $3xx - b = 0$; ſed ſi ſit x maximo-minima, fiet $3yy - b = 0$; cujus ope tollendo y ex prima æquatione, prodiret $x^3 - bx - \frac{2}{3}b\sqrt{\frac{1}{3}\frac{b}{o}} - c = 0$, quæ cum priore $xx - \frac{1b}{3}$; deberet habere radicem communem; ſi vera eſſet talis aſſertio; ſed id non procedit. Verum eſt radices, tam ſecundum y quam ſecundum x æquales fieri, cum y determinetur per x, & per binas æquales bis æqualiter; non tamen ideo x ſit maximo-minima coordinatarum, (ut y eſt maximo-minima ordinatarum) & ſi fiat μοναχῆ, ſeu pro geminis unica, tum ſit tangens.

Gratiſſimum mihi erit Tuum Phoſphori exemplum, ut ſic dicam, quod acceptum Societati novæ Regiæ tranſmittam; optarem adderes quæ in hoc negotio *Pariſios* ſcripſeras, præſertim pro tutiore elaboratione. Interim amicus meus, experimento tumultuarie ſumto, in obvio mercurio etiam lucem in vacuo deprehendit; ſed quod compendii cauſa tantum veſica uſus eſſet loco epiſtomii, non fuit durabilis Phoſphorus. Id, ni fallor, incommodum ſupereſt in hoc Phoſphoro, quod clauſo licet vaſe alterationem recipere & cuticulam contrahere poteſt per calorem ambientem externum. Sed hoc cautione evitari poteſt.

Optarem nanciſci librum Domini Fatii [2], cui per modum appendicis adjecerat quæ contra nos ſcripſit. Aiunt in eo tractari meliorationem rei hortenſis per radios ſolares efficacius diſpenſatos. Quod quidem ſcimus valde profuturum eſſe, & licet non ignoretur, tamen vulgo negligi. An aliquid ſingulare ſuggerat

(2) *Fruit walls improved. &c.* Lond. 1700. 4°.

ſuggerat ipſe, ex ipſius Libri inſpectione patebit. Si vidiſti, fac quæſo ut ſciam.

Memini Doctum quemdam *Batavum* aliquando Tecum commutare litteras; an ille ex eo tempore progreſſus non pœnitendos in interiore Analyſi fecit?

Aiunt Gregorium Oxonienſem Profeſſorem, quoddam Opus mathematicum (3) editioni parare, & in hunc uſum corrogare ſubſcriptiones, more *Anglicano*. Quod argumentum tractet non comperi. Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 14. Julii 1701.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

EPISTOLA CXIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Petit Phoſphori mercurialis ſpecimen. De Newtoni *Theoria lunari, &* Hermanno.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

Puto noviſſimas meas Tibi redditas cum ſcriptis ad Dominum Volderum: nunc novas pro utroque veſtrum recipis, & *Volderianam* rationem in ipſis leges, atque ut ſpero ignoſces, quod non ipſas tantum, ſed & binas adjectas ad Te dirigo. Tibi autem ſcribendi propria ratio eſt, ut memoriam Phoſphori Tui pulcherrimi refricem; cujus ſpecimen a Te per curſorem publicum, aut potius per publicam vecturam, expecto; 1701. Auguſt.

(3) *Aſtronomiæ Phyſicæ & Geometricæ elementa.* Oxon. 1701. fol.

1701. Auguſt. eoque nomine Tibi non mediocriter ero obſtrictus. De ſumtu ſatisfacere meum eſt. Interim teſtimonio amici mei certi eſſe poſſumus, lucem non eſſe privilegium mercurii Tui; nam ut nuper ſcripſi, facili experimento eam vidit. *Anglus* doctus, qui huc advenit, me certiorem reddit, NEWTONI Librum de motu lunæ (4) mox editum iri. Rem inſignem præſtabit, ſi hoc ænigma ſolvat. Quod ſupereſt, vale, & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 5. Auguſti 1701.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Dominus HERMANNUS ubi eſt, & quando excurret ad has oras? Spero me aut hic inventurum, aut *Brunſwigæ* ſive *Guelfebyti*, aut *Berolini*. Has Litteras putabam me dudum tranſmiſiſſe, cum ecce in angulo cum incluſis reperio, id quæſo excuſa, & excuſatum habe.

(4) *Vide Epiſtol.* CXLIV.

EPISTOLA

EPISTOLA CXX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad binas præcedentes.

Mittit ſpecimen phoſphori Mercurialis. Varia. De Ciſſoidis rectificatione.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

MItto ecce, ut promiſi, exemplar Phoſphori mei perpetui pro exiguitate ſua ſatis lucidum; latet id in hac capſula chartacea: ubi exemeris lagenulam vitream, perluſtra, quæſo, ſtatim an in itinere nullum damnum acceperit; an non fracta; an non fiſſuram egerit; an orificium adhuc probe obturatum & munitum, ſit ut ſecurus ſis nihil aëris irrepſiſſe. Videas, rogo, an vitrum ipſum manſerit purum & undiquaque pellucidum: hoc non gratis quæro; nam cum nuper ad aliquot leucas curſu excurrerem, mecum geſtavi talem lagenulam, ut experirer num longinquam tranſportationem facile ferre poſſet; quod quidem factum eſt ſine jactura luminis, ſed obſervavi parietibus lagenulæ internis quasdam maculas adhæſiſſe, veluti ex fuligine quadam contractas; mercurio interim ipſo nihil omnino alterationis perpeſſo. Mirabar id, nam crebris & vehementibus concuſſionibus jam per annum & ultra ſingulis fere noctibus phoſphorum talem agitare ſoleo; tamen inde adhæreſcentem fuliginem in vitris nunquam obſervavi, conjicio igitur a tremulo motu curſus, etiam occultum aliquem tremorem mercurio fuiſſe impreſſum, & intimam aliquam particularum colliſionem, cujus vi particulæ metallicæ aliæque heterogeneæ melius ſeparari a mercurio, & vitro adhærere potuerunt, quam per motum ſimplicis agitationis, licet vehementiſſimæ. Scire itaque percuperem an in hoc exemplari idem obſervaveris; forte motus equitationis, ut-pote non tremulus, 1701. Auguſt.

1701. Auguſt. non adeo eſt incommodus. Collo, ut vides, lagenulæ circumligavi fruſtum veſicæ, majoris tantum cautelæ gratia, alioquin non opus eſſet; poteris adimere rurſus, ſi libuerit; Præſtat tamen ut ſinas, nam abundans cautela non nocet. Intra veſicam & operculum ſtanneum cum cochlea femella alteri cochleæ mari pariter ſtanneæ ſuperinductum; ſed, intra operculum ipſum, colli orificium obturatum eſt accuratiſſime ſubere, cæmento quodam undiquaque probe munito; ut hoc modo nihil nec aëris ingredi, nec mercurii egredi, vel ad operculum ſtanneum, quod corroderet, pervenire poſſit. Certe præter inventionem Phoſphori, ipſa ejus elaboratio non poſtremæ eſt artis: nemo enim facile exhauriet aërem ad decimam uſque milleſimam partem, eoque extracto ſcite adeo obturabit, ut nihil in lagenulam ſubrepat aeris, nihilque in poſtremum ſit ſubrepturum. Hoc primarium eſſe puto, quod Pariſienſibus adhuc deeſſe credo, & cujus defectu hactenus nondum ad optatum ſucceſſum potuerunt pervenire Cæterum, ſi lubet experimentum facere cum hoc Phoſphoro, non ſufficit ut id fiat in loco obſcuro, interdiu; nam oculi nimia adhuc diei luce perculſi, non facile percipiunt lumen debilius: noctem ipſam igitur expectes, & quo obſcuriorem, eo melius; tum apprehenſo lagenulæ collo, eam agites, ſurſum deorſum, quaſi velles eluere vitrum, tota lagenula vitri ignea apparebit, cujus ſplendor non minus vividus eſt quam Phoſphori *Kraffiiani* chymice parati. Rogo mihi ocius perſcribas quo in ſtatu omnia deprehenderis; unum eſt quod caveas, ne ſcilicet lagenula nimium incaleſcat, unde cæmentum, obturaculum ſubereum præmuniens, liqueſcere & ab aëre forinſecus jugiter urgente per foraminulum in ſubere relictum, per quod aer eductus fuerat, in vitri cavitatem premi poſſet. Alias nihil eſt quod metuas; poteris tecum geſtare, & quovis in loco experimentum inſtituere, ſine fractionis periculo, etiamſi non adeo caute contrectetur. Vitrum enim, ob notabilem ſpiſſitudinem, ſatis robuſtum eſt, modo non in corpus aliquod durum nimis ruditer impingat; aliamve externam, vel violentam injuriam patiatur. Et ita habes Phoſphorum in perpetuum durabilem, qualis nullus hactenus inventus fuit. Quando vero dicis amicum

amicum tuum in obvio mercurio etiam lucem obſervaſſe, ſed 1701.
non durabilem; recte addis quod diſparuerit, ideo quod, com- Auguſt.
pendii cauſa, tantum veſica [quamvis non recte capiam quomodo veſica loco Epiſtomii inſervire poſſit] uſus eſſet loco Epiſtomii: nam quam facile peccetur in circumſtantiis, & quam facile extrinſecus noxia quædam mutatio accidere poſſit, ſatis arguit infelix *Pariſienſium* ſucceſſus. Interim tamen, quod ſaltem alialem obſervaverit in obvio quodam mercurio, id meam ſententiam, quemvis ſcilicet mercurium, ſi rite paretur, in vacuo luminoſum eſſe, mirifice confirmat. Vanus eſt metus tuus, cum putas incommodum ſupereſſe in hoc Phoſphoro, quaſi, clauſo licet vaſe, alterationem recipere & cuticulam contrahere poſſet, per calorem ambientem externum; horum enim nihil omnino expertus ſum, in Phoſphoro diu in pera mea, ubi ſatis calefiebat, geſtato: quidquid hic periculi ſubeſt, id non de mercurio, ſed de obturaculi cæmento, ut jam dixi, metuendum eſt.

Miſi litteras ad VOLDERUM, quas ad eum ſcripſeras, ſed hactenus nihil reſponſi accepi. De NEUWENTITIO nihil a longo tempore audivi. HERMANNUS noſtras transfretavit in *Angliam*, viſurus ibi WALLISIUM, NEWTONUM, & alios. FATII Librum de melioratione rei hortenſis nunquam vidi; inquiram an *Amſtelodami* proſtet. Per doctum *Batavum*, qui mecum litteras commutat, intelligis forte Dominum DIERGUENS, Præſidem in Curia *Brabantiæ* quæ *Hagæ* eſt.) Is ſane noſtra non mediocriter intelligit, ſed habet filium, qui majores longe progreſſus fecit. Cum nuper ipſi ſcripſiſſem, Ciſſoidis quadraturam diu redactam eſſe ad quadraturam Circuli, ſed ejus rectificationem, quam ego invenerim, dependere a quadratura Hyperbolæ, adeoque per deſcriptionem Logarithmicæ haberi poſſe, neminem adhuc dediſſe: Ille protinus mihi tranſmiſit ſolutionem elegantem, & conſtructionem concinnam curvæ ciſſoidalis in rectam extenſæ, duplici modo, & per deſcriptionem Logarithmicæ, & per extenſionem curvæ parabolicæ, utrumque beneficio noſtri Calculi;

unde

Digitized by Google

unde conjeci in eo non parum eſſe verſatum. . . . . Vale & Fave.

Groningæ a. d. 13. Auguſt. 1701.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CXXI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio prior ad præcedentem.

Nuntiat accepiſſe ſe phoſphorum mercurialem lucidum.

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

1701. Auguſt. ABSENTI allatum eſt vaſculum Phoſphoreum; redux ſtatim aperui, viſum eſt ſine labe, lucemque emiſit agitatum: ſpero & durabile fore, nec aërem ſe paulatim inſinuaturum per cæmentum: Hæc, ubi primum potui, ſcribo, multaſque Tibi interim gratias ago. Tanto melius ſe res habet, ſi calor externus ſuperficiem non immutat, adeoque nec lucem obſtruit. Diſtincte Tibi reſcribam tumultuarium illum modum qualecunque lucis ſpecimen obtinendi per veſicam ſine epiſtomio; nunc vix ad ſcribendum temporis ſatis eſt; nam ego advenio & tabellarius abit. Vale & fave.

Dabam *Hanoveræ* 23. Auguſt. 1700.

Ded tiſſimus.
G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Quod commendaſti *Actis* inſerendum, ſtatim *Lipſiam* ad Dominum MENKENIUM mittam.

EPIS-

EPISTOLA CXXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Reſponſio, ad penultimam, poſterior.

Mittit Diploma admiſſionis in Societatem Regiam Berolinenſem.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

NON dubito quin litteras meas acceperis, quibus ſignificavi 1701.
Phiolam tuam Phoſphoream recte ad me perveniſſe, neque Septemb.
ex jactatione itineris detrimentum accepiſſe. Si tantillum commoveas lucet, etſi non ſit lux admodum vivida. Ego mecum *Berolinum* feram Societati noſtræ Regiæ, tanquam egregium a Te munus: abſolutus enim ab *Anglis*, qui nunc hinc diſceſſere pene omnes, iter diu dilatum nunc illud intendam. Interea ecce Tibi Diploma Societatis, quo in numerum Sociorum cooptaris. Nempe eo res deducta eſt, ut Concilio habito aliquot egregii Viri Collegæ ac Socii appellarentur, inter quos Tuum relatum eſt nomen jure merito, mihique id negotii datum, ut ad Te Diploma perferri curarem, quod nunc mitto, Deumque rogo, faxit ut Tibi id decus, nobis vero ac Reipublicæ, boniſque litteris emolumentum inde ſit diuturnum. E re autem putem, datis ad Societatem litteris, gratam Tibi nominationem Tuam fuiſſe teſteris, & ſpem facias ſubinde nobiſcum utiliter communicandi.

Spero etiam redditas Tibi meas, quibus incluſeram ſecundas ad Dominum VOLDERUM. . . . .

Cogitabamus aliquando *Berolini* de novo genere Diarii, ut publicanda magis ſint in noſtra Societate. Videbis, an tute aliquid ſuppeditare velis. . . . .

Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 13. Septembris 1701.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

P. S. Si quid velis vel ad me, vel ad Societatem, poterit dum abſum, recta mitti *Berolinum* ad Dominum Jablonski Secretarium Regium & Regiæ Societatis *Berolinenſis.* Idque ut facias æquum puto, litteraſque ad Societatem includas, quibus gratiæ agantur.

EPISTOLA CXXIII.

BERNOULLII AD SOCIETAT. BEROLINENSEM.

Gratiarum actio pro ſua in eum Coetum receptione.

Illuſtribus atque Ampliſſimis Viris Præſidi cæteriſque Sociis Societatis Brandeburgicæ *S. P. D.*

Joannes Bernoulli.

1701. Octob. Splendidissimum Diploma, Viri Illuſtres, quo in Veſtram Societatem me cooptatum vidi, eo accepi tempore, quo quidvis aliud potius cogitaſſem: Non enim ea arrogantia procedo, ut propter merita hoc tanti honoris vel ſperandum vel expectandum mihi promittam; haud quippe ignarus, id illis tantum de jure competere qui perſpecta ſua eruditione communem applauſum dudum promeruere. Quod ſi tamen meorum ad eam aſpirandi conatuum rationem potius habuiſtis quam alterius cujuſvis rei, quæ in Viro docto requiritur, quaque ego me carere lubens confiteor; vos certe non omnino in opinione Veſtra deceptos

ceptos dixerim; nihil adeoque erit quod impediat quin ambabus 1701.
ulnis gratoque animo complectar honorificam ſedem, quam in Octob.
ampliſſimo veſtro Collegio deſtinaſtis mihi & obtuliſtis: Vos, Viri Illuſtres, perſuaſos volo, me id honoris & ſingularis veſtræ erga me benevolentiæ ſignum ſemper habiturum, & quantum in me eſt, modo non otium & adminicula me deſtituerint, nihil intermiſſurum, quod tendat ad ornamentum & incrementum veſtræ recens fundatæ Societatis; inprimis vero ad gloriam Auguſtiſſimi ipſius Fundatoris, cujus ſub Regiæ Majeſtatis auſpiciis & clementiſſimo patrocinio, novum hoc Muſis conditum delubrum longe lateque præ cæteris ut emineat, & floreat, ex animo voveo. Valete,

Dabam *Groningæ* 8. Octobris 1701.

EPISTOLA CXXIV.

BERNOULLII AD JABLONSKIUM.

Suas ad Societatem Berolinenſem litteras ipſi commendat.

Ad Dominum Jablonski Secretarium Regis & Regiæ Societatis Scientiarum Brandeburgicæ.

NOBILISSIME Vir.

ÆQUITAS poſtulat, ut Illuſtri Societati, pro honorifica 1701.
mei receptione, debitas referam gratias; litteras vero quas Octob.
hoc fine ad Eam ſcripſi, quaſque heic adjunctas vides, ad Te dirigendas cenſui; quippe quod muneris tui ratio facile ferre videbatur; idque ut facerem Ampliſſimus LEIBNITIUS mihi auctor quoque extitit. Vir hic, ut ex noviſſimis ipſius intellexi, nunc debet eſſe *Berolini*, rogo itaque ut alteras haſce adjectas

 ipſi

ipſi haud gravatim tradi cures. Ignoſce quæſo, quod prima ſtatim vice ſim moleſtus; offero viciſſim mea officia, utere illis pro lubitu, habebis me ſemper.

NOBILISSIME Vir.

Groningæ a. d. 8. Octobris 1701.

Tibi paratiſſimum & dedictiſſimum.

J. Bernoulli.

EPISTOLA CXXV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad Epiſt. CXXII.

Gratias agit pro Diplomate Societatis Berolinenſis. De novo Barometro ſuo. De Groningii *Hiſtoria Cycloidis. De phoſphoro mercuriali ſuo.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1701. Octob. Societatis Diploma miſſu Tuo accepi rectiſſime: quam gratum mihi fuerit videbis ex reſponſione ad Societatem. Non dubito quin Tua ex commendatione iſte honos mihi contigerit; gratias itaque etiam hoc nomine permagnas Tibi debeo & ago. Si quid novi ſubinde detexero, quod cum Societate communicari dignum putem, id libenter facturus ero. In phyſicis & experimentalibus non ſpernenda pollicerer, modo neceſſariis omnibus inſtructus eſſem. Adinveni nuper novam Barometri conſtruendi rationem facilem, quod variationes pro lubitu multiplicatas exhibet: Noſti Hugenium olim dediſſe ideam Barometri alicujus,

Digitized by Google

cujus, quod quidem variationes multo ſenſibiliores redderet quam 1701.
vulgaria; ſed præterquam quod illas non omnino quatuordecies Octobr.
multiplicet, quoties ſcilicet mercurius gravior eſt aqua; etiam hoc incommodi habet, inter alia plura, quod propter difficilem tuborum ſuorum ſtructuram ad praxim deduci non poſſit; nemoque quantum ſcio hactenus deduxerit. Meum vero caret hoc incommodo, conſtat enim tubis ordinariis, & tamen effectus quantumvis augeri poterit. Muschenbroeckius artifex *Leydenſis*, magna peritia & dexteritate pollens in conficiendis inſtrumentis, qui etiam ea quibus utor confecit, poſtquam ipſi meam inventionem aperuiſſem de novo hoc Barometro, reſcripſit mihi ſe, ſuperatis nonnullis exiguis difficultatibus, unum ad mentem meam feliciter paraſſe, monſtrans variationes ſexdecies majores ordinariis; ita ut ſi mercurius in ordinariis exempli gratia, uno pollice aſcendat deſcendatve, in hoc jam motus fiat per 16 pollices.

Penultimas Tuas quas ad Volderum ſcripſiſti, diu eſt quod curavi, ſed nihil adhuc reſponſi accepi. Poſtremas vero, cum adjunctis ad Oudinum & Baylium, quas nuperrime tantum accepi, poſtridie etiam dimiſi. . . . .

. . . .

Ad me nuper pervenit Groningii *Bibliotheca Univerſalis*, continens inter alia Hiſtoriam Cycloidis, quam Tibi lectam etiam non dubito: meo quidem judicio, feciſſet melius abſtinuiſſe a rebus quas non ſatis perſpectas habere ipſe monſtrat; ut enim nihil dicam de ſolæciſmis grammaticis, hæc hiſtoriola ita ſcripta apparebit cuilibet legenti & materiæ hujus gnaro, ut facile colligere poſſit ſcriptorem non inſignem fuiſſe Mathematicum; multa ſunt allata præter ordinem; multa omiſit non omittenda, & omittenda non omiſit; ita rerum bonarum nequidem delectum novit, ſed & nonnulla falſa retulit. Exempli gratiâ pag. 50. Epiſtolam in Pascalium aliosque Gallos acerbe ſcriptam tribuit Hugenio; cum tamen ejus auctor ſit Wallisius. Item quando poſtremorum circa Cycloïdem inventorum, quæ mihi ſoli debentur, tamen *Fratrem* meum participem facit; dum in-

Digitized by Google

1701. Octob. ventionem quadraturæ Zonarum Cycloïdalium, pag. 99. ipſi adſcribere videtur; quam tamen me primum inveniſſe conſtat ex ſchediaſmate de ſegmentis innumeris quadrabilibus Cycloïdis à me publicato; ubi ſimul nonnullarum Zonarum quadraturam exhibui, ex quibus jam totum myſterium ſatis patebat, ut parum vel nihil ſit, quod poſtea à *Fratre* meo fuit publicatum.(1) . . . . .

Quæ de Cycloïdibus protractis & contractis protulit nullius ſunt momenti; eas vero gaudere pariter ſegmentis & ſpatiis innumeris quadrabilibus (quod ante me nemo animadvertit, & quod in ſua Hiſtoria alicujus ponderis fuiſſet) alto tamen ſilentio præteriit, ut & quando eandem illam proprietatem demonſtravi haberi in Trochoidis ſeu Cycloidis ſocia, ille ne γρῦ quidem ea de re, ut ut ſatis eleganti, memoravit: Et quidem hæc ad Te ſcribere volui, ut GRONINGIUM, quem Tecum litteras commutare ſcio, moneas, ſi ita lubet, ut ſecundam partem hujus hiſtoriæ, quam meditari dicit paulo curatiorem edat, aut quod ſatius eſſet, penitus ſupprimat.

Ex Tuis intellexi, quod lagenula Phoſphorea ad Te incolumis pervenerit; mihi autem non ſcripſiſti, annon fuligenis aliquam ſpeciem obſervaveris lateribus vitri intetnis adhæreſcentem, prout mihi in aliqua accidiſſe, ab agitatione curſus, in poſtremis meis ſignificavi: nam ſi idem etiam in tua lagenula accidiſſet [quod tamen non credo, ob aliam jactationem equi quam currus] mirum

(1) Joh. BERNOULLII *Cycloidis primariæ ſegmenta innumera quadraturam recipientia, aliorumque ejuſdem ſpatiorum quadrabilium determinatio*, &c. A. E. 1699. Jul. 316. Mem. del'Ac. R. des Sc. de Paris 1699. p. 134.

Jac. BERNOULLI *Quadratura Zonarum Cycloidalium demonſtrata* A. E. 1699. ſept. p. 427. Opp. n. 92. p. 871. *Joh.* BERNOULLI *ad novas ſpatiorum Cycloidalium quadraturas, augmentum.* A. E. 1700. Jun. p. 266. Jac. BERNOULLI *quadratura Zonarum Cycloidalium promota* A. E. 1700. Dec. p. 551. Opp. n°. 95. p. 892. Joh. BERNOULLI *Multiſectio anguli vel arcus &c. inſerviens determinationi omnium Zonarum quadrabilium Cycloidis.* A. E. 1701. Apr. p. 170.

Hæc omnia habentur in Joh. BERN. Opp. T. I. Nis. LVIII. LIX. LX. LXI. & LXIX. p. 322. 336. 386. & ſeq.

rum non eſſet ſi vitrum a fuligine turbulentum lucis vivacitatem imminuit. Quod autem ſcribas, ſi tantillum moveatur lucere, etſi lux non ſit admodum vivida; indicium utique eſt in itinere nihil aëris in phialam irrepſiſſe; alias enim, ſi vel tantillum irrepſiſſet, lux vel omnino ſuffocata foret, vel nonniſi vehementiſſimis agitationibus appareret, & quidem ſcintillatim tantum, velut ex ſilice excuſſa; loco quod ſi phiala ab aëre bene vacuata eſt, lux, quæ apparet facile, etiam continua eſt, inſtar flammæ, & replet totam vitri cavitatem, ſed velim ut etiam ſcias in tam parvis vaſculis, quale Tibi unum miſi, lucem tam vividam non eſſe quam in majoribus; quid enim tam exigua copia argenti vividi efficere poſſet? Sunt mihi vaſa grandiora quorum lucis favore in tenebris commode digitos & litteras majuſculas diſtinguere poſſim. Cæterum, quod hi mei Phoſphori longum iter perferre poſſunt, hoc meam hujus lucis generationis explicationem mirifice confirmat; ſi enim illa proveniret a peculiaribus quibusdam particulis ignitis, in mercurio uno potius quam in alio natantibus, ut volunt nonnulli *Pariſienſes*; qui fit ut illa, a violenta itineris jactatione, non ſtatim diſſipentur; ſiquidem per poros vitri facilius elabi poſſent, quam ex poris mercurii, ut-pote longe anguſtioribus: adeo ut vel hinc pateat, lucem mei phoſphori dependere non a particulis quibuſdam permanentibus, ſed ab univerſali quadam materia, per poros mercurii, tanquam per cribrum, continuo fluentis. Hiſce vale & fave. 1701. Octobr.

Groningæ 8°. 8bris 1701.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo

Bernoulli.

P. S. Vidi in Diplomate meo mentionem fieri privilegiorum, & prærogativarum Sociis Societatis *Brandeburgicæ* conceſſarum; gratum eſſet intelligere quid ſint & in quo conſiſtant: Item, qualia habeat ſocietas ſtatuta & leges; optarem etiam Elenchum omnium Sociorum hactenus electorum.

EPIS-

EPISTOLA CXXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De ſcientiis, Hiſtoria naturali præſertim, promovendis. Nuntiat phoſphorum mercurialem Regi Reginæque oſtenſum. De novo Barometro. De GRONINGII *hiſtoria Cycloidis. De Hydracontiſteriis Batavis. Corporis naturam in extenſione ſitam non eſſe.*

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

1701. Decemb. EX quo accepi Tuas cum *Volderianis*, fere ſemper hæſi in Regia *Berolinenſi*, ita volente *Regina*, & a Fratre Electore impetrante. Equidem hoc modo ordinariæ occupationes meæ non parum interrumpuntur. Interim fortaſſe Reipublicæ litterariæ velificare nonnihil potui. Nam obtinui ut per ditiones Regis mandata dari debeant Medicis, annuas obſervationes conferendi ad Hiſtoriam anni Phyſico-Medicam, cujus egregium pro anno 1700 ſpecimen dedit Medicus Halenſis clariſſimus, *Fridericus* HOFMANNUS. Sed & quidam nobilis *Polonus* in graphica arte excellens, auſpiciis Regiis, a ſocietate ablegabitur in *Ruſſiam* obſervationibus Aſtronomicis & Phyſicis inſtituendis. Cumque pingat egregie, commendabitur Tzari, ut quemadmodum Regis, Reginæ & Regii Principis affert iconas, ita Tzaricæ Familiæ Regi referat.

Tuum Phoſphorum, vere, ut auguror, perpetuum, Regi & Reginæ ipſe oſtendi, habuitque plauſum ſpectantis Aulæ. Puto me effecturum, ut Rex gratum ſibi inventum aliquo honorario teſtetur: Id enim jam probavit primus Aulæ adminiſter, eumque in finem nomen Tuum juſſit annotari.

Libens intelligo novum Barometri genus a Te excogitatum, quod variationes pro lubitu multiplicet. Puto id a Te fieri in tubo ipſo,

Digitized by Google

ipſo, nec machinulis, ſed liquoribus: alioqui enim non igno- 1701.
rabis Hookium & alios, [imo jam ipſum Gerikum] ope Decemb.
rotularum aut cylindrorum pro lubitu multiplicare ſenſibilitatem diviſionum. In *Hugeniana* conſtructione eſt aliquid difficultatis. Interim cum neges Tibi conſtare in praxin fuiſſe traductam; non poſſum non ſignificare Hubinum *Lutetiæ Pariſiorum* Barometrum *Hugenianum* aliquoties elaboraſſe, ſucceſſumque non defuiſſe. Sed verum eſt multiplicationem eſſe limitatam, & dependere a proportione aquæ ad hydrargyrum.

Groningana Cycloidis Hiſtoria, ut a Viro ſcripta, qui argumentum ipſum non ſatis profunde excuſſit, movere Te admodum non debet. Suppeditaveram ipſi notitiam nonnullorum noviſſimorum, ſine quibus adhuc magis manca foret; ſed quædam tamen omiſit, vel non ſatis intellexit. Non diſſimulaveram totum ipſius inſtitutum mihi parum probari; neque enim tanti eſt lis inter *Italum* & *Gallum*; ut *Germanus* ejus hiſtoriam ſcribat; cum præſertim multo majoris momenti ſint poſtea detecta. Sed voluit ille Bibliothecam univerſalem edere, vel Codicem, [hæc enim nomina placebant] in quo eſſet de omnibus aliquid. Quæ de jure gentium miratur, vel in Libro, vel in ſuis ad me Litteris, mihi non valde ſatisfaciunt; plerique hodie volunt Libros ſcribere, nullo in eos tempore aut labore impenſo: ſed ita Reipublicæ parum proſunt, plerumque etiam ſibi. Diu nihil a Groningio vidi: occaſione data monebo quæ mones. . . . . . .
. . . .

Aiunt neſcio quid innovatum ab annis pauculis eſſe in Hydracontiſteriis Batavis per Tubos flexiles vim exerentibus contra incendia. De eo peto ut inquiras; & quid hoc rei ſit mihi ſignifices.

Inter præjudicia acutiſſimi Volderi noſtri, non minimum eſt quod extenſionem concipit, ut quiddam primitivum, quod faciat corporis eſſentiam; cum extenſio nihil aliud menti ingerat quam diffuſionem quandam [ſeu continuam repetitionem] alicujus communis naturæ per plura coexiſtentia; quænam autem ſit illa natura non exprimat, ſed præſupponat: unde extenſio rela-

Digitized by Google

tivum quiddam eſt, non abſolutum; & ipſa natura ſubſtantiæ corporeæ, quæ ſcilicet diffundi intelligitur, eſt quiddam extenſione anterius.

Hoc ei, ni fallor, jam in ſuperioribus indicavi; ita tamen ut non ſatis eo animum attenderit: nunc autem non repetivi, ſed confirmavi. Quod ſi Tibi ea in re ſatisfacio, commode ipſi quoque auxilio eris in hoc melius intelligendo. Vale in annum novum alioſque multos, & me ama.

Dabam *Berolini* 27. Decembris 1701.

Deditiſſimus.

Godefridus Gulielmus LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXXVII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Varia mittit. De Barometro, & Phoſphoro ſuis. De vitris Tſchirnhauſianis, *& de ratione quadam ſingulari ſpecula cauſtica conficiendi. De Machinis hydraulicis. De extenſione & corporis natura.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1702. Januar. CUM neſciverim an Litteras meas, ſub inſcriptione ad Dominum JABLONSKI, certe acceperis, ſcripta hæc *Varignoniana*, jam ab aliquot hebdomadis mihi accepta, nolui dimittere, antequam de traditione mearum ſecurus eſſem: quod cum factum ſit per noviſſimas Tuas 27 Decembris datas; Ecce nunc ſcriptorum variorum faſciculum, quæ vel una, vel partitis vicibus, mihi remittes: adjecta ſunt iis, ut vides, Litteræ, quas Dominus VARIGNONIUS ad Te ſcripſit; cui ſi ipſe reſponde-

Digitized by Google

re volueris, poteris ad me dirigere litteras; promptus ero in curando. 1702. Januar.

In quo conſiſtat novi mei Barometri inventio diſces ex litteris Muschembroeckii Artificis *Leydenſis* ad me datis: Videbis ſtructuram haud valde eſſe compoſitam, duobus quippe tubis, verticali uno, & ampliori, horizontali altero & graciliori, totum negotium abſolventibus. Quod Gerikius, Hookius, & alii, multiplicatas Barometri variationes tentaverint per rotulas, cylindrulos, aliaſque machinulas, non equidem ignoro, ſed ignoro an in praxi ullum effectum habuerint; hujuſmodi enim machinulæ ob frictionem, aliaque materiæ incommoda, non prima ſtatim aëris mutatione moveri poſſunt, ſed collectis demum ſucceſſive pluribus mutati aëris gradibus, machinulæ una vice, & quaſi per ſaltum, ſuperata frictione, moventur; adeo ut tantum abſit, ut hujuſmodi Barometra per machinulas inſenſibiles variationes indicare poſſint, ut potius ſenſibiliores etiam diſſimulent. Meum vero Barometrum, cum per liquorem ipſum variationes oſtendat, huic incommodo non eſt obnoxium. Cum *Lutetiæ* eſſem, nunquam audivi Hubinum elaboraſſe Barometrum *Hugenianum*; ſed concedes, puto, quod, præter limitatam effectus multiplicationem, & difficilem tuborum ſtructuram eorumque adimpletionem, non facile etiam contrectari, multo minus tranſportari poſſit, id quod pretium ejus multum imminuit.

Quod Phoſphorus meus ſpectantis Aulæ plauſum habuerit, valde lætus intellexi. Quod vero dignus fuerit æſtimatus, qui ipſius Regis & Reginæ oculos in ſe converteret, id quidem magno honori mihi duco. . . . .
. . . .
Sed non poſſum non dolere ſimul, quod Phoſphorus, quem Tibi miſi, ille ſit quem, inter plures quos in parato habeo, ſelegi propter parvitatem molis, ut commode per curſorem publicum poſſet tranſmitti; adeoque, ut verum fatear, inter omnes reliquos minimum ſplendet, ob modicam nimis mercurii incluſi quantitatem. Quis autem cogitaſſet Te levidenſe illud Phoſphori vaſculum, quod Tibi ſoli miſi, ut inventi veritatem videres,

1702. Januar. poſtea córam Rege, Regina, & Aula producturum. Id ſi mihi prædixiſſes, paraſſem Tibi Phoſphori exemplar in majori & elegantiori forma.

In litteris Tuis ad Cl. VOLDERUM, dicis TSCHIRNHAUSIUM moliri etiam vitra Teleſcopiorum longe porrigentium, qualia HARTSOEKERUS elaborat: id ego neſciveram; putabam enim illum verſari tantum in vitris cauſticis conficiendis, quorum crebro mentionem facit in *Act. Erud.* & alibi. Hac occaſione dicam [quod nondum feciſſem] me moliri novam aliquam ſpeciem ſpeculi cauſtici, levi pretio & labore parabilis, etiam ſub forma ingenti, a quo non minorem effectum mihi polliceor quam ab ordinariis ex chalybe, aliove metallo factis; perſcribam ſucceſſum quam-primum paravero. . . . .
. . . .

Machinæ illæ hydraulicæ contra incendia, quas dicis in uſu eſſe apud Batavos, & inſtructas tubis flexibilibus, forte nihil ſingulare habent. Nam hujuſmodi jam vidi olim *Genevæ*: erat autem illa, uti ordinaria; ſcilicet conſtabat magno receptaculo, quod in anteriore parte habebat duos cylindros, in quibus emboli alternatim aſcendebant & deſcendebant, ut hoc modo aqua radio continuo exprimeretur, & quidem per longum tubum coriaceum inſtar inteſtini, quem homo aliquis, apprehendens in anteriore parte, ſecum ferebat in ſumma ædium vel tectorum, & orificium ejus aquam continuo evomens verſus angulos & receſſus dirigebat, ut hoc pacto ſuccurreret ubicunque neceſſitas poſtularet: Inquiram interim an Syringes *Batavorum* aliquid ſingularius habeant; quo caſu delineationem fieri curabo, quam mittam.

Dimittam hodie Litteras quas dediſti ad VOLDERUM, una cum adjectis ad Dominum OUDINUM & BAYLIUM: meo utique non indiges conſilio, ad mentem Tuam Cl. VOLDERO intelligibiliorem reddendam; niſi velis me facem Soli accendere. Video ipſum notionem habere ſubſtantiæ a Tua multum diverſam; verum etiam eſt, quod extenſionem habeat per primitivam corporis eſſentiam: Tu vero dicis eam eſſe tantum relativum quid, &

& ſupponere communem aliquam naturam per plura coexiſtentia. In quonam autem illa communis natura corporis conſiſtat, dicit ille ſe non poſſe concipere, & a Te procul-dubio deſiderabit claram & diſtinctam ideam; ut & Tuam nunc definitionem ſubſtantiæ, quam, ni fallor, promiſeras, ſi ſuam prius dederit. Quod ſupereſt Tibi viciſſim in novum hunc annum & in longam ſequentium ſeriem omnia fauſta & felicia ex animo apprecor. Vale & Fave.

Groningæ 14. Januar. 1702.

Amplitudinis Tuæ Devotiſſimo.

J. Bernoulli.

P. S. Rogo ut *Varignoniana* quantocius mihi remittas, quoniam ad ea reſpondere debeo; nam nondum reſpondi.

EPISTOLA CXXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De litteris Varignonii, *ejuſque cum* Rollio *controverſia. De Barometro portatili. De Speculis cauſticis. De* Menckenii *morbo. De phoſphoro mercuriali.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

Litteræ, quas ad me dediſti, cum incluſis *Varignonianis* & *Muſchenbroekianis*, *Berolini* me non invenere: jam enim diſceſſeram cum Regina: itaque illinc ad me huc miſſæ, & heri demum redditæ. Nolui itaque differre reſponſum; etſi brevitas 1702. Februar.

1702. Februar. temporis, & diſtractiones per abſentiam diuturnam accumulatæ non patiantur ut rimari poſſim attentius quæ Cl. VARIGNONIUS noſter Adverſario reſpondet, & quæ Tibi perpenſa non dubito. Litteris ejus reſpondeo, ut vides (1), nec video qua alia commodiore ratione poſſim, ne tricis metaphyſicis fruſtra implicemur. In Tua tamen, atque illius poteſtate [quod ipſi ſignificare potes] utrum velitis communicari aliis quæ ſcripſi; nam ſi quid ineſſe putatis, quibus abuti poſſint alii, ſuffecerit notationes veſtras mihi communicari, ut, quouſque ſalva veritate videbor poſſe, locutiones meas accommodem ſenſis veſtris.

Peringenioſa eſt Tua Barometri conſtructio, nec inutilis: cogitavi aliquando de Barometro portatili, quod includi thecula, in horologii forma, poſſet; ſed mercurio caret, & ejus officio fungitur follis, quem pondus aëris comprimere conatur, elaſtro aliquo chalybeo reſiſtente. *Hugenianum* ipſe in HUGENII muſæo vidi.

Pro ſpeculis cauſticis, aliiſque majoribus ad urendum, alioſve uſus comparatis, quidam Scrinarius artifex *Dreſdæ* non male adhibuit lignum folio auri obductum & politum. Eo coquit ova, aliaque idgenus præſtat. Pro vitris ingentibus putem commode adhiberi cavas tabulas vitreas conjungendas, medium replendo liquore. Ita enim longius quam ulla alia ratione iri poteſt.

Intellexi non ſine dolore, Dominum MENKENIUM, Symptomate aliquo gravi nervoſum genus invadente, paralytico, neſcio an apoplectico laboraſſe; ſed reſtitutum ſpero, & malum fuiſſe minus grave quam ferebatur.

Cum Phoſphorum a Te acciperem, neuter noſtrum de demonſtratione *Berolinenſi* cogitabat. Præſtat aliquid monſtrare ipſa re, quam multa explicare verbis. Sed brevitas temporis nunc abrumpere jubet. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 3. Februarii 1702.

Deditiſſimus.

Reſponſio deeſt. *G. G.* LEIBNITIUS.

EPIS-

(1) *Credibile eſt hanc eſſe Epiſtolam, quæ inſerta eſt* Diario Erud. 1702. 12. Journal, du 20. Mars.

Digitized by Google

EPISTOLA CXXIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De litteris ſuis ad Varignonium. *De Barometro portatili. De ſpeculis cauſticis. De inventis* Tſchirnhauſianis, *ejuſque vitris. De Sectionibus angularibus. Varia.*

Demonstratio Multi-Sectionis Angularis.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

Varignonianas ad Te miſſas, & a Te mihi communicatas, cum gratiarum actione remitto, & cum eæ occaſionem mihi dediſſent relegendi mearum ad Dominum Varignonium Litterarum Gallice ſcriptarum exemplum, animadverti me alicubi non ſatis emendate in illis locutum. Itaque bina loca correxi, idque ipſi, Epiſtola altera *Lutetiam* recta miſſa, ſignificavi mature, ut ſi nondum edita eſt prior, corrigatur: ad edendum enim ſcripta non erat (2). 1702. April.

Follis qui aërem ſufficienter excludat, fieri credo poterit ope veſicæ. Ita commode credo habebimus Barometrum portatile inſtar horologii. Corium nondum ita munire potui, ut aëri pervium non ſit; quanquam id multas ob utilitates poſſe valde vellem. Et credo eſſe artifices qui poſſideant hanc artem; nam paſſim memorantur culcitæ nonniſi aëre ſuffertæ, etſi videre eas nondum mihi contigerit. Cæterum etſi corium pro Barometro non facile ſufficere poſſe putem, ubi nimirum perpetua aëris coercitione opus eſt, vellem id ſaltem conſequi poſſe ut in 24 horas inflata ex corio culcita novo ſufflamine non indigeret. Cogi-

(2) *Videatur Epiſtola precedens.*

1702. April. Cogitavi aliquando, an non pelles animalium marinorum vicem corii terreſtrium in hunc uſum præſtarent.

Specula lignea primus, quod conſtet, invenit Faber quidam lignarius, an Tornator *Dreſdenſis*, ſed Tua ratio pro foliis metallicis plumbagine obducendis nova eſt & elegans. Vidi ipſe Libros compactos, ita ut plumbago, pro auro argentoque, foliorum chartæ terminationes, ſive quod vulgo ſectionem vocant, ornaret non minus ſplendide atque eleganter: Librum *Guillelmus* PENN Tremulorum *Angliæ* Coryphæus miſerat, apparebatque frugalitatem cum elegantia conciliare voluiſſe. . . . .

. . . .

Ex *Novellis Reipublicæ Litterariæ* nuperis, (3), quas Tibi quoque lectas puto, didici, quædam a Domino TSCHIRNHAUSIO *Lutetiæ* acta, quorum ipſe me participem non fecit, neſcio an aliquid de ea re ad Te Dominus VARIGNONIUS? Quod ſi is quoque ſiluit, miror ego nimias & fruſtraneas cautiones. Cur enim apud amicos diſſimulat, quæ mox loquatur Diarium? Mentionem id facit duarum Propoſitionum Academiæ Regiæ exhibitarum, quarum una ſit de perfectione lentium, alterius neſcio an ſenſum ſatis aſſequar, qui eo videtur tendere, ut in data curva duo exhibeantur arcus, quorum differentia ſit menſurabilis. Id ſi aſſecutus eſſet, rem præſtiterit non contemnendam; ſed vereor ut ſit poſſibilis: ni fallor enim, etſi curva parabolica non ſit proportionalis Logarithmis, vel areis Hyperbolicis eos exprimentibus, exhibui tamen olim curvam ordinariam arcus habentem Logarithmis proportionales. An ergo ſpes eſt duarum arearum hyperbolicarum Logarithmis proportionalium haberi poſſe differentiam? Mihi id ſane perdifficile videtur. Differentia enim Logarithmorum eſt Logarithmus rationis numerorum.

Cum nuper hac tranſiret Rex *Pruſſiæ*, Conſiliarium ejus Libellorum ſupplicum Magiſtrum hortatus ſum, ut Phoſphori Tui, quem Regi oſtenderam, data occaſione meminiſſe vellet; quod etiam ſe facturum promiſit. Cogitavi poſſe aliquando ope ejus ex vitro

(3) Avril. 1702. pag. 466.

vitro cavo confici aliquid inſtar ſceptri, aut Coronæ, quod a machinamento quodam obtecto continue agitatum ſemper luceat. 1702. April.

Quænam, quæſo, illa eſt multiſectio angulorum pro numeris irrationalibus, cujus demonſtrationem Dominus Varignonius a Te petit (1)?

Pene eſt, cur idem faciam quod Varignonius, id eſt querar, quod tamdiu me Tuas præclaras cogitationes [quarum multas domi Tuæ naſci in dies non dubito] vis ignorare; ita ut plerumque quæ facis, demum ex Diariis vel aliunde diſcam. Quorſum evaſit Dominus Hermannus? Diu nihil de Nieuwentiitio audivimus.

Nova Reipublicæ Litterariæ ibidem de ſpeculo loquuntur vitreo, quod Dominus Tschirnausius Academiæ Regiæ vendiderit. Sed ego puto, pro ſpeculo potius vitrum cauſticum eſſe intelligendum. Diu enim eſt, quod ipſe dixit, ſe ſe hæc vitra ſpeculis præferre; & fateor ope vitrorum commodius experimenta fieri poſſe: Interim tamen nec ſpecula ſunt contemnenda, præſertim ſi magna, admodum commodius quam lentes, parari poſſint.

Exige quæſo a Domino Varignonio, ut ſubinde ad Te ſcribat Nova litteraria; præſertim ad Phyſicam & Matheſin pertinentia; & inter alia explicet, quid a Domino Tschirnhauſio ſit actum. Quod ſupereſt, vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 20. Aprilis 1702.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

(1) *Reſponſum quære in Schediaſmate quod hanc Epiſtolam ſequitur.*

Digitized by Google

1702. April.

DEMONSTRATIO.

Multiſectionis angularis in ratione, ſive ſurda, ſive numerica, data, inſerta. Act. Erud. Lipſ. 1701. m. April. *Auctore* Joh BERNOULLIO.

Vide Opp. Tom. I. N°. LXIX. pag. 386.

LEMMA I.

Rectangulum, ſub diagonalibus trapezii cujuſcunque circulo inſcripti, eſt æquale ſummæ rectangulorum ſub lateribus oppoſitis.

Demonſtratio hujus ſatis nota eſt, & paſſim habetur in Trigonometricis.

LEMMA II.

TA. XVII *Si* (Fig. 96.) *in ſemicirculo* ADB, *duo habeantur arcus æquales* AC, DE, *quorum ille diametro ſit contiguus, alter ubicunque ſumtus; ducanturque ſubtenſæ* CB, DB, EB, *ut &* CA, DA, EA: *dico rectang. ſub* DB *&* CB *minus rectang. ſub* AC *&* AD, *fore æquale rectangulo ſub* AB *&* EB.

DEMONSTRATIO.

Ob ſimilia Triang. ACF, BDA, erit AC : CF = BD : AD, & AC in AD = BD in CF; iterumque ob ſimilia Triang. BDA, BEF, erit AB : BD = BF : BE, & AB in BE = BD in BF = BD in BC — BD in CF = BD in BC — AC in AD. *Q. E. D.*

LEMMA III.

Poſitis iiſdem, dico fore rectang. ſub BD *&* AC *plus rectang. ſub* BC *&* AD *æquale rectang. ſub* AB *&* AE.

DEMONS-

Demonstratio.

Conjungantur puncta C, D, per rectam CD, quæ parallela erit ipſi AE, & ducatur DG parallela ipſi AC, quæ etiam ipſi AC vel DE erit æqualis, adeoque, ducto radio OD, erit Triang. OBD ſimile Triangulo GDE, ob angulos OBD & DEG eidem arcui inſiſtentes æquales. Hinc OB : DB = DG : GE, & OB in GE = DB in DG, & ſumendo utrimque duplum, AB in GE = DB in AC + DB in AC; addendo utrinque AB in AG vel CD, erit AB in AE = DB in AC + DB in AC + AB in CD. Eſt autem per Lem. I, DB in AC + AB in CD = BC in AD. Ergo AB in AE = DB in AC + BC in AD. *Q. E. D.*

Demonstratio.

Formulæ Sectionis angularis.

Hiſce præmiſſis, res ita peragitur. Eſto diameter $AB = 1$; ſubtenſa $AC = x$, adeoque $BC = \sqrt{(1 - xx)} =$ (brev. gr.) y, ſubtenſa $AE = a$, adeoque $BE = \sqrt{(1 - aa)} =$ (brev. gr.) b.

Ponantur primo arcus AC, DE contigui, evaneſcente intermedio CD, ita ut arcus AE ſit duplus ipſius AC; quo caſu rectæ AD, AC, ut & BD, BC coincidunt: adeoque, per Lem. 2; erit $yy - xx = b$, & per Lem. 3. $2xy = a$. Ponatur nunc arcus intermedius CD æqualis ipſi AC vel DE, ita ut arcus AE ſit triplus arcus AC: ergo, per præced: caſ. erit $yy - xx = BD$, & $2xy = AD$. Hinc, per Lem. 2; $y^3 - 3xxy = b$, & per Lem. 3, $3xyy - x^3 = a$. Si nunc ponatur arcus intermedius CD æqualis duobus arcubus AC, ita ut arcus AE fiat quadruplus ipſius AC; ergo, per 2[um]. caſ., erit $y^3 - 3xxy = BD$, & $3xyy - x^3 = AD$. Hinc, per Lem. 2. $y^4 - 6x^2y^2 + x^4 = b$, & per Lem. 3[m] $4xy^3 - 4x^3y = a$. Porro, ſi arcus intermedius CD æqualis ſtatuatur tri-

plici

plici arcui A C, ita ut arcus A E evadat quintuplus ipſius A C, ergo, per 3^{m}. Caſum, erit $y^4 - 6x^2y^2 + x^4 = BD$, & $4xy^3 - 4x^3y = AD$. Hinc, per Lem. 2^{m}. $v^5 - 10x^2y^3 + 5x^4y = b$, &, per Lem. 3. $5xy^4 - 10x^3yy + x^5 = a$, & ita quouſque libet facile continuabitur: Ubi hæc elegans progreſſionis generatio conſpicitur; ſcil. ſumta poteſtate ipſius $y + x$, cujus exponens ſit numerus quo arcus A E continet arcum AC, erit illius poteſtatis terminus primus, minus tertio, plus quinto, minus ſeptimo, plus nono, &c. $= b$, & terminus ſecundus, minus quarto, plus ſexto, minus octavo, plus decimo &c. $= a$. Quandoquidem igitur ſumto numero poteſtatis indefinito n, ſive fracto, ſive integro, ſive ſurdo, ſive rationali, erit, ut olim oſtendimus & nunc ſatis notum, $(y + x)^n = y^n + \frac{n}{1} y^{n-1} x + \frac{n.\,n-1}{1.\,2} y^{n-2} x^2 + \frac{n.\,n-1.\,n-2}{1.\,2.\,3} y^{n-3} x^3 + \frac{n.\,n-1.\,n-2.\,n-3}{1.\,2.\,3.\,4} y^{n-4} x^4 +$ &c. Ergo patet, ſi A E ſit ad A C ut n ad 1, haberi, pro indefinita ſectione angulari hanc progreſſionem univerſaliſſimam, $b = y^n - \frac{n.\,n-1}{1.\,2} y^{n-2} x^2 + \frac{n.\,n-1.\,n-2.\,n-3}{1.\,2.\,3.\,4} y^{n-4} x^4 - \frac{n.\,n-1.\,n-2.\,n-3.\,n-4.\,n-5}{1.\,2.\,3.\,4.\,5.\,6} y^{n-6} x^6 +$ &c, vel etiam $a = \frac{n}{1} y^{n-1} x - \frac{n.\,n-1.\,n-2.}{1.\,2.\,3} y^{n-3} x^3 + \frac{n.\,n-1.\,n-2.\,n-3.\,n-4}{1.\,2.\,3.\,4.\,5} y^{n-5} x^5 -$ &c. quæ duæ progreſſiones omnes æquationes finitas poſſibiles complectuntur pro quovis numero n integro, ſive pari, ſive impari; hiſce enim in caſibus abrumpuntur ſemper progreſſiones; in reliquis autem abeunt in infinitum. Hinc patent quæ in *Actis* diximus de hac materia.

EPIS-

EPISTOLA CXXX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De ſua cum BAYLIO *controverſia. De* GRONINGII *recenſionibus litterariis*

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

QUÆ nuper ad Te, pariter & eximium virum VOLDERUM noſtrum ſcripſi, reddita Tibi eſſe non dubito. 1702. Maii

Accepi noviſſime Dictionarii *Bayliani* alteram editionem, in qua (2) eſt replicatio quædam ad ea quæ prioribus reſpondi, ſed plena officii & humanitatis. In eo ſum ut viciſſim aliquid reponam. (3) nam & ipſe Author ad hæc invitat. Id Tibi, & per Te VOLDERO mittam, ut per vos ad Cl. BAYLIUM perveniat. Renovat etiam [in v. ZENO] quæ GOUYUS *Jeſuita* in *Trevirenſi Diario* Domino *Marchioni* HOSPITALIO objecit. Nam Author Dictionarii inclinat, ut ſcis, ad Pyrrhoniſmum, facileque arripit argumenta dubitandi.

Cl GRONINGIUS, quem noſti, novas quaſdam recenſiones litterarias dare aggreſſus eſt, partemque ſpeciminis mihi inſcripſit. Reſpondi, & hortatus ſum ut ne ſuperficiem tantum lambat ſcriptorum, ſed in corpus ipſum penetret.

Memini Te mihi aliquando ſcribere eſſe aliqua ſupplenda in Hiſtoria Cycloidis, quam dederat: ea ſi ſcribas, qualia eſſe velis, mittam ad ipſum; commode enim inſerere poterit ſuo illi faſciculo, qui per intervalla prodire debet. Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 29. Maii 1702.

Deditiſſimus.

Reſponſio deeſt. *G. G.* LEIBNITIUS.

(2) *Voce* RORARIUS.

(3) *Reſponſio hæc habetur*, Hiſtoire Critique de la République des Lettres, Tom. 2. p. 78. *atque etiam* Recueil de diverſes piéces, &c. par Mrs. LEIBNITZ, CLARKE &c. Tom. II. pag. 389.

EPISTOLA CXXXI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De ROLLII *refutatione & inventis* Tchirnhauſianis. *De Barometro portatili. De quibuſdam Problem.* Bernoullianis. *De integrandis differentialibus rationalibus Methodus* Leibnitiana. *De reducendis quadraturis irrationalibus ad rationales. Varia.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1702. Jun. GRATIAS ago, quod litteras *Varignonianas* mecum communicaſti, quas ſtatim remitto. Vellem & ipſe refutationem ROLLII latine inſeri *Actis Lipſienſibus*.

Etſi Dominus TSCHIRNHAUSIUS nullas demonſtrationes communicaverit Academiæ ſcientiarum Regiæ; vellem tamen ſaltem diſcere poſſemus Propoſitiones quas ſe inveniſſe dixit. Unam invenies in *Novis Reipublicæ Litterariæ* (1) a BERNARDO editis [ubi de vitro ejus cauſtico in *Gallia* vendito mentio eſt,] quæ mihi ad id quod nuper ſcripſi redire videbatur.

Barometri portatilis cauſa follem clauſum potius quam embolum ideo adhibui, quia frictione continua mox corium, vel quod ejus loco eſt, atteritur; ita ut variet reſiſtentiæ motusque facilitas; donec tandem aër plane interlabatur; & cum reparetur clauſura [quam reparationem in Anthliis artifices vocant *Die Lindnkûng*] initio ſemper major eſt difficultas, quæ diminuitur temporis tractu. Follem autem vellem adhiberi metallicum, in quo plicæ a chalybeis laminis ſuppeditentur. Ita ceſſabunt quæ metuis. Interea tentamenta fieri poſſunt in follibus coriaceis vel membranaceis.

Gratum

(1) 1702. *Avril*, *pag.* 466.

Gratum eſt quod Domino VARIGNONIO communicata etiam 1702.
ad me pervenire jam pateris. (1) An unquam, ut innuis, ſi- Jun.
gnificavi mihi moleſtas eſſe has communicationes. Si veniam aliquando petivi, quod, vel otio, vel priſtina animi alacritate deſtitutus, Tibi commode ſatisfacere aut vacare pro dignitate novis meditationibus non potui; an ideo ſequitur eas a me ſperni, aut non libenter cognoſci. Interim etſi in novis ſim tardior, tamen puto me ex olim mihi repertis poſſe ſatisfacere pleriſque Tuis ſane egregiis Problematibus & aliis non paulo adhuc generalioribus.

Pri-

(1) Hæc habes in adjuncto P. S. Epiſtolæ ad Cel. VARIGNONIUM datæ a d. 6. Maii. 1702. hic latine verſo.

P. S. Ne vacua ſit hæc pagina, Problemata quædam digna ad quæ attendas, ſubjungam.

1. *Invenire curvam algebraïcam, quæ cum dato arcu circuli ſit rectificabilis*

2. *Invenire curvam algebraïcam, cujus arcus ſint ſegmentis Circuli proportionales*

3. *Curvas parabolicas & hyperbolicas cujuſcunque gradus transformare in alias curvas algebraïcas, ſic ut iſtarum arcus illarum arcubus ſint æquales.*

4. *Dati polynomii ad datam poteſtatem elevati, v. g. trinomii ad vigeſimam poteſtatem elevati* $(a+b+c)^{20}$, *maximum terminum invenire.*

5. *Data progreſſionis numerorum naturalium ad potentiam quamlibet elevatorum, v. gr.* $1^7+2^7+3^7+4^7 .. +100^7$, *ſummam facili calculo invenire.*

6. *Datæ quantitatis differentialis* $p\,dx:q$ [*ubi p & q ſint quantitates rationales quomodocunque datæ per x & conſtantes*] *integralem exhibere, conceſſis ſaltem Circuli & Hyperbolæ quadraturis: id enim ſemper poteſt fieri: & in eo conſiſtit magnum myſterium quadraturarum, rectificationum & reductionum ad ſpatia circularia & hyperbolica; quod ſemper fuit in deſideratis.*

Horum omnium ſolutiones habeo, ſed iſtud, leve ut videtur, me etiamnum vexat.

7. *Datis duobus numeris m & n, quadratum xx invenire quod ipſis additum efficiat duo quadrata* $m+xx$, $n+xx$.

De tribus prioribus, vide Opp. Tom IV. N°. CLXIV. pag. 92. & ſeq. *De quarto* Tom. IV. N°. CLIII. p. 25. *De quinto* Tom. IV. N°. CLI. pag. 16. De *ſexto* Acta Erud. 1703. Janv. p. 26. *vel* Memoires de l'Ac. R. des Sc. 1702. p. 289. *vel* Opp. Tom. I. N°. LXX. p. 393.

Digitized by Google

1702. Jun. Primum, ſecundum, tertium in poteſtate habeo. Quartum non ſatis intelligo; quid ſcilicet voces maximum terminum. Puto in ipſo & in quinto compendia quædam pulchra ſuccurriſſe tibi, qualia magni-facere ſoleo, etiam cum aliter [ſed prolixius] res haberi poteſt. Itaque pergrata erit ſolutio.

Sextum Problema non tantum habeo, ſed etiam ita habeo, ut jam a primis meæ Geometriæ altioris annis mihi fuerit conſtitutum, tanquam *Scientiæ infiniti* meæ, analyſeoſque adeo ſummatoriæ pars non parva. Et ſperabam proſequi ſatis, inque id tempus editionem diſtuleram, ut aliquid meæ *Scientiæ infiniti* ſervarem. Sed cum videam quam multa alia mihi ſuperſint agenda, & quam non debeam a me ſperare, in quibus prolixiuſculi calculi deſiderantur; non ita pridem decreveram publicare hoc quoque artificium, inque id expedieram breve ſchediaſma (1) aliis excitandis. Unde hæc accipe, cum nemo melius uti poſſit.

Nempe dudum inveni Analyſin omnium Quadraturarum rationalium, uti appellare ſoleo, quæ, ut verbo dicam, nititur diviſoribus formulæ cujuſque rationalis unicam indeterminatam continentis. Qua ratione fractio omnis denominatoris compoſiti poteſt reſolvi in aliquot fractiones rationales nominatorum ſimpliciorum. Eſto fractio $1 : (xx +. x +.)$, vel $1 : (x^3 +. x^2 +. x +..)$, vel $1 : (x^4 +.. x^3 +.. x^2 +. x +.)$ &c. talis denominatoris radices vel diviſores ſunto l, m; vel l, m, n; vel l, m, n, p, & ita porro, poſito $l = x + b$, $m = x + c$, $n = x + d$, $p = x + e$, &c. ubi nihil refert, determinatæ ſeu conſtantes b, c, d, e, &c. ſintne rationales an irrationales, Analyſis enim noſtra ſuperior inferiorem, nempe reſolutionem formularum in diviſores, quæ eadem eſt cum reſolutione æquationum in radices ſupponit.

His poſitis hanc reperi regulam, $1 : lm = 1 : l(c - b) + 1 : m(b - c)$ & $1 : lmn = 1 : l(c - b).(d - b) + 1 : m(b - c)(d - c) + 1 : n.(b - d).(c - d)$, & $1 : lmnp = 1 : l(c - b).(d - b).(e - b) + 1 : m(b - c)(d - c)(e - c) + 1 : n$

(1) *Id vero prodiit* Act. Erud. 1702. Mai. p. 210. & 1703. Janu. p. 19

$+1:n(b-d)(c-d).(e-d)+1:p(b-e).(c-e)$ 1702.
$(d-e)$, &c. ita porro. Jun.

Fractiones autem, quarum numerator non eſt unitas vel conſtans, ſed aliqua formula rationalis ex potentiis ipſius x conflata, veluti $(\alpha+\beta x+\gamma xx):lmnp$, reſolvi poteſt in tot fractiones quot membra habet numerator, ut $\alpha:lmnp+\beta x:lmnp+\gamma xx:lmnp$, & harum quælibet rurſus reſolvi poterit in fractiones ſimplicis denominatoris, hoc modo. $\alpha:lmnpq..$ jam eſt reſoluta, $x:lmnpq..$ eſt $=1:mnpq..-b:lmnpq..$, & $xx:lmnpq..=1:npq..-(b+c):mnpq..+bb:lmnpq..$ & $x^3:lmnpq..=1:pq..-(b+c+d):npq..+(bc+bb+cc):mnpq..$ $b^3:lmnpq..$ & eodem modo $x^4:lmnpq..=1:q..-(b+c+d+e):pq..+(bc+bd+cd+bb+cc+dd):npq.-(bbc+bcc+-b^3+c^3):mnpq..+b^4:lmnpq..$ & ita porro.

Quæ omnes fractiones in valoribus, cum numeratores habeant conſtantes, rurſus in ſimplices reſolvi poſſunt, modo oſtenſo; habemus ergo omnium fractionum rationalium reductiones ad has $1:l$, $1:m$, $1:n$, vel $1:(x+b)$, $1:(x+c)$, $1:(x+d)$, &c. Sed quia interdum radices formularum ſunt imaginariæ; hinc pro diviſore aſſumi poteſt factum ex ipſis reale. Verbi gratia, ſi inter diviſores ſimplices ſunt duo $1:(x+\surd-1)$, & $1:(x-\surd-1)$, adhiberi poteſt factum ex ipſis $1:(xx+1)$, & ſi adeſſent $1:(xx+\surd-1)$ & $1:(xx-\surd-1)$; adhiberi poteſt $1:(x^4+1)$. Itaque licet non poſſit reduci res ad quadraturam Hyperbolæ, cum diviſor eſt $1:(xx+1)$, quia hujus formulæ $xx+1$ radices ſunt imaginariæ, res tamen reduci poteſt ad aliam ſimplicem quadraturam. Nam, ut olim inveni primus cum meam quadraturam Arithmeticam darem, $1:(xx+1)$ ſummatur per quadraturam Circuli, & vice verſa.

Sed latet in his arcanum adhuc majus. Quoniam, ut olim etiam inveni in æquationibus & calculo ſingulari comprobavi, poſſunt imaginariæ non minus quam reales in Analyſi æquationum recte & utiliter adhiberi; ideo idem feci etiam in Analyſi Tetragoniſtica, & quadraturas rationales reduxi ad Logarithmos, vel

1702. Jun.

veros, vel imaginarios, ipſamque adeo Circuli quadraturam, non una ratione. Eaque ratione expreſſiones tranſcendentes ſummatorias, ſeu quadratorias, transfero ad exponentiales, quæ maxima eſt perfectio Analyſeos Tranſcendentis. Nam quæ in calculo ſummatorio vel differentiali incognitæ exhibentur non poſſunt ex eo tolli. Licet enim incognitam quæſitam determinet curvarum duarum Tranſcendentium, vel Tranſcendentis & ordinariæ interſectio, non tamen ideo analytice deſcendi poteſt ad valores ſpecialium incognitarum. Exempli gratia, ſit $\int\surd(aa+xx)dx = ax+yy$, & $\int\surd(aa+yy)dy = \int\surd(az+zz)dz+ab$ & $\int\surd(ab+zz)dz = ax$; patet nullam incognitarum poſſe tolli. Licet enim $x = \int\surd(ab+zz)dz : a$ poſſet ſubſtitui in $\surd(aa+xx)$, & in ax; tamen non poteſt ſubſtitui in dx. Id enim ſuccedit tantum, cum loca ſe tangunt, non vero cum ſe ſecant. At Analyſis exponentialis, cum nos liberet ab ipſis dx, rem eo reducit, ut poſſimus tollere incognitas, ut in Algebra; & licet logarithmi vel exponentiales fiant imaginarii, id tamen pro Analyſi non nocet. Et imaginariæ valorem realium ingredientes virtualiter deſtruuntur compenſatione, atque inde etiam duci poſſunt conſtructiones imaginariis calculis.

Supereſt ergo ad perficiendam Analyſin quadratoriam, ut quadraturæ irrationales reducantur ad rationales. Quod ſane jam deſiderari animadverti, ex quo meam inveni Quadraturam Arithmeticam. Et hinc primo aſpectu ſtatim vidi quid Tibi velis, quum quæris xx talem ut $am+xx$, & $an+xx$ ſint quadrati, ſeu cum quæris quadratum, quod datis duobus numeris additum, cum unoquoque faciat quadratum. Ita enim habetur reductio curvæ Ellipſeos & Hyperbolæ, ſimiliumque Problematum Tetragoniſticorum ad quadraturam Circuli aut Hyperbolæ. Et ſane cum mihi olim videretur reductionem ad rationales, ſaltem quoad ipſas indeterminatas [nam conſtantium irrationalitas non curatur] ob hoc ipſum ſemper poſſe præſtari, nec rem ipſam fuiſſem aggreſſus: ſpondebam dimenſionem curvæ Hyperbolæ æquilateræ, idque ſcripſeram in Epiſtola antiqua, quam edidit WALLISIUS,

SIUS,

Digitized by Google

ſius, (1) quod in ea neſcio quæ facilitas peculiaris tunc occurrere viſa eſſet. Poſtea in *Actis Eruditorum*, (2) cum quadraturam cujuſdam curvæ, qualis eſt $\surd(a^4+x^4)$ ni fallor, quæreret Dominus *Frater* Tuus, innuebam me eam habere in poteſtate. Sed cum tandem rem eſſem aggreſſus, difficultatem opinione majorem deprehendi. Itaque cum jam idem tentes, convocandæ ſunt copiæ noſtræ in unum, ut quantum licet progrediamur. Sane hoc problema, ut $am+xx$ & $an+xx$ ſint quadrati, habeo cur credam non poſſe indefinite ſolvi: multisque aliis tentatis, reductio dimenſionum curvæ ellipticæ aut Hyperbolicæ ad quadraturas rationales hactenus non ſucceſſit, ne interventu quidem imaginariarum. Itaque nondum conſtat an hoc ſemper ſit poſſibile. Quod ſi rem ex voto promoveris, aliquid inſigne præſtabis. Aliquam ego promotionem dedi, dum adhibui ſummandas ordinatas, quarum partes ſunt ad rationales ſummandas revocabiles; ita enim erit & totum, verbi gratia, $\int y : a = \surd(ab+cx+xx)+\surd(al+mx+xx)$; ſublata enim irrationalitate habetur æquatio, in qua $yyxx, yyx, xx, x, y^4, yy$. Unde habetur ſummatio ipſarum x [ſeu $\int x\,dy$], quia habetur ſummatio ipſarum y [ſeu $\int y\,dx$], quæ y ſunt dupliciter exprimibiles, tum per partes duas irrationales, ut factum, tum etiam per radicem univerſalem, quæ cum ſummando ſit intractabilis, reducitur hoc modo ad duas partes in ſummando tractabiles. Unde utile nobis conſiderare diverſos modos exprimendi eandem radicem. Reperi etiam etſi $x^{2e}\surd(xx+ab):\surd(xx+ac)$ nondum poſſit reduci ad rationales quadraturas ſeu ſummandas, tamen eo reduci poſſe $x^e\surd(xx+ab):\surd(xx+ac)$, poſito e eſſe imparem. Nam verbi gratia, ponendo $xx=ay$, fiet $\frac{1}{2}\int a\,dy\surd(y+b):\surd(yx)$ taliaque multa inveni ſed nondum mihi generaliter ſatisfeci. Plurimum autem mihi ſpondeo ab ingenio tuo, præſertim cum ipſe rem ſponte aggreſſus ſis; nam ſi mea

L 2 tantum

(1) Opp. Tom. III. p. 651. in Epiſt. LEIBNITII a.d. 21. Jun. 1677.

(2) 1694. Aug. p. 370. *Vide quæ hac occaſione annotavit noſter*, Act. Erud. 1695. Febr. p. 64. & reſponſionem LEIBNITII Ibid. 1695. Apr. p. 184. 185.

1702. Jun.

Digitized by Google

1702. Jun. tantum commendatione feciſſes [de quo ſæpe cogitaveram] fortaſſe minus alacriter inſtitiſſes.

Unum interim tibi conſiderandum commendo, a quo nonnihil ſpero. Quæritur $vv + ab$ & $vv + ac$, ita ut prius æquetur, vel potius identificetur ipſi ⊙⊙☿ : a, poſterius ipſi ☽☽☿ : a; patet productum eorum invicem æquari quadrato; quod ſufficit, etſi ſingula quadratis non æquentur. Hoc ut præſtetur; ſumo $l = x + f$, $m = x + g$, $n = x + b$, & $v = 112\sqrt{lm} + 113\sqrt{ln} + 123\sqrt{mn} + 100a$, & ⊙ $= 210\sqrt{al} + 220\sqrt{am} + 230\sqrt{an}$ & ☽ $= 310\sqrt{al} + 320\sqrt{am} + 330\sqrt{an}$, & ☿ $= 412\sqrt{lm} + 423\sqrt{mn} + 400a$. Hoc modo explicando & valorem $avv + aab$ comparando cum valore ⊙⊙☿, & valorem $avv + aac$ cum valore ☽☽☿, habebitur deſideratum, ubi in calculo compendia dabunt homoeoptota, ut ſic vocem, & coëfficientes numeris fictitiis relationes indicantibus expreſſi. Pro comparatione autem, ſeu identificatione, poterunt inveniri valores l & m per n, ita ut non inveniatur n per conſtantes, ſed in ultima æquatione, ubi fieret verbi gratia $\lambda n + \beta a = 0$ poſitis λ, β, a conſtantibus, oportet facere $\lambda = 0$ & $\beta = 0$, ut n maneat indeterminata, quod continget bis. Reliquæ æquationes comparatitiæ, ſeu identificatoriæ, præſtabuntur ope conſtantium ſeu coëfficientium aſſumtarum 112, 113 &c. His obtentis habebitur $\int dv\sqrt{(vv+ab)} : \sqrt{(vv+ab)}$, per formulam conſtantem ex $..\sqrt{lm} + ..\sqrt{ln} + ..\sqrt{mn} + ..$ quæ revocari poteſt ad quadraturas rationales, cum quævis pars eo revocari poſſit. Calculum autem abſolvere non licuit. Abſolviſſem, ſi olim veniſſet in mentem, ſed ab aliquot annis imparem me ſentio calculis prolixioribus. Sed tempus eſt ut finiam.

Habui & ego olim ſingulare aliquid & utile circa Sectiones angulares. Præcedentibus ſcripſi Domino VARIGNONIO. Prima æquatio *Rolliana* expediri poteſt methodo tangentium vulgariſſima. PARENTII Liber merito examinaretur; dudum animadverti affectare eum ut multa & magna inveniſſe credatur. At Liber ejus dudum

Digitized by Google

dudum cognitis innititur, quibus an recte ſua inædificarit dicere non habeo. Vale & me ama.

Luzemburgi prope *Berolinum*, in Palatio Reginæ 24. Junii 1702.

Deditiſſimum

G. G. Leibnitium.

P. S. Quæ me voles *Hanoveram* rogo mittas more ſolito.

EPISTOLA CXXXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Cum litteris ad Volderum & Baylium.

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

Non dubito quin nuperas meas cum meditationibus quibuſdam meis circa Analyſin Tetragoniſticam acceperis. Nunc ad Te mitto adjunctas pro Clariſſimis Viris Voldero & Baylio, rogoque ut illi mittas tum ſuas, tum quas alteri deſtino litteras, cum replicatione ad ea quæ in iterata Dictionarii ſui Editione repoſuit meis; rogeſque mecum Volderum, ut Baylio litteras ſuas cum ſcripto meo lecto & expenſo tranſmittere, mihique judicium ſuum aperire velit, quemadmodum & tuum flagito. . . . . Interea. Vale & me ama.

1702. Auguſt.

Dabam *Berolini* 19. Auguſti 1702.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

EPISTOLA CXXXIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Nuntiat Regem Pruſſiæ juſſiſſe ipſi Nummum Aureum mitti. De ſuis ad Baylium & Volderum *litteris. De* Pitcarnio & Gregorio.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1702. Septemb. INTELLEXI juſſiſſe Regem Pruſſiæ, ut Tibi Nummus Aureus mittatur pondere circiter 40 Ducatorum. Dabo igitur operam ut urgeatur executio, & Nummum, ubi nactus fuero, ut recipias faxo. Hoc volui ne neſcires, quanquam ſciam Te magis honorem in munere Regio, quam pretium pecuniarium æſtimare.

Spero ſcriptum meum ad Te perveniſſe, quo *Baylianis* objectionibus reſpondeo. Rogoque ut ſententiam Tuam mihi indices, ſaltemque ſignifices quamprimum, utrum Tibi ſit redditum, quo ſim eo nomine extra metum. Spero & Dominum Volderum mentem ſuam aperiturum.

Nonne notus eſt Tibi Dominus Pitcarnius, *Scotus*, Medicus *Lugduni-Batavorum* docens ac Medicinam faciens. Hunc aiunt inſignem eſſe etiam in re mathematica. Nuper Libellum medicum edidiſſe dicitur.

Davidis Gregorii Aſtronomicum Opus (3) prodiiſſe puto. Credo velut commentarium eſſe in Hypotheſes & ratiocinationes Newtoni circa Syſtema Corporum Cœleſtium. De cœtero ad priores me refero. Vale.

Dabam *Luzenburgi* prope *Berolinum*. 2. Septembris 1702.

Deditiſſimus G. G. Leibnitius.

Reſponſio deeſt.

(3) *Aſtronomiæ Phyſicæ & Geometricæ Elementa*; *Oxon.* 1702. *fol.* & *Genevæ* 1726. 4°.

EPIS-

Digitized by Google

EPISTOLA CXXXIV

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Cum numiſmate Regis Pruſſiæ.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

Cum Sereniſſimus ac Potentiſſimus Pruſſorum Rex fundatæ a 1702.
ſe Scientiarum Societati jura daret, in ſe recepit præmia Septemb.
illis nonnulla perſolvere, qui inſigni aliquo invento theſaurum humanæ cognitionis locupletaſſent. Id cum a Te novo Phoſphori genere, quem parare in poteſtate eſſet, & in multa, ut apparet, Secula proferre ſalvum liceret, factum eſſe conſtaret; ego, cui Societatis cura a Rege commiſſa eſt, Regio Verbo inſiſtens, facile obtinui ut Nummus Aureus quadraginta circiter Ducatorum, quos vocant, pretium æquans, pro Te mihi traderetur, quem nunc tranſmitto.

Rex, in quo moderatio animi par eſt generoſitati, non putat æquari muneribus poſſe inventarum rerum dignitatem, ſed ſuam erga egregios Viros oſtendi propenſionem: Quod ſupereſt, vale, & Societatis noſtræ, unde ſalutaris, præclara conſilia Tibi mecum commendata habe.

Dabam *Berolini* 24. Auguſti (4) 1702.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

P. S. Conſultum erit, ut litteris datis Regi gratias agas, acceptumque Tibi munus teſteris.

Rogo

(4) *Potius Septembris.*

Rogo etiam, ut ſignifices an Tibi redditæ ſint meæ, quibus ineſat reſponſio ad Cl. BAYLIUM in nova Dictionarii ſui Editione, quædam iterum meo Syſtemati philoſophico objicientem, quam petebam & Cl. VOLDERO communicari, ejuſque ope ad Dominum BAYLIUM dirigi.

EPISTOLA CXXXV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Significat miſſum eſſe Regium Numiſma.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1702. Novem. CUM Tibi & Domino de VOLDER ample reſpondere ſperarem, impeditus nunc quidem & diſtractus reſpondeo tantum, omnia bene reddita eſſe, & me mox amplius reſponſurum. Interea ſignifico Numiſma Aureum Regis, de quo diſtinctius Tibi dudum ſcribere memini, miſſum eſſe *Amſtelodamum*, ad Dominum HALMAM Bibliopolam celebrem, a quo nomine Tuo peti poteſt. Hæc feſtinus.

Dabam *Berolini* 14. Novembris 1702.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Scriptum a Domino BAYLIO remiſſum rogo ut interim ſerves.

EPIS-

Digitized by Google

EPISTOLA CXXXVI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Gratias agit de Numiſmate Regio. De eodem Epigramma.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

Accepi cum litteris Tuis datis 24 Auguſti (niſi forte 7^{bris}.) elegantiſſimum illum Nummum Aureum, quem Potentiſſimus Rex *Pruſſiæ* mihi, in Phoſphori inventi memoriam mitti juſſerat: Ex dono hoc pretioſo colligere licet, quanta propenſione affectus ſit erga rerum pulchrarum inventores; quamvis inventum meum tanti non ſit, ut in eorum numero habear, in id tamen incumbam ut aliquando favore Regio me dignum reddam. Rogavi Nob. Jablonski, ut per occaſionem Regi gratum meum animum aperire velit. Tibi quoque me devinctum ſentio, quippe qui ſcio quod ex Tua potiſſima commendatione hoc honoris mihi contigerit. Non eſt quod multis mihi commendes Societatis noſtræ conſilia; nam ſi quid in me eſt, quod valeat ad ejus commodum curandum, ex officio contribuere teneor, etſi non rogatus. Spero me communicaturum nova experimenta, occaſione Phoſphori mei perpetui inſtituta, quibus rationes meæ de cauſa hujus luminis, a *Gallis* quibuſdam. . . . . etiamnum negata mirifice confirmantur. Ab aliquo tempore tribus vicibus trinas ad Te dedi litteras (1), ſed nihil hactenus reſponſi accepi, Direxi illas omnes *Hanoveram* ut me juſſeras, haud dubie ibi hærent, niſi, (quod non ſperem) interciderint: Ex poſtremis earum, quibus adjectæ ſunt 1702. Novemb.

(1) *Ea deſunt.*

1702. Reſponſiones Cl. VOLDERI & BAYLII, videbis me non tan-
Novem. tum ſcriptum Tuum ad BAYLIUM rite curaſſe, ſed etiam idem illud ab eo & per VOLDERUM mihi remiſſum eſſe, quod nunc retineo, donec quid de eo factum velis mihi conſtiterit; quod ubi reſcivero, nulla in me mora erit, ſed ad nutum Tuum omnia diligentiſſime curabo. Vale.

Groningæ 18. Novembris 1702.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus

J. BERNOULLI.

P. S. Cum nupero die Lunæ litteras Domini JABLONSKI, in quibus Nummus Aureus continebatur, aperuiſſem, impetu quodam Epigramma adjectum ex calamo protinus mihi excidit; quod licet nihil artis habeat, cum tamen exprimat ſtudium meum in Regem, Tecum communicare non dubitavi.

EPIGRAMMA SUBITANEUM.

In munificentiam Sereniſſimi & Potentiſſimi Pruſſorum Regis, *Pretioſo Nummo Aureo compenſantis inventum Phoſphori perpetui ex mercurio ſeu argento vivo parati.*

Cum Venus Eoos rutilat radioſa per undas,
Ex undis Titan mox oriturus erit.
Lucifer ecce novus, nobis quem candida præbet
Mercurii facies; ne ſine Sole foret,
Sol novus exoritur forti de gente Boruſſa,
Hinc decus, hinc ſplendor fulget in orbe novus.
Hujus dum Jubaris radius mea tecta ſubintrat,
Lumine mercurius vividiore micat.

EPISTOLA

EPISTOLA CXXXVII.

BERNOULLII AD JABLONSKIUM.

Regi Pruſſiæ gratias agit de Munere Regio.

Vir Nobiliſſime & Ampliſſime, Fautor Honoratiſſime.

PER nuperrimum Tabellarium allatæ mihi ſunt Litteræ Tuæ humanitatis plenæ, una cum Munere Regio, Nummo ſcilicet Aureo & pretio & elegantia inſigni, quo Sereniſſimus & Potentiſſimus *Pruſſorum* REX, meum, ut ut tenue, inventum Phoſphori perpetui munerari voluit; quod ocius ſignificandum cenſui, ut ea de re ſecurum Te redderem, ſimul & rogarem, ut, data occaſione, Regiæ Majeſtati devotiſſimas, meo nomine, gratias agere velis, atque teſtari quanto in pretio apud me ſit illuſtre hoc favoris Regii Monumentum, anſam mihi daturum, tantam REGIS propenſionem omni loco & tempore deprædicandi; quod ſtimulum in meliora ſtudia addet, ad molienda plura, quæ Societatem noſtram Scientiarum promoveant, in perpetuam Auguſtiſſimi ejus Fundatoris Gloriam. Cœterum vehementer exopto occaſionem Tuum in me demerendi affectum; ad quodvis certe officii genus paratiſſimum habebis. 1702. Novem.

Groningæ a. d. 18. Novemb. 1702.

Nobiliſſimæ Amplitudinis tuæ cultorem indefeſſum.

J. BERNOULLI.

Ad Dominum JABLONSKI *Secretarium Societatis Scientiarum Berolinenſis.*

EPISTOLA CXXXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Subſtantia & Natura Corporis. Varia.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1703. Jun. MULTI menſes ſunt, quod a Te pariter & præclarum virum B. DE VOLDER, dedi litteras VOLDERO deſtinatas reperi in Schedis meis, iteramque deſcriptas nunc mitto, & ad eum curari peto. Videbis ex illis, quid ad difficultates ejus reponam, quibus & tuis, ni fallor, ſatisfieri poteſt.

Cum in Corpore pene nihil aliud ſit quam Entelechia, non video quomodo ea ſpoliari poſſit. Certe Subſtantia ſine Entelechia eſſe non poteſt. Cum corpori initio vim impreſſam dico, nihil aliud intelligo, quam non prius exiſtentiam quam vim habuiſſe; addo nec habere potuiſſe. Vires derivativæ & mutabiles ſunt modificationes rei ſubſtantialis & remanentis; nec quicquam rei a Deo imprimitur, quod non fluat ex ejus natura; neque ab alio impreſſio facta intelligi poteſt.

Schediaſma Tuum de quadraturis per reſolutiones fractionum inſertum eſt *Actis Eruditorum* (2).

Ego cum diu adverſa valetudine *Berolini* laboraſſem, nunc Divino munere reſtitutus huc appuli, & commercia pariter litteraria, alioſque labores utcunque reſumo. Quod ſupereſt, Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 20. Junii 1703.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſt.

(2) 1703. Janu. p. 26. & Mem. de l'Ac. R. des Sc. de Paris 1702. pag. 89. *vel etiam* Opp. Tom. I. N°. LXX. pag. 393.

EPIS-

EPISTOLA CXXXIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Poſthumis Hugenianis. *De* Tschirnausii *circa Dioptricam promiſſis. De transformationibus. De* Cupero.

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime !

Cum nuper eximio noſtro Voldero, litteris Tibi miſſis, 1703. ſcripſerim nondum me accepiſſe *Hugeniana Poſthuma* (3): Jul. eaque nunc demum ad me pervenerint, ſubnatæque ſint aliæ ad Te ſcribendi cauſæ, ſimul id ſignificare petereque volui, ut quando crebrius Domino Voldero ſcribis, hoc quoque eum docere, & meo nomine gratias repetere velis.

Percurri obiter, & puto conſentire noſtris, quæ de motuum Legibus habet Hugenius, ſed non ea conſtituiſſe principia, quæ omnibus definiendis ſufficiant; itaque nec de concurſu niſi centrico & corporis unius cum uno ſibi immediato agit.

Dominus Tschirnausius ſperat in Microſcopiis & Teleſcopiis multo plura præſtare, quam poſſibile putat Hugenius: conſilium mihi eſt aliquando rem expendere diligentius.

Quod ſi Tibi interim vacabit facere, plurimum deferam judicio Tuo. Quæ memoras de Problemate inſerto in *Pariſino Diario* (4), curvas infinitas ſpecie diverſas inveniendi datæ æquales, non vidi. Problema tamen ipſum putem non difficulter ſolvi infinitis modis, & alia etiam præſtari majora. Ni fallor, aliquando & Dominus Tschirnhausius aliquid tale promiſit. Mentionem aliquando nonnullorum ad me Problematum a Te Solutorum feceras (5); ex quibus quædam me habere, quæ

M 3

(3) *Edita Lugduni Batav.* 1703. 4°.

(4) 1703. 7. Journal du 12. Fevrier, *vel Opp. Tom. I.* N°. LXXII. *pag.* 406.

(5) *Vid. Epiſt. CXXX.*

quædam non habere putabam, & in his lucem a Te petebam; idque repeto, cum Tibi vacabit.

Non ſatis ſcio; utrum *Deventriæ*, an alibi habitet Dominus CUPERUS, Vir etiam in litteris egregius. Itaque cum vobis viciniis id ignotum eſſe non poſſit, volui a Te petere, ut ſi alibi agit, corrigas inſcriptionem, & litteras ad ipſum mitti cures; ego viciſſim, qua potero, officia præſtare ſtudebo. Nunc Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 3. Julii 1703.

Deditiſſimus.
G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXL.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Officii ergo. De Cluveriano *Microſcopio.*

Vir Celeberrime, Fautor & Amice Honoratiſſime!

1703. Septemb. BINAS ad Te litteras me dediſſe puto; quibus cum nihil ſit reſponſum, ſuſpicabar Te domo abfuiſſe: ſed nuper juvenis Doctus *Cotbanus*, qui Te in tranſitu ſalutavit, certiorem me reddidit, eſſe Te domi. Itaque has volui ad Te dare, ſaltem ut ſcirem an binæ priores eſſent redditæ; præſertim cum noviſſimis (6) [ſi bene memini] incluſæ fuerint repetitæ litteræ ad Cl. VOLDERUM, quas redditas olim negabas.

Dominus CLUVERIUS promittit nobis novum Microſcopii genus, quod magnitudinem, neſcio an & ſalva claritate, multiplicet in infinitum. HUGENIUS hic limites eſſe putat in *Opere poſthumo*. Vale, & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 8. Septembris 1703.

Deditiſſimus *G. G.* LEIBNITIUS.

(6) *Eæ deeſſe videntur.*

Reſponſio deeſt.

EPIS-

EPISTOLA CXLI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Curvarum transformatione. De Chequæi *methodo fluxionum inverſa. De ſtatione mutanda vel conſervanda. De quibuſdam Manuſcriptis, præcipue* Carteſii.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

Gratum eſt intellexiſſe, quod Litteræ meæ, quibus Cl. Voldero reſpondi, tandem ſecunda vice recte ſunt ad Te perlatæ: verebar enim profecto, ex ſilentio, ne forte ut prima vice, periiſſent. 1703. Octob.

Aula noſtra extra urbem in vicinia eſt: ego ibi plerumque agere juſſus ſum, aſſignatis etiam in Palatio cameris. Ita rarius converſor cum Analyſi, aut inſpicio veteres chartas meas. Faciam tamen, tum ut Tibi explicem, qua ratione, ſane ampliſſima, datæ curvæ æquales exhibeam curvas algebraice algebraicas, infinitis modis, quod a multis annis habeo; tum ut Tibi perſcribam, quid in Problematibus Tuis ſolutum habere expetam.

Cheynæus *Scotus* Librum ſuum (7) etiam ad me miſit; ſed, ut verum fatear, pene Tyronis opus eſſe videtur in illis ſtudiis; adeo nihil reperio, quod non facillime ducas ex pervulgata jamdudum methodo Serierum. Nec ullum aggreditur Problema alicujus momenti. Quod ſi vel aliquam ſeriem novam elegantem exhibuiſſet, ſaltem ex labore ejus proficeremus, & tamen ſupercilium ſumit. Tales Libri quotidie multi ſcribi poſſunt non magno operæ pretio. Itaque niſi meliora proferat, hominem ſibi relinquendum, vel potius ad medicinam bene faciendam hortandum cenſeo. Interim mihi gratum erit, quæ ipſi ſcripſiſti videre; tum quæ

(7) *Fluxionum methodus inverſa, quantitatum fluentium leges generaliores.* Lond. 1703. 4°. *in quem Librum, vide Joh.* Bernoullii *Animadverſiones*, Opp. Tom. IV. N°. CLXVII. *& ſeq.*

Digitized by Google

1703. Octob. quæ Voldero circa ea quæ Hugenius de motu reliquit, egregia pro illo tempore, ſed opinor noſtris non conferenda. Vellem & Dioptricen ejus examinaſſes.

Difficile fuerit Tibi conſilium dare, inter *Baſileam*, *Ultrajectum*, & *Groningam* fluctuanti, niſi omnibus circumſtantiis perſpectis.

Si omnia æqualia eſſent, credo ad præferendam Patriam impelleret Conjux: ſed ſi alibi meliores conditiones offeruntur, Patria eſſe videbitur, ubi optime erit. *Groningam* tamen non putem, niſi inſigni emolumentorum augmento, deſerendam; modo valetudini conveniat aer: valetudinis enim ſuper omnia habenda ratio eſt.

Aliquando quorumdam *Poſthumorum* Cartesii Editio promittebatur in Batavis. An prodierint neſcio (8). Ego ex iis nonnulla itidem habeo. Talia ſunt Regulæ veritatis inquirendæ [quæ mihi non admodum ſingulares videntur] illuſtratæ exemplis non male (9), Fragmentum Dialogi Gallici, Primæ cogitationes de animalium generatione *, &c. quod ſi non ederent qui promiſere, poſſem ego Librario edituro ſubmittere, & addere quædam inedita Galilæi & Valeriani M. & Pascalii; & meas notas, quas vidiſti in Cartesii partem *Principiorum* generalem, aliaque id genus. Neque aliud poſcerem a Librario, quam magnum numerum Exemplarium, ob tot amicos per Orbem. Si edita ſunt *Carteſiana*, forte tamen cætera placebunt; præſertim cum addi poſſint quædam inedita Campanellæ, aliaque id genus.

Gratulor Tibi honorem certaminis præclararum Urbium de Te. Opto mature diſcere an Te in vicinia porro ſim habiturus. Quod ſupereſt, Vale & me ama.

Dabam Herrenhuſæ prope *Hanoveram* 2. Octobris 1703.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

Reſponſio deeſt.

EPISTOLA

(8) *Prodierunt Amſtel.* 1701. 4°. R. Des-Cartes *Opuſcula poſthuma phyſica & mathematica.*

(9) *Ea, ut puto, in Collectione iſta habentur.*

(*) *Et idem de hoc Opuſculo dictum puta.*

EPISTOLA CXLII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Laudat conſilium manendi Groningæ. *De ſtudio Matheſeos. De ſua methodo Curvas transformandi: De Opuſculo* Cheynæano. *Quod Methodum Serierum non habuerit a* Newtono. *De* Poſthuma Cartesii & Rollii Algebra. *De* Hugenii *phoronomicis, & legibus motus.*

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

Laudo conſilium Tuum, quod maluiſti manere *Groningæ*, nec præter rationem locum mutaſti. Vellem haberes quem poſſes commendare *Utraectinis.* Sed vide ſterileſcere hoc Ævum in omni pene genere doctrinæ, & quanto majora habent ſubſidia ſtudioſi, eo magis ignaviam invaleſcere. 1703. Novem.

Sæpe iis, qui Matheſin πρὸς τὰ ἄλλα inſervire negant, Tuum, aliorumque paucorum, exemplum ingeſſi, quos lautis conditionibus invitant Principes & Reſpublicæ, dum mediocres illi, atque intra vulgata hærentes merito tenuiori fortunæ relinquuntur.

Methodus illa mea multo plus præſtat, quam Problema illud Tuum, curvas algebraïcas innumeras datæ algebraicæ æquales; imo habet aliquid inexpectatum, de quo ubi otium nactus fuero.

Cheynæus mihi vix Problemata aggreſſus videtur; alioqui ſenſiſſet quam non facile ſit Problematibus per finita ſolvendis viam monſtrare per Series infinitas, & Serierum abruptio tam variis modis contingere poteſt, ut nonniſi multa arte eligi poſſit, quæ ad rem faciat. Talium autem artium nulla apud eum veſtigia deprehendo.

Inepte Newtono vindicare vult Methodum Seriei per arbitrarios coëfficientes aſſumtos, & comparatione terminorum de-

1703. Novem. terminandos inveſtigandæ. Nam ego eam publicavi, (1) cum nec mihi, nec cuiquam alteri, ſaltem publice, conſtaret tale quid habere & NEWTONUM. Nec ipſe jam magis ſibi tribuet, quam mihi. Uter prior habuerit non dixerim. Ego jam adhibui in antiquo Tractatu *de Quadratura Arithmetica*, quam HUGENIUS & TSCHIRNHAUSIUS *Pariſiis* legere.

Eſto; ſit CHEYNÆUS paulo ſupra Tyronem; certe facile dare potuit quæ dedit. Quicunque ſemel intellexit noſtra, talem librum facile componet. Certe nullam novam Seriem pulchram, nullum Theorema elegans affert. Præterea non ſyntheſes illæ Serierum, aliorumque Theorematum, ſed Problemata ſunt lapis lydius Methodorum.

Significa, quæſo, titulum Libri poſthumi *Carteſiani*, & apud quem ſit impreſſus, (2) ut poſſim petere ex *Batavis*. Ita videbo quid addi poſſit. *Polyandri* cujuſdam in meis fragmentis latinis mentionem fieri non recordor.

Nuper demum *Berolini* apud Dominum CUNÆUM, vidi librum quendam ROLLII in 4°. (3) Apparet ingenio non carere, ſed mire eſſe perplexum, & ex muſca elephantem facere, & inventa Serierum fruge veſci glandibus ſuarum intricatiſſimarum appropinquationum. Plura promittit, quæ non vidi? Eſt autem promiſſis ditiſſimus, & aliorum quorundam exemplo in abſtracto ſibi fingit miras Methodos. Sed ubi Problema ſolvi debet, *ubi arma Dei ad Vulcania ventum eſt.*

Mortalis mucro, glacies ceu futilis, ictu erne Diſſilit.

Placent valde quæ notas ad HUGENII Phoonomica; præſertim quod Calculo ſubjeciſti incrementa velocitatum per interpoſitionem corporum. Totum cæteroqui opus HUGENII nititur hypotheſi, vera quidem & ſucceſſu confirmata, & a me quoque adhibita, ſed quam *a priori* non facile demonſtrabit aliquis, aut Geome-

(1) Act. Erud. 1693. Apr. pag. 178. G. G. L. *Supplementum Geometriæ practicæ ſeſe ad Problemata tranſcendentia extendens, ope novæ Methodi generaliſſimæ per ſeries infinitas.*

(2) *Vid. Epiſt. Super.*

(3) *Algebram, arbitror, gallice ſcriptam, quæ prodiit* Pariſ. 1690. 4°.

Digitized by Google

Geometricæ vel Metaphyſicæ neceſſitatis eſſe oſtendet; Nempe quidquid verum eſt de motu certa duorum motuum compoſitione facto, id verum etiam eſſe de motu ejuſdem directionis & velocitatis libero aut alia compoſitione facto; atque ita qui corporum in navi mota concurrentium motu apparenti ex ripa oritur effectus apparens in eadem ripa; hunc oriturum etiam, ſi navi & alveo aquæ ſublato vel in ipſa ripa idem concurrentium motus cerneretur. Hoc principium erroneum male putavit *Honoratus* FABRIUS, cum KEPLERI & CARTESII modum demonſtrandi æqualitatem incidentiæ & reflexionis oppugnet. Interim, eventu magis quam demonſtratione neceſſaria, hoc principium varie compoſiti motus idem efficientis ſtabiliri fatendum eſt; neque cauſam quærentibus aliam occurrere, quam harmoniam ſive perfectionem rerum; a qua in univerſum verum eſt pendere leges motus, tanquam effectus Supremæ Mentis, non a ſurda quadam neceſſitate, qualis geometrica eſt. Verum quidem eſt eaſdem eſſe Conicæ Sectionis proprietates [ut exemplo utar,] ſive motu in plano, ſive ſectione ſolidi conſtruatur; ſed ibi certo pronuntiari poteſt, unam lineam ab altera non differre, quoniam, cauſa remota, ſubſiſtunt: Aſt duos motus, qui diverſo modo producuntur, cum poſt cauſam remotam minime ſubſiſtant, non æque eoſdem pronuntiare licet, nec cauſam phyſicam vel geometricam reperias, cur corpus, navi forte impedita, aperto in prora exitu, in ſtabile planum exiliens eaſdem leges ſequi, & ut ſic dicam, meminiſſe debeat eorum quæ in navi fiebant; quæ nullum ſui veſtigium reliquere. Idem eſt in omnibus demonſtrandi Methodis; quibus hic utimur; exempli cauſa, quod corpora concurrentia id obſervare debent, ut vim nullam vel accipiant vel tribuant, per quam vel nimis parum vel nimium aſſurgere poſſint, ne ſcilicet relabendo effectus potior aut inferior cauſa oriatur; neque enim eſt in illis cavendi intellectus. Eſt & aliud principium, ex quo ſemel admiſſo leges motuum oſtendi poſſunt, nempe quod idem ſit ictus, idemque a ſe invicem recedendi conatus, modo eadem ſit celeritas appropinquationis concurrentium; ita ut non referat quis in alterutro ſit motus: ſed

1703. Novem.

 hoc

1703. Novem. hoc quoque principium magis aſſumitur ex fundamento harmoniæ, quam perfecte demonſtratur; aſſumitur, inquam, materiam motui reſiſtere, ſeu corpus quieſcens non pati ſe loco dimoveri, niſi refracta vi incurrentis; cum tamen in materia nihil aliud concipiendo quam extenſionem & impenetrabilitatem nihil tale inferri queat, & ſequi potius debeat quantumcunque quieſcens a quantulocunque ſine reſiſtentia loco pelli debere; ſed ita omnis Harmonia Legum naturæ tolleretur, & mutationes fierent per ſaltus. Itaque poſtremo recurrendum eſt ad principium Harmoniæ, ſive Sapientiæ, atque id ipſum pulchre evenit, ut de Supremo Authore in ipſis Legibus ſuis generalibus Natura teſtetur, quod ceſſaret ſi Geometriæ demonſtrationi locus foret.

Ex his vides, etiam non eſſe cur putes, uno tantum me uſum principio; nempe reductionis ad motum perpetuum, tanquam abſurdum: quanquam adhibui in *Actis*, (4) ut rem intellectui omnium accommodarem. Cæterum vix ulla excogitabitur methodus, qua non ſim uſus ad idem efficiendum. Nempe non tantum ope gravium, ſed & elaſticorum deprimendorum, æqualitatis effectus & cauſæ; æqualitatis inter actionem & reactionem concurrentium, indiſcernibilitatis hypotheſium, evitandi ſaltus & interventus virium mortuarum, compoſitionis motuum; & ſpeciatim concurſus obliqui. Inprimis vero delectatus ſum conſideratione metaphyſica virium & actionum, quoniam poſitis definitionibus rei maxime conſentaneis, inde geometrica neceſſitate efficio, vires eſſe in ratione compoſita ex ſimplice corporum & duplicata celeritatum. Uſus quoque ſum æquationibus, quas pene anno abhinc ad Dominum *Fratrem* Tuum interrogantem perſcripſi; nempe, poſito motum ipſius a ante concurſum eſſe v, poſt x, & motum ipſius b ante concurſum eſſe y, poſt eſſe z; fore $v - y = z - x$, ſeu $v + x = y + z$ & $av + by = ax + bz$, & denique $avv + byy = axx + bzz$, ita tamen ut ſigna harum litterarum mutentur, cum directio contraria eſt prævalenti. Ex duabus autem æquationibus quibuſcunque hic ſequitur tertia, & ſunt adhuc

(4) *Diſputans contra* PAPINUM. 1690. Maii. p. 235. 1691. Septemb. p. 441. & *in* ſpecimine Dynamico. Ibid. 1695. Apr. p. 156.

adhuc aliqua profundiora. Cæterum Dominus Hugenius, ſuppoſito principio compoſiti motus, non habebat opus principio de aſſurgente centro gravitatis, quod coincidit cum æqualitate effectus & cauſæ; nam quæ reciprocis moli celeritatibus ſibi occurrunt Elaſtica, ea ſibi mutuo motum adimere debere, geometrica neceſſitate conſtat, ex natura æquilibrii & virium mortuarum. 1703. Novem.

Litteras adjunctas ad eximium noſtrum Volderum curari peto; cui & hæc puto non ingrata erunt de legibus Naturæ, non ex geometrica neceſſitate, ſed Sapientiæ & harmoniæ principio plene derivandis. Oblitus ſum dicere, Hugenium videri non cogitaſſe de elaſtro concurrentium; unde coactus eſt recurrere ad principium centri gravitatis. Propoſitionem primam ſeparatim demonſtravit a ſecunda, quia nondum ſatis tunc in uſu erat ratiocinatio ex mea lege continuitatis; quam etiam in Geometria Elementari prodeſſe memini: Nam cum Euclides aſſumat, potius quam demonſtret; duas rectas æquidiſtantes eſſe in eodem plano; res ſtatim conficitur, ſi ſub convergentibus comprehendantur, ubi punctum infinite abeſt, ſeu cum ratio datæ ad ejus elongationem evaneſcit.

Quoniam Dominus *Frater* Tuus, & alii, mirantur quod duo corpora inæqualium virium ſe mutuo ſiſtant, [quod etiam magno Hugenio fraudi fuiſſe videtur, ne naturam virium plene perſpiceret,] ideo ſoleo eos admonere, ut diſtinguant inter vires vivas abſolutas, quibus effectus aliquis violentus produci poteſt [ut aſcenſio gravis, tenſio elaſtici corporis, motus quieſcentis,] &, ut ſic dicam, impeditivas, quæ neceſſario leges virium mortuarum, vel ſi mavis embryonatarum, ſequuntur in deſtruendo ſe mutuo; quia deſtructio non fit per ſaltum, ſed continuo, ſeu per inaſſignabilia decrementa, id eſt, per vires embryonatas. Sed vires impeditivæ toto genere diſtant ab abſolutis, ut angulus contingentiæ a recto. Quod ſupereſt, vale & fave.

Dabam *Hanoveræ* 22. Novembris 1703.

Deditiſſimus *G. G.* Leibnitius.

Reſponſio deeſſe videtur.

EPISTOLA CXLIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De litteris ſuis amiſſis. De Speculis Cauſticis. Methodus transformandi Curvas, ex Principio optico.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1704. Januar. EX quo meæ ad Te VOLDERUMque noſtrum Litteræ periere, quas, ut memini, iterum mittere coactus ſum; idem metuo cum quas ad utrumque ſcribo, ad Te perveniſſe non intelligo. Scio enim eſſe quoſdam curioſiores quam par eſt rerum alienarum, quos Epiſtolas nonnullas a me aut ad me aperuiſſe aliquando & ſuppreſſiſſe comperi.

Anglus quidam hac tranſiens, qui aliquandiu *Groningæ* egerat, narravit eſſe Tibi compoſitionem neſcio quam, non metallicam, Speculis aptam, quam & ipſi communicaveris. Occaſio in eam inquirendi apud eum non fuit, & malui a Te quærere quidnam id rei eſſet.

Quidam Tornator *Dreſdæ*, viſis TSCHIRNHAUSII Speculis metallicis, alia ex ligno fabricavit, quæ auro foliato obduxit, nec contemnendus eſt effectus, etſi ut credi poteſt, metallicorum vim non æquet. Alii pro ligno non male gluten, aut maſſam glutinoſam adhibuere, quæ ipſa deinde inaurata fuit. Hæc maſſa minus mutationibus obnoxia eſt.

Cum nuper forte Epiſtolas digerens in Tuam incidiſſem, qua mentionem facis Problematis inſerti, ut ſcribis, *Pariſino Diario*, (1) nempe Curvas invenire Algebraicas ſpecie differentes datæ curvæ Algebraicæ æquales, volui nonnihil experiri methodum, quam animo conceperam; & paulum meditatus, ſtatim incidi in viam & TA. XVII. generaliſſimam & facillimam. Eſto (*Fig.* 97. & 98.) linea data B (B): Aſſumatur pro arbitrio (ſpecifice tamen determinata debite, &

(1) 1703. 7e. Journ. du 12. Febr. *vel* opp. Tom. I. N°. LXXII p. 406.

Digitized by Google

& collocata ut mox dicam] linea F (F), quæ præſtet Speculi vicem, & radios B F, ipſam B B) tangentes repercutiat angulo incidentiæ & reflexionis æquali. Horum radiorum reflexorum F L concurſu formata linea L (L) habebit differentiam cognitam a data B (B). Sunt enim lineæ B B, L L coëvolutæ eodem circumplicato filo, & ſic ſtylo filum tendente deſcribetur F (F). Jam cum B F L + L . . (L) ſit = B . . (B) + (B) (F) (L); patet fore B . . (B) — L . . (L) = cognitæ B F L — (B) (F) (L), differentiæ filorum. Sunt autem lineæ B (B), F (F), L (L), algebraicæ: ergo & differentiæ filorum habentur algebraice. Et quia de caſu tantum ſpeciali, (etſi ad quemlibet applicabili,] ſeu arcu dato B (B) in calculo agitur; ideo ſpecies infima, [ſive aliqua parametrorum] vel ſitus etiam Speculi F(F), ſic aſſumi poteſt ut, in caſu propoſito, hæc filorum differentia ſit nulla, imo data. Effici etiam poteſt, ut ſumma curvæ datæ & quæſitæ ſit data, uti arcuum B (B) & L (L), ſi ſimul creſcant vel decreſcant fila B F, F C. Quod ſi pro reflexione adhibeas refractionem, vel pro reflexione ordinaria fictitiam, quam adhibuit Cartesius; poterit fieri ut curva prodeat, quæ ſit in ratione data ad datam, itidem infinitis modis, ut prodeant ſpecie differentes. Quanquam etiam obtineri poſſit, per ordinariam reflexionem, Curva, quæ ſit ad datam in ratione data; ſi nempe datæ ſimilem in ratione data facias, & huic æqualem, modo explicato. Poterit etiam generaliſſime in terminis ſimplicibus Curva talis fieri, ut unus arcuum ſit æqualis ſummæ vel differentiæ inter rectam datam & magnitudinem, quæ ſit in ratione data ad alterum arcum, ut ſi curva data ſit x, quæſita y, & poſtuletur $y = c + bx : a$, & plura hujuſmodi confici poſſent, ſi utilitas appareret. 1704. Januar.

Si Speculum reflectendo radios reddat convergentes, ut in figuris adjectis, Speculum eſt figura quæ omnes Ellipſes tangit, quorum foci ſunt in punctis B & L reſpondentibus, filoque B F C; ſed in caſu, quo radii reflexi divergentes ſunt, ſeu trans Speculum convergunt, patet hoc Speculum eſſe lineam ad omnes Ellip-

1704. Ellipſes perpendicularem : idem eſt ſi pro reflexionibus refractio-
Januar. nes adhibeamus, concurſusque ſit non trans Lentem, ſed citra; quæ conſideratio & alias connexionem ſubinde inter tangentem & perpendicularem iiſdem curvis curvam dabit. Sed talia omnia a Te rectius & penitius diſcutientur; ego quæ abſtruſiora nunc ægre attingo. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 3 Januarii 1704.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſt.

EPISTOLA

Digitized by Google

EPISTOLA CXLIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Craigio *&* Cheineo *&* Gregorio. *De* Newtoni *Optica & Theoria Lunari. De* Halleio.

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

Cum Litteræ Tuæ, quas duo *Angli* attulere, jamdudum ſcriptæ ſint, ſpero ex eo Tibi redditas meas, cum incluſis ad Volderum. Nuper Tibi iterum ſcripſi, ut inquirerem de earum fato. 1704. Januar.

Si Dominus Craigius Librum Domini Cheynæi laudat, non miror; laudatus ab ipſo & *Scotus* loquens de *Scoto*.

Cæterum non video quomodo Dominus Craigius dicat methodum, qua in Quadraturis utitur, etiam a Cheynæo adhiberi; ita ut methodus Calculi differentialis inverſa inde incredibili cum incremento ſit promota. Nam, ni fallor, diverſa eſt methodus Craigii & Cheynæi, & non memini videre in Cheynæo ſoluta Problemata aliqua difficilia converſæ Tangentium. Ego vero non puto Te aliquid didiciſſe ex libro Cheynæi. Sin erro, rogo Te ut Tui luminis me quoque participem facias.

Si Dominus Gregorius ſatis Græce ſcit, poterit utilis eſſe Reipublicæ litterariæ, edendis & recenſendis Mathematicis Græcis, in quo ſane operæ pretium faciet. De cætero non memini aliquid ab ipſo videre magni momenti. Opus ejus Aſtronomicum, ſi qua nova habebit, erunt paraphraſtica *Neutonianorum* Menſuratio figurarum (1) erat exigui momenti. In Dioptrica ſua meam doctrinam de Circulis oſculantibus curvarum oſculatarum ſuccedaneis extenderat in Librum (2), ne mentione quidem

(1) *Exercitatio Geometrica de Dimenſione Figurarum*, &c. Edimb. 1684. 4°.
(2) Vid. Epiſt. XXX, XXXII, XXXIV.

1704. Januar. quidem mei facta; quod ne reprehendi poſſet, prævenire Lectorem voluit, dicendo ſe multis ante annis hæc prælegiſſe. CHEYNÆUS ipſius popularis vix eo ſe adduci patietur, ut aliquid contra ipſum Tibi communicet, & ſententiam NEWTONI vel eliciat vel perſcribat *Gregorianæ* Demonſtrationi Catenariæ adverſam. Interim tentatum id a Te non nocet, vel ideo ut intelligat ipſe GREGORIUS, nihil aliud ſe lucratum demonſtratione ſua, ejuſque Apologia, quam intelligentium grave ipſi judicium; tanto magis quod monitus non reſipiſcit, & errores pertinaciter defendit. Gratum mihi eſt quod *Newtoniana* colorum Theoria (1) prodit. Vellem etiam ut daret NEWTONUS novam ſuam Theoriam Lunæ (2), quam apud me laudavit HALLEIUS, in *Angliam* nunc, ut mihi ſcribitur, ab Adriatico mari reverſus, & ut ipſe mihi narravit, mox in Mare pacificum navigaturus, ut perficiat Theoriam declinationis magneticæ. Laudandum eſt indefeſſum Viri ſtudium juvandæ Scientiæ. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 15. Januarii 1704.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Deeſt aliqua Epiſtola Bernoulliana.

(1) *Optik*, i. e. *Optica*, *ſive de reflexionibus*, *refractionibus*, *inflexionibus & coloribus lucis* Libri III. Lond. 1704. 4°. *Sæpius vera Angl. & Latine*, *& Gallice recuſa*.

(2) *Prodiit ſub hoc Titulo*, A. new Theory of the Motions of the Moon. *Inſerta eſt vero Aſtronomiæ Gregorianæ*, *poſt Prop.* XXIX. Lib. IV, pag. 505. Ed. Genev.

EPIS-

Digitized by Google

EPISTOLA CXLV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Speculis cauſticis. De Curvis transformandis & addendis. De lege continuitatis.

Vir Celeberrime!

PAULO poſt ſcriptas meas Litteras penultimas, *Angli* duo ad me venere cum Tua Epiſtola proxima, cui ſtatim reſpondi. Noviſſima a Te veniens *Brunswigæ* me deprehendit. Huic iterum reſpondeo ſtatim, quia in eo ſum ut excurram *Halberſtadium* aliaque vicina ad loca, venatum Hiſtorica Manuſcripta, ubi otium ad noſtra non erit, ubique enim amicorum numerus non exiguus me obſidebit. Non vanus ſed juſtus fuit de litterarum amiſſione metus, 1704. Januar.

Iterum poteſt accidere, quod ſemel poteſt.

HERMANNUM quod *Ultrajectionis* commendas, recte facis.

Non redierant in mentem quæ de apta Speculis plumbagine ſcripſeras (1). Unde æſtimare potes quam revocer a ſtudiis, quibus maxime delector, & quibus potiſſimum operam darem, ſi mei eſſem juris. Liber plumbagine perpolitus in ſuperficie communi paginarum terminatrice, tranſmiſſus fuerat a Celebri illo *Wilhelmo* PENN, qui *Penſylvaniæ* nomen dedit; & nunc quoque eſſe puto in ſcriniis Sereniſſimæ Electricis.

Habet refractio ſuas ad comburendum commoditates, quibus motus TSCHIRNHAUSIUS Specula deſeruit, & verum eſt in majora objecta commode Speculo non agi, ne radios intercipiant, niſi Specula multiplices. Cogitavi olim an-non loco ingentium Vitrorum, quæ & difficulter parantur, & non commode moven-

(1) Vid. Epiſt. CXXVIII.

1704. Januar. ventur, poſſet adhiberi compoſitum ex duobus vitris concavis, concavitatem ſibi obvertentibus; ſi modo haberetur liquor interfundendus bene perſpicuus, qui magnam ſatis refractionem daret, & refractioni vitri multo viciniorem, quam eſt refractio aquæ. Sane refractio ſpiritus vini major quam aquæ eſt, & memini notare olim ex aliorum obſervatis, quanta ſit, ſed nunc non occurrit. Tibi non ignotum puto; quod ſi meminiſti, aut facile reperire potes, perſcribe quæſo, cogitaque an alius liquor aptior ſit. Ego microſcopiis exiguis itidem plus ſolito præſtari poſſe cogitavi, ſi pro vitro adhibeatur fruſtillum adamantis, cujus maxima refractio eſt.

Placet quod methodus mea curvæ datæ æquales infinitas exhibendi a Tua [quam non explicas] (1), diverſa eſt, ita enim augetur Scientia. Putem & pluribus curvis datis mea methodo æqualem dari poſſe per plurium coevolutionem. Miror autem quod Ta. XVII. non perſpexiſti id quod æquale eſt differentiæ (*Fig.* 97. & 98.) Curvarum B (B) & L (L) datum, vel nullum fieri poſſe, in caſu ſpeciali, ſeu dati certi arcus B (B). Nam generaliter eſt + Arc. B (B) $\mp$ arc. L (L) mult. per r, æqual. + BF $\mp$ FL. r — (B) (F) $\mp$ (F) (L). r. poſito r eſſe rationem refractionis, vel mutatæ reflexionis, quæ in caſu vulgaris reflexionis eſt ratio æqualitatis, uti in caſu differentiæ $\mp$ eſt —. Jam aſſumta pro arbitrio curva FF, ſeu æquatione ejus locali ſituque; inde calculo derivabis curvam L (L), (F) (L), ſpeciatim, ob puncta extrema B, (B), F, (F), L, (L), data vel inventa: calculo habebis ergo & valorem ipſius + BF $\mp$ FL. r — (B) (F) $\mp$ (F) (L). r, in terminis mere algebraicis; ubi præter ſimpliciter datas ex datis B & (B), calculo adhuc inſunt conſtantes pro arbitrio ſumendæ, eæ ſcilicet quæ determinent curvam F (F) ſpecie infima, magnitudine, aut poſitione: nempe longitudine parametrorum aut diſtantia verticis, aliorumque punctorum fixorum curvæ FF a recta data, pro arbitrio aſſumtis. Itaque facillime fiet hic valor in caſu propoſito ſpeciali certi arcus dati æqualis quantitati datæ vel nulli;

(1) *Permotum reptorium. De quo vid.* A. E. 1705. Aug. pag. 347. vel Opp. Tom. I. N°. LXXIV. pag. 408.

Digitized by Google

nulli; cum ita habeatur æquatio algebraica, in qua ſunt arbitrariæ, quarum una quævis pro incognita aſſumi poteſt, cæteris pro arbitrio explicatis. Vides etiam cum curva FF poſſit eligi ſpeciei cujuſcunque, verbi gratia, Ellipſis, Parabola, Conchoïdalis, Ciſſoïdalis, &c. [cujus deinde ſitus & parametri arbitrio aut calculo determinantur] impoſſibile eſſe ut ex ſola hac determinatione ad caſum ſpecialem unicum, nempe certæ portionis datæ curvæ inter data puncta B & (B), fiat curva L (L) eadem ſpecie ipſi B (B) ſimiliſque in omnibus punctis; idque ut aliquando obtineatur raro & vix magna arte præſtabis, poſſetque in id provocari confidenter maximus quiſque Geometrarum. Sed ſi vellem ego efficere per unam lineam F (F) ſpecie, & magnitudine, & poſitione eandem, ut non tantum in caſu datorum punctorum B & (B), ſed & aliorum ejuſdem BB quorumcunque, fieret quantitas paulo ante poſita algebraïca æqualis nihilo vel dato ſemper eidem; nimium e Republica Geometrica peterem; atque hoc modo rem a Te acceptam, atque ita Te deceptum puto. Nunc vero nihil aliud poſtulo, quam ut in uno caſu certi arcus formula aliqua algebraïca, quam ingreditur recta arbitraria, fiat dato vel nihilo æqualis. Quod ſi alia puncta quam B, (B), in curva data aſſumas, vel ſaltem manente B aliud pro (B); tunc etiam vel Speculum FF aliud orietur ſpecie infima, alia aſſumta parametro, [ut ſi pro Ellipſi una $2ax - (a:b)xx = yy$, fieret $2ax - (a:2b)xx = yy$], vel ſaltem manente Speculo, erit alia nonnihil poſitio ejus [ut ſi Ellipſeos prioris vertices, centra vel foci aliam a coaxibus datæ curvæ BB diſtantiam acciperent]. Curva igitur tota FF, ut & LL pro variantibus partibus ejuſdem curvæ BB, ordinatim variatur natura vel poſitione. Ut in Exemplis rem tentes [vel refutandi animo ſi velis, quanquam eum, ſi quid judico, nunc retinere non facile potes] ego potius a Te petere audeo, quam ut ipſe aggredi auſim; adeo nunc ſum calculis omnibus etiam leviſſimis ineptus. Cæterum vides me proprie loquendo nec oſculis indigere, quia nec dx, nec ddx, in calculo occurrunt.

1704. Januar.

O 3 Meta-

1704. Januar. Metaphyſicas de motu cogitationes meas Tibi bonam partem notas puto, Domino VOLDERO non æque: itaque rogarem ut ei communicares, quod & factum Litteræ ipſius indicant.

Lex continuitatis, quam voco, omnibus, ſi animadvertiſſent, facile nota eſſe poterat; ſed non fuit etiam præſtantibus Viris. Vides enim CARTESIUM & MALEBRANCHIUM, & alios complures, præſertim extra Geometriam, in eam peccaſſe. Et ſi qui animadvertere, vix ſatis tutam putavere, ut uterentur. Et ad ſummum nota fuit olim hæc Lex, ut regula conſequentiarum hominibus antequam Logica conderetur, & plebi nunc quoque. HUGENIUS ſat ſcio, & ſi eam obſervaſſet, non fuiſſet ea uſurus in demonſtrando; alia demonſtratione ad vulgarem magis formam ſuppetente: quod nec ego improbo.

Cum Domino VOLDERO, ut vides, & fortaſſe miraris, confabulari pergo, quia id mihi jucundum & utile etiam ad res aliquando diligentius recognoſcendas. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 20. Januarii 1704.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſt.

EPISTO-

EPISTOLA CXLVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Bernoullianis in CHEYNÆUM *Animadverſionibus. De* PARENTII *Elementis Mechanicis.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

NUPER mihi gratiſſimas Tuas attulit pereruditus juvenis *Helvetius* Dominus HOTTINGERUS. Doleo quod laborem deſcribendi quæ CHEYNÆO miſeras (1) Tibi accerſivi imprudens: ſperabam enim eſſe inter diſcipulos Tuos qui poſſet. Mea certe h·beo qui deſcribat, homo in Analyticis plane ἀναλφάβητος, ideſt, qui plane non novit quid *a* & *b* ſibi velint. 1704. Mart.

Rectiſſime mones Dominum CHEYNÆUM, poſſe fieri ut, quemadmodum quædam Dominus NEWTONUS reperit ante me, ita etiam quædam ego repererim ante ipſum (2). Certe ipſum Calculum Differentialem, vel æquivalentem ei ante me fuiſſe notum nullo indicio comperi.

Veriſſime etiam mihi notare (3) videris, quæ CHEYNÆUS habet p. 15. & aliquot ſeqq. ex Tuis promanaſſe, quidquid diſſimularit; idem dicendum ad pag. 52 (4). Et quod, quemadmodum ad pag. 37. obſervas (5) ex *Nevvtonianis* apud WALLISIUM etiam vitia calculi & Typographica exſcripſit, induſtriam ipſius non valde commendat. Ad pag. 50. (6) obſervo methodum Tuam Seriei infinitæ per differentias diverſorum graduum reductam ad differentialium notos ex Problema valores, non dare Seriem

(1) *Animadverſiones Scil. in ejus librum, quæ habentur in* Opp. Tom. IV. N°. CLXVII. pag. 129.
(2) *Ibid. p.* 134.
(3) *Pag.* 132.
(4) *pag.* 135.
(5) *Pag.* 133. 134.
(6) *Ibid. pag.* 134.

Digitized by Google

1704. Mart. Seriem magis implicitam, quam alias Serierum methodos, ſed regulariter eandem. Elevationem ad poteſtates indeterminatas [de qua pag. 56 (1)] etiam mihi dudum cognitam fuiſſe non ignoras, & in iis quæ Domino Fatio oppoſui (2), extractionem valoris ex æquatione duarum incognitarum, factam per Seriem, generalius, opinor, complexus ſum quam antea quiſquam.

Errores ab Authore admiſſi pag. 10 (3), 67, 68 (4). ex defectu animadverſionis nati videntur. Sed gravis eſt ille in quem incidit pag. 65 (5), inque ipſa impingit principia, oſtenditque Auctorem magis in Serierum computo, quam in Geometria noſtra infiniteſimali verſatum eſſe.

Erravit etiam, dum ſuo Canone, pag. 71, determinare voluit utrum ſummatrix algebraïca ſit poſſibilis, ut optime oſtendis in Exemplo (6). Fateor poſſibile eſſe, ut per methodum Serierum infinitarum determinetur utrum curva quæſita ſit poſſibilis in Algebraïcis Sed niſi prius Serierum tractatio reddatur facilior, quod ab Authore non eſt factum, imo nec tentatum, res immenſi plerumque laboris foret. Atque hinc etiam eſt quod mihi Liber ejus parvi momenti viſus erat; quia rem Serierum, cui totus innititur, non promovet, nec reddit elaboratiorem.

Generalia certe dudum novimus, ſed in praxi multis ſunt obnoxia difficultatibus, ob prolixitatem inprimis. Quoties res ipſi ſucceſſit, apparet non quæſita, aut aliunde propoſita Problemata ſolviſſe, ſed jam cognita ſuæ Methodo applicuiſſe; quod parvi momenti eſt. Etſi ipſe in enucleandis ſuis Canonibus ſtudium poſuiſſet, quod Tu in examinandis; ſaltem dixiſſet aliquid utile. Sed apparet famam exiguo ſtudio ſibi parare voluiſſe; quod æquum non eſt. Speravit etiam neminem facile ſua excuſſurum, ea qua factum a Te eſt diligentia.

Certe

(1) *Pag.* 136.
(2) *Act. Erud.* 1700. Mai. *pag.* 206.
(3) *Ibid. pag.* 131.
(4) *Pag.* 138. 139.
(5) *Pag.* 137.
(6) *Pag.* 139. *ſeqq.*

Digitized by Google

Certe præclaræ ſunt Annotationes Tuæ, & optarem ut aliquando inſpiceres, atque examinares Librum Domini Parent *Galli*, quem inſcripſit *Elemens de Mechanique & de Phyſique* (1), ſed in quo tantum Leges motus ex *Hugeniano* Principio [Navis ſcilicet] deduxit; ſed ſubinde Problemata attigit, Canoneſque, in quibus vereor ne ſemper recte proceſſerit. Quantum autem ex Varignonii litteris obſervavi, ſcribit μετὰ πολλῆς φαντασίας. 1704. Mart.

Vellem ut viveret adhuc Wallisius, nec morte ſua Hallæi iter in Mare Pacificum non parvo rei magneticæ cognoſcendæ adjumento futurum abrupiſſet. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 25. Martii 1704.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

P. S. *Scotus*, Gubernator juvenis *Angli* Domino Cheynæo amicus, qui Tuas ipſi miſit, redditas ex ipſius Cheynæi ad ſe Litteris judicat; & putabat ipſum Tibi jam reſpondiſſe. Id enim fuiſſe pollicitum, niſi forte ei bis ſcripſiſti, ut fere ex exemplo Tuarum ſuſpicor. Anglus ille, cum ſuo Gubernatore, mox *Berolinum* ibit, ibique per aliquot ſeptimanas morabitur.

Reſponſio deeſt.

(1) *Editus* Pariſ. 1700. 12°.

Digitized by Google

EPISTOLA CXLVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De ipſius reſtituta valetudine. De rei medicæ utilitate. De PARENTIO & VOLDERO.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1704. Mai. O Factum bene, quod Te intelligo periculo exemptum, antequam ſcivi ægrotum. Ita moleſtia metuque carui, & gaudium ſentio, mihique & Reipublicæ litterariæ gratulor. Dabis interim hoc Tibi & nobis, ut Tui curam geras, & a meditationibus abſtineas, donec ſentias nullum amplius ab illis incommodum metuendum eſſe. Reſtitutus ſane ſuadeo ut, horis ſubſecivis, curam cogitationemque ad rem Medicam convertas, non ut Medicum Clinicum agas, praxinque exerceas, quæ cura [ut nunc ſe res habent] cum diligenti naturæ inquiſitione parum conſiſtit; ſed ut in ſcientia tanti momenti promovenda labores; cujus ignoratione, ut Clariſſimus VARIGNONIUS ad me ſcribit, præclariſſimum Virum *Marchionem* HOSPITALIUM miſerabiliter amiſimus; quem Medici occidiſſe creduntur. Quanquam temperamentum Tuum mihi notum nondum ſit, cavendam tamen Hecticam puto, inque id curam dirigendam: non quod adſit, ſed ſequi poſſet, præſertim cum vigiliæ adſint pertinaces. Balneum aquæ dulcis memini & contra Hecticam & pro ſomno conciliando laudari, ita duabus indicationibus ſatisfaciet. Pedum lotiones peculiariter ad ſomnum commendant, capitiſque inunctiones. Novi vigiliis laborantem, quem odor aceti juvit; & ſane odor hoc loco multum poteſt, & minus periculi habet quam per os aſſumta. Victus maximam rationem habendam putem, qui refrigerans & humectans eſſe debet, itaque pruna laudarem, & ſubinde acidum citri ſuccum cibis aptis miſtum non diſſuaderem; ſed noſcenda de Te multa eſſent recte judicaturo

idque;

Digitized by Google

idque Tute poteris facere rectiſſime, etiam cum alios in conſilium adhibebis. 1704. Mai.

Objectiones Tuas Cheynæus recte accepit, quod ipſe ſignificavit amico; ſed ad reſpondendum videtur ſpatium ſumſiſſe: non quidem male.

Mirarer Tibi ignotum librum Domini Parent Academiæ Regiæ Gallicæ Socii, inſcriptum *Elemens de Mathematique, & de Phyſique*, Pariſiis 1700 editum; ubi tamen nonniſi de motus Legibus agit, ex *Hugeniano* plane principio; quod ſuſpicor ipſi innotuiſſe ex iis quæ Hugenius forte *Pariſiis* olim communicavit Academiæ, & Parentius reperire potuit in Academiæ Schedis, aut ex relatu habere. Mihi valde jactantiæ ſe ſuſpectum reddit Præfatione ſua; idemque apud me olim tum Hospitalii tum Varignonii litteræ confirmarunt. Varignonius etiam ſignificabat, vanitatis ei plurimum ineſſe, & apparet iniquiorem in noſtra vitum. In *Diario Pariſino* 4. Maii 1699, legem quamdam motus generalem tradiderat, quæ ita habet. *In omni concurſu in linea recta, corpora conſervant legem æquilibrii, reſpectu puncti immenſitatis, quod poſt ictum eadem procedit celeritate, qua Centrum commune maſſæ ante ictum.* Sed quid opus eſt illo, neſcio quo Centro immenſitatis; cum ipſum centrum gravitatis ante & poſt ictum feratur. Sed iſta non ſunt jam tempeſtiva Tibi, itaque Parentem illum in alia tempora commodiora differamus.

Dominus Volderus fortaſſe ſuboffenſus eſt quibuſdam a me dictis liberius; quod animo non ſatis adhibito ſcripſiſſe, nec ſatis ſe docilem præſtitiſſe videretur quæ vereri me fecerant ne fruſtra litigaremus.

Sed ſi quid in eo genere offendimus, id alii melius nobis ipſis perſpicere ſolent. Itaque cum noviſſimam meam Reſponſionem legeris, Tuum velim judicium intelligere, an talem fuiſſe putes, quæ potuerit offendere Virum, aut a continuanda diſputatione abſterrere. Mihi facilis, nec injucunda, doctis cum Viris, ingenio judicioque præditis, concertatio eſſe ſolet. Cum enim ratio-

Digitized by Google

nes bene ſubductas in his dudum habeam, vix quicquam mihi facile occurrit, in quo ſit hærendum.

Quod ſupereſt, cura ut valeas, & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 2. Maii. 1704.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſt.

EPISTOLA CXLVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De ipſius valetudine, De praxi medica. De Novis litterariis Helvetiæ, *deque Curvarum per focos deſcriptarum tangentibus. De* TCHIRNHAUSIO.

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

1704. Jun. CUM ſilentio Tuo metum aliquem mihi injeciſſes, ne valetudo parum ex ſententia procederet: Reſponſione tandem ea me cura liberaſti. Gaudeo igitur naturam malo ſuperiorem paulatim ad priſtinum vigorem redire; quod præſtat lente ac tuto fieri, quam, morbificis reliquiis per medicamenta pulſis, novas turbas cieri. Si a Plethorica conſtitutione ad eam tranſiiſti quæ magis ad maciem inclinat, non putem id aëri *Friſio* adſcribi poſſe, qui, ni fallor, craſſus potius-quam tenuis habetur. Nec ſomni defectus & febriles ardores, phlegmatis, ſed potius bilis, prædominium teſtari videntur; ut adeo ipſa bilis exaltatione a ſtatu plethorico ad præſentem veniſſe videaris; atque opponenda malo ſit diæta quæ bilem temperare poſſit.

Etiam Icterus a bilis prædominio eſt, & credo a ductus fellei oppilatione quadam: Itaque duo indicari videntur, tum quæ bilis

bilis vim & acrimoniam, aut etiam lentorem in ſanguine minuunt, tum quæ obſtructiones diſpellunt. Sed non dubito Volderum noſtrum, Virum meliore valetudine digniſſimum, habere ad manum præclaros Medicos quos conſulat. Interim id mali obſervo in pleriſque Medicis, quod in morbis chronicis, quibus annumero διαθέσεις ad morbum, malunt medicamentis, id eſt per vim, tentare curam, quam diæta, id eſt naturali modo. Ad diætam autem refero etiam illa medicamenta quæ lente atque inſenſibiliter operantur. 1704. Jun.

Optem Tibi licere per otium cogitare diligentius de tota praxi medica; in qua licet certas eorum, quæ fiunt, rationes non aſſequamur, putem tamen eum, qui accuratis ratiociniis ſit aſſuetus, inſpectis iis quæ crebra experientià ſint conſtituta, multa præclara & in publicum profutura colligere. Mihi ab aliquot annis podagra videtur minari; etſi enim nondum ſe totam oſtenderit; nunc tamen in genibus, nunc in pedibus præcurſores quoſdam ſuos, dolores ſcilicet, parum quidem acres, & parum durabiles, nonnullos tamen miſit. Quo in ſtatu putem malo adhuc caveri poſſe; ſi quis rectam procedendi rationem teneret; qua de re judicium tuum mihi gratum foret. Conſtitui vinum in poſterum magis quam hactenus aqua temperare, & rarius ad convivia ire, in quibus amicis præter æquum obſequi neceſſe eſt.

De Parentio plane ex re judicas. Hospitalio defuncto res Mathematica in Gallia retro ſublapſa feretur. Nam Varignonius, unus contra cæteros omnes, ægre meliores methodos tuebitur.

Nova litteraria Helvetiæ nondum vidi. Sed laudo tamen inſtitutum. Ignoſcendum eſt iis, qui talia colligentes etiam quæ minoris ſunt momenti inferciunt, ne quem offendant, & ut diverſi generis Lectoribus ſatisfaciant, modo ne meliora omittant. Facile credo Dominum Tschirnhausium non ſatis accurate conſtituiſſe perpendiculares ex focis; & Dominum Hermannum, quod reprehenderet inveniſſe. Sane jam ante meum *Italicum* iter, puto circa annum 1688, ſignificaveram ipſi habere me modum ex focis generalem, quem poſtea publicavit Fa-

1704. Jun. TIUS (1). Mihi quidem non ex calculo, ſed ex tendentiarum compoſitione in tendentiam centri gravitatis in mentem venerat, quem publicavi olim in *Diario Pariſino* (2) Sed tunc Dominum TSCHIRNHAUSIUM hæc fruſtra monebam : videbatur enim ſibi habere multa meliora & generalia, quorum ſpes facit, ut ne animum quidem adhiberet monitis meis.

Si quid adhuc circa Parabolicorum arcuum relativas menſurationes poſt *Tſchirnhauſiana* monendum haberes ; eadem via *Novorum Litterariorum Helvetiorum* uti poſſes. Nam veriſſimum eſt quod ais, Dominum MENKENIUM ægre talia admittere, quanquam ſi in veritatis explicatione aut vindicatione nuda conſiſtant, nec quicquam habeant, quod offendere merito poſſit, nemini æquo judici diſplicere debeant. Itaque nunquam mihi ingratum fuit refutari, quoties rationibus nihil admiſtum fuit quod in perſonam ipſam iniquum videri poſſet. Vale ex ſententia, & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 6 Junii 1704.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſt.

(1) *Bibliothèque Univerſelle.*
(2) 1693. 36. Journal. du 14. Septemb.

EPISTO-

EPISTOLA CXLIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Extenſione & Corporis natura, Fundamentoque virium. De Huddenio & Niewentiitio & Tschirnhausio.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

NON injuſtam plane fuiſſe querelam meam, Dominus Volderus noſter, pro excellenti ſuo ingenio & animi æquitat, ipſe credo ſibi dicet, ubi mea hæc noviſſima, quæ nunc tranſmitto, cum animi attentione legerit. Et mirum eſt ſane, quam ſæpe Viri etiam egregii, dum aliud agunt, aut in mente habent, in conferendo in diverſum abeant ab eo de quo agitur. Tria quatuorve argumenta plus ſemel adhibui, quibus nunquam directe reſpondit; ut, quod *omnis realitas aggregatorum in ſimplicibus conſiſtat*; quod *extenſio ſit relativum quoddam, ſeu alicujus extenſio ſive diffuſio*; quod *vis aut actio non poſſint eſſe modificationes rei per ſe mere paſſivæ.* Et nunc ipſe aliis verbis, ſub *fundamenti virium* nomine, agnoſcit quod toties inculcavi: Quid ergo a me demonſtrari poſtulat! An unde ſit in rebus hoc fundamentum? Sed ita profecto novo fundamento indigeret. Et perinde id mihi videtur, ac ſi quis numeri, ſpatii, temporis, altiores origines quæreret, quam quæ inſunt notioni ipſorum. Ut ego ſpatii & temporis ultimas rationes explicui, ex ordine nimirum exiſtendi, aut ſimul, aut ſucceſſive, ita *fundamentum* illud *virium* explicui per analogiam ejus agendi principii, quod experimur in nobis; ut ſcilicet nihil aliud contineat quam perceptionem & appetitum. Ulteriora in rerum natura nec evinci, nec cognoſci poſſunt, præter rationem Supremam & communem omnium percipientium ſubſtantiarum, harmoniæque inter ipſas, quam Deum appellamus; & cujus hinc nova & clariſſima demonſtratio elucet. Non ergo nuda nomina ingeſſi pro rebus, quemad-

1704. Jul.

1704. Jul. quemadmodum ipſe in ſuis ad me Litteris bis inſinuat. Certe illa mea argumenta, quæ dixi, nec facile alibi inveniet, nec facile irrita reddet. Et neſcio an his conferenda alia paſſim ſint obvia, & quæ magis penetrent in interiora. *Entelechiæ* quoque & *Virium Derivatarum*, & *Monadis* nomina convenire rationibus, quibus ſignificata nominum eruuntur, res ipſa, ni fallor, oſtendit.

Hæc quæ hucuſque ſcripſi, communica, quæſo, Domino VOLDERO, ſi placet, tanquam id faceres ſponte Tua; quo melius intelligat non omnino intempeſtivam fuiſſe admonitionem meam.

Scripſit ad me Dominus WITSEN Conſul *Amſtelodamenſis* HUDDENIUM Schedas ſuas Mathematicas Teſtamento reliquiſſe nepoti ex ſorore, puto Domino DEDEE [ſic enim lego]; unde credibile eſt hunc eo eſſe ingenio, ut uti poſſit. Forte Tibi aliquid de eo notum. Eras aliquando in Commercio cum quodam *Batavo* (1) in munere judiciali, ſi bene memini poſito, qui aliquid præſtiterat in Mathematicis. Dominus NIEUWENTIIT ſilet; & puto recte facit, donec aliquid melius præſtet quam hactenus.

Amico cuidam meo *Germano*, qui apud Dominum Legatum noſtrum *Londini* agit, quærenti Dominus CHEYNÆUS miſit ſchedam, quæ accepta Tua refert & reſponſionem pollicetur.

Non miror vires nondum plane refectas, poſt tantum morbum. *Pyromontanæ* acidulæ purgant ſatis valide. Itaque hoc anno Tibi eas convenire vix putem. Tempus iis utendi ſunt æſtivi menſes; autumnales potius calidis aquis apti habentur.

Gratias ago pro monitis circa arthritidem, ut bellum Domino TSCHIRNHAUSIO denunties auctor eſſe nolim. Abiturit curſor. Vale & Fave.

Dabam 13. Julii 1704.

Deditiſſimus *G. G.* LEIBNITIUS

Deeſt Epiſtola quædam Bernoulliana.

EPIS-

(1) CL. DIERKENS.

EPISTOLA CL.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

De CHEYNÆI *iniqua agendi ratione. De* MOYVRÆANIS IN CHEYNÆUM *Animadverſionibus &c.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

MIROR tam diuturnam Tuam in reſpondendo moram; jam 1704.
plures elapſi ſunt menſes, quod per LA TREILLIUM *Gal-* Decemb.
lum, *Angli* cujuſdam nobilis Ephorum, *Hanoveram* petiturum, Litteras meas ultimas ad Te miſerim, ad quas tamen nihil reſponſi in hunc uſque diem accepi. Ne ſola iret Cl. VOLDERI Epiſtola, paucula hæc adjicere volui, multa enim quæ ſcribam non habeo. Reſpondit mihi CHEYNÆUS, ſimulque tranſmiſit ſchedam ſuam, quam, poſt acceptas meas animadverſiones, in Librum ſuum typis evulgavit: Sed non quo decet candore mecum egit. Nam, præterquam quod multa, quæ ipſum monueram ut corrigeret, in nos iniquius dicta, plane intacta diſſimulavit in ſcheda ſua; & multa etiam, quæ paralogiſmos ejus indicabant, ita pervertit, ut Lectori perſuadeat eos nihil niſi vel Calculi vel preli errata fuiſſe; hoc inſuper malæ fidei commiſit, ut in Præfatiuncula Schedæ iſti præfixa diceret, ſe non ſcripſiſſe Librum ſuum pro tyronibus, quibus relinqueret curam & diligentiam expiſcandi errores calculi & preli, ſe minutias non attendere, ſe tamen poſt jam impreſſum ſuum librum multa de novo animadvertiſſe, & nunc adjeciſſe notatu digna, una cum Calculi & preli erratis, quorum quædam ſecum eſſent communicata ab amicis ſuis, inter quos me nominat: ut verbo dicam, poſtquam æruginem ſuam effudit in neſcio quos tyrones, qui minutias & leviora ſphalmata tantum carpunt, rem totam eo dirigit, ut perſuadeat quidquid in ea *Adden-*

1704. *dorum* & *Adnotandorum*, ut vocat, ſcheda continetur, alicujus mo-
Decemb. menti & notatu dignum, id ſibi ipſi, reliqua vero nullius momenti, deberi amicis ſuis, quibus ſpeciatim ſphalmata tantum calculi & preli obſervata tribuit, cum tamen omnes illius ſchedæ Additiones & Obſervationes, cujuſcunque momenti ſint, pauciſſimis exceptis, ex Animadverſionibus meis verbotenus fere excerpſerit; de ſuo vero nihil vel parum addiderit; ut Tibi facile conſtabit, eas cum Addendis illis conferendi quondam occaſionem habituro. Ergo tandem hoc me honore mactavit CHEYNÆUS ut me, ſub titulo amici, traduceret pro tyrone, ſuum vero plagium in me commiſſum celaret. Ne tamen popularem ſuum CRAIGIUM, quem inter amicos ſuos mecum nominat, mecum etiam in tyronum claſſem referre videretur; eo humanitatis erga ipſum deſcendit, ut ipſi tribueret certam aliquam regulam integrandi differentialem binominalem, quæ tamen etiam ex integro mihi debetur, ut-pote de verbo ad verbum ex Animadverſionibus meis deſumpta. Credo CHEYNÆUM fuiſſe mente captum, cum ſchediaſma ſuum, in quo multis adeo modis me offendit ad me mittere in animum ſibi induceret. Ei nuper reſpondi: quo ſtylo uſus fuerim facile conjecturabis: certe non habebit, quo multum de Epiſtola mea glorietur, uti fortaſſis de præcedentibus meis fecit. Jam proculdubio noſti quod Cl. MOIVRÆUS ſingulari Libello (1) refutaverit CHEYNÆUM: refutationem uterque ad me miſit; hic ut ex me intelligeret meam de ea ſententiam, ſed quam rotunde denegavi meis tam male utenti; ille, ut amicitiam, ut ait, mecum iniret, & rationes ſuas refutandi exponeret: animadverto MOIVRÆI Libellum nonnihil acerbe ſcriptum, in quo tamen multa ſolide & docte objecit CHEYNÆO: interim, ut verum fatear, quædam etiam incaute carpſit, & nonnullis in locis erravit ipſe; id quod in nupera mea reſponſione non diſſimulavi, ut videret me cuique ſuum tribuere. Captavi tunc occaſionem narrandi ipſi, quibus artibus erga me uſus ſit CHEYNÆUS. Quid nunc uterque ad reſponſiones meas replicaturus ſit, tempus docebit.

(1) Animadverſiones in Dni. CHEYNÆI Tractatum de Methodo Fluxionum inverſa. Lond. 1704. 8°.

bit. Accepi quoque NEWTONI opus recens editum, continens tres partes, 1°. Opticam de coloribus, Anglice ſcriptam. 2°. Enumerationem linearum tertii ordinis, Latine. 3°. Quadraturas Curvarum Geometricarum, etiam Latine; Nondum mihi vacavit eas perlegere. Vale.

Groningæ a. d. 6. Decembris 1704.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CLI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De CHEYNÆO, MOYVRÆO & CRAIGIO. *De Conicis* HOSPITALII. *Obſervationibus* FLAMSTEDII, *Objectionibus* GREGORII, & *quibuſdam* NEWTONI *operibus.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

LITTERÆ quas cujuſdam juvenis *Angli* Ephoro *Gallo* credidiſti 1705.
accepi paulo ſerius, quod abſens eſſem domo. Puto me tamen Januar.
reſpondiſſe. CHEYNÆUM vides eſſe qualem prædixeram, laureolam quærentem in muſtaceo. MOIVRÆI Scriptum nondum vidi, ſed puto eſſe multo peritiorem. An aliquid attulit novum, aut ſcitu dignum? Id ſignifica quæſo, aut potius librum, cum bis habeas, mitte. Erit enim credo perbrevis, aut certe poterit dividi in partes. CRAIGIUS CHEYNÆI popularis longe alterius animi doctrinæque eſt. Theorema quoddam pro quadraturis ordinariis *Actis Lipſienſibus* (1) iſerit, quod dignum eſſet accurata conſideratione.

Ego de Analyticis vix cogitare ſoleo, niſi cum Tuis litteris excitor, per quas fere ſolas diſco, quæ in hoc ſtudio gerantur.

Q 2 Doleo

(1) *Specimen Methodi generalis determinandi Figurarum quadraturas*, Act. Erud. 1704. Jul. p. 311.

1705. Januar. Doleo Dominum *Marchionem* Hospitalium nihil aliud quam Conica (1) reliquiſſe, cum poſſet certe dare alia majoris momenti. Interim forte tractavit Sectiones conicas univerſaliori more, quam hactenus factum.

Ex Anglia mihi ſcribitur Flamstedii obſervationes 30 annorum edendas eſſe. Hinc fortaſſe ſcietur aliquando perveniemus ad Theoriam Lunæ accuratiorem, *Newtonianam* quidem in ipſa *Anglia* Phænomenis ſatisfacere negant; ſed ipſe Newtonus quædam adhuc determinat in re lunari.

Vidi nuper, quæ *David* Gregorius contra meam ſententiam de vorticibus ſcripſit (2). Certe, ſi quid judico, licet forte vortices Planetas deferentes negare poſſimus, non poterimus negare gravitatem. Neque quidquam evertet quod pro fundamento ſumſi, nihil moveri niſi a contiguo & moto; attractionemque adeo Solarem, ſine motu materiæ circum Solem, in qua ſunt Planetæ, intelligi non poſſe.

Opus Newtoni de coloribus profundum videtur; ſed nondum ſatis examinare licuit, an ejus ope ſpes ſit explicandi colores fixos, quos vocant. In *Tractatu de Quadraturis Curvarum* ordinariarum, nihil puto eſſe quod nobis ſit valde novum aut arduum. Determinatio numeri linearum tertii gradus, &, ut credo, recta eſt, & habenda eſt pro incremento non contemnendo Geometriæ; & placet inprimis quod de diametro obſervat (3) ordinatam curvæ altioris ſecante in plures quam duas partes, ſervata utrimque æqualitate.

Adjunctas rogo, ut ad Dominum Cuperum & Dominum De Volder, inſignes in ſuo quemque genere Viros, mittas, & priorem, ſi videtur, lectam claudas.

Dabam *Berolini* 25. Januarii 1705.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

EPIS-

(1) *Traité Analytique des ſections Coniques. Paris* 1707. 4°.

(2) *In Aſtronomiæ Phyſicæ & Geometricæ Elementis, Lib.* 1. *Prop.* 77. & 78. *pag.* 143. *Edit. Genev. Sed vide quæ reſpondit* Leibnitius *in Actis Erud.* 1706. *Oct. p.* 446.

(3) *Enum. lin.* 3. *Ord. Art.* II. §. I.

Digitized by Google

EPISTOLA CLII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De ipſius in Patriam reditu inſtituto.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

Ex Litteris maxime Reverendi Viri *Johannis* Braunii intellexi Te diſceſſum parare, & in Patriam redire conſtituiſſe. 1705. Jun. Hæc ut Tibi feliciter eveniant, ex animo opto. Cæterum cum penes Te ſint, ni fallor, reſponſiones meæ ad Objectiones Clariſſimi Baylii in noviſſima Dictionarii Editione contentas ab ipſo remiſſæ; rogo ut eas obſignatas mihique inſcriptas relinquas apud amicum, ut, data occaſione, ad me tranſmitti poſſint.

Plura nunc non addo, incertus an hæ Te *Groningæ* ſint inventuræ; tum veritus ne occupationes domicilium transferre molientis aliis cogitationibus locum relinquant. Certe occupatiſſimum Te eſſe, vel ex ipſo ſilentio Tuo judico; alias enim nuntium conſilii Tui a Te ipſo expectaſſem. Vale & me ama.

Dabam *Hanovera* 22. Junii 1705.

Deditiſſimus.

Godefridus Gulielmus Leibnitius.

Digitized by Google

EPISTOLA CLIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Amiſſam Epiſtolam queritur, ejuſque nonnulla Capita repetit. De CHRYNÆO. *De ſua Regula pro determinando valore fractionis* $\frac{0}{0}$. VARIGNONII *de vi centrifuga error.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1705. Jul. QUOD conſilium meum de remigratione in Patriam, ad quam me jam paro, nondum Tibi aperuerim, non tam occupationes in cauſa ſunt, quam quod abs Te ipſo expectaverim reſponſionem. Ut enim verum fatear, verebar fere, ne quid humanitus acciderit Tibi, diu adeo ſilenti. Nunc vero Te vivere & valere, ex noviſſimis Tuis intelligo quidem, & gaudeo. Sed nihil in iis reperi quod reſponſionis loco eſſe poſſet, ad quædam quæ Te in poſtremis meis (1) rogabam, ut vel eas ad Te non perveniſſe, vel potius Te earum oblitum eſſe credam. Quærebam aliquid de nova illa Academia *Berolini* fundata, quiſnam ibi fungatur Profeſſione Matheſeos, aut forte num adhuc vacua ſit, & an-non conſilium Tuum de vocando idoneo Viro, ſit expetitum. Quærebam etiam rogatu alicujus amici, an Tibi innoteſcat liber aliquis, cujus titulus, *Eberhardi* SCHELII *Topographia urbis Romæ*: amicus ille habet hunc librum manuſcriptum, quem æſtimat, & ſi ſciret nondum editum fuiſſe, forte ederet. Iter, quod in Patriam meditor, aggrediar, bono cum Deo, intra quinque vel ſex hebdomadas; ita ut ſufficiens tempus reſpondendi Tibi ſuppetat, ſi qua reſponſione ante diſceſſum me dignari volueris. Reſponſiones Tuas ad Objectiones BAYLII (uti petis) apud Amicum

(1) *Eas, quanquam poſtea repertas*, (Epiſt. CLVI.) *non vidi.*

cum obſignatas, Tibique inſcriptas, relinquam, data occaſione 1705.
ad Te tranſmittendas, niſi ea forſan ante diſceſſum meum ſe of- Jul.
ferat; Miſi Tibi nuper per Dominum Massonum, Eruditum *Gallum*, *Moivræi* Animadverſiones in librum Cheynæi: illas recte traditas ſpero. Per poſtremum curſorem accepi Litteras a Domino Cheynæo, nihil niſi continuam invectivam continentes, atque me objurgationibus, contumeliis & omnis generis injuriis, ... tam ruſtice afficientes, ut certe legendo neſcirem an ſomniarem an vigilarem. Nihil enim minus ab iſto homine, quam tam indigne tractari expectabam. Quantum conjicere poſſum, ſuſpicatur me ſuum adverſarium, ex eo quod Cl. Moivræo perſcripſerim, qua ratione, & qua fide erga me uſus ſit, in edendis ſuis *Addendis* & *Adnotandis*, & quod poſtea Moivræus meam Epiſtolam circumgeſtaverit multiſque ſuis amicis monſtraverit: neque etiam ſatis concoquere potuit, quod apud ſe de ſuo modo agendi conqueſtus ſerim, verbis non affectatis, id eſt rotunde ſcapham vocando, quam meam ſinceritatem vocat ille *ſtilum modeſtis viris inſolitum.* Ut verbo dicam, urit illum, quod ſuæ. . . . . vanitati applaudere noluerim. Conſtitui . . . . . . huic homini non reſpondere, ſed hoc ipſo die mittam ad Dominum Moivræum deſcriptionem rerum præcipuarum quæ Cheynæum inter & me peractæ ſunt; ut ſi opus ille cenſuerit, meas ipſe [tanquam me inſcio] partes tueri poſſit.

Accepi litteras a Cl. Varignonio, quibus intelligo Dominum Saurinum ægre ferre, quod Regulam illam de determinando valore fractionis utrumque ſuum terminum certo caſu evaneſcentem habentis, mihi arrogaverim in *Actis Lipſienſibus* ſuperioris anni (1); quam tamen ipſe in aliquo *Diario Pariſ.* attribuerit *Marchioni* Hospitalio. Sed miror hujus . . . . audaciam, tam iniqua a me exigentis, quaſi quæ mea ſunt mea eſſe

(1) Joh. Bernoullii, *Perfectio Regulæ ſuæ editæ in Libro Gall.* Analyſe des infinimens petits, Art. 163. *pro determinando valore fractionis cujus numerator & denominator certo caſu evaneſcunt.* Act. Erud. 1704. Aug. pag. 375, *vel* Opp. Tom. I. N°. LXXI. pag. 401.

Digitized by Google

1705. Jul. eſſe deſinerent ex quo Hospitalius ea ſuo Libro inſeruit. Dicit Saurinus ſe quidem credere Regulam illam a me eſſe inventam, non tamen honeſte factum eſſe, quod demum poſt fata Hospitalii eam mihi vindicare velim. Equidem non veritus fuiſſem eam mihi vindicare, vivente Hospitalio, ſi ſciviſſem, uti poſtea ſcivi, Saurinum eam Regulam tanto cum elogio Domino Hospitalio adſcripſiſſe: nam, ut verum fatear, pati non potui, ut quæ mea ſunt. . . . . mihi eriperentur, & ad alium derivarentur: Eſt igitur ipſe Saurinus, qui vindicias illas a me extorſit. Quod ſi vero putet falſo a me arrogari, ... habeo litteras Hospitalii ad me ſcriptas; quas ſi edidero, docebunt, non hoc tantum, ſed alia pleraque a me habuiſſe Hospitalium. Cl. Varignonius etiam Tecum, ut mihi ſcripſit, communicavit ſuam meditationem, de vi centrifuga, quam putat a Nob Hugenio aliiſque duplo juſto minorem fieri. Sed oſtendi Varignonio, quod erraverit ipſe, & quod recte ſit æſtimata vis a Domino Hugenio: meæ tamen demonſtrationi quantumvis geometricæ nondum omnino acquieſcit. Vale.

Groningæ a. d. 11, Julii 1705.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.

J. Bernoulli.

EPISTOLA

Digitized by Google

EPISTOLA CLIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Academia Equeſtri Berolinenſi. *De* CHEYNÆO & HOSPITALIO. *De* VARIGNONIO & MOIVRÆO. *De Problematibus ſolvendis. Varia.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime !

NON memini videre Epiſtolam, qua de Profeſſore *Berolinenſi* quæſiveris. Non eſt hæc prima Epiſtola quæ mihi intercide-rit; itaque cum præter morem ſileo, ubi ratio eſt reſpondendi, æquum eſt, ut me vivum potius-quam mortuum, & Litteris potius fraudatum quam Tui negligentem credas. 1705. Jul.

Fundata eſt *Berolini* Equeſtris Academia, in qua adoleſcentes etiam Elementa Matheſeos docentur Sed quantum hactenus intelligo neminem aliunde accerſiverunt huic muneri obeundo, utunturque Domino NAUDÆO, Viro docto, qui dudum illic tum in Collegio litterario, tum in Pictorum ſculptorumque Academia docet. Nam Director Academiæ hujus juſſus eſt ſumptibus parcere, quantum ejus fieri poteſt, dareque operam ut quam-minimo res Aulæ conſtet.

Eberhardum SCHELIUM ignoro; *Radbodi* SCHELII quædam vidi olim politica & militaria.

CHEYNÆUM doleo eo proceſſiſſe, malo inter Eruditos exemplo, in quibus vellem plus quam in aliis humanitatis. Nam niſi ſcientia meliores nos reddat, proderimus aliis potius quam nobis.

Crediderim nonnullos .... urere, quod, in quadam menſtrua in *Batavis* edita relatione de rebus litterariis, de Tuis in *Hoſpitalianum* Opus meritis dictum eſt. Ipſe utique Vir modeſ-

1705. Jul. tiſſimus plurimum ſe Tibi debere profeſſus eſt, cui aditum ad Methodos noſtras ſuum in ſolidum tranſcripſit, cum *Pariſiis* Tua conſuetudine uteretur.

Diu apud me fuit Dni. VARIGNONII meditatio de vi centrifuga; ſed per alia omnia diſtracto ſatis expendere non vacabat. Tuam cenſuram videre gratiſſimum erit.

MOIVRÆI libellum accepi; Tibique ago gratias. Video non eſſe ſpernendum ingenium Viri; expectoque ab ipſo aliquid ad Scientiæ augmentum, quemadmodum & a Juvene illo, cujus aliquam meditationem inſeruit circa Series infinitas.

Sed vellem ego Viros in *Anglia* ad laudem in his ſtudiis aſpirantes Problemata aggredi; is demum lapis eſt Methodorum lydius Dnus. FATIUS hoc præcavit in Libro ſuo, denuntians ſemel in univerſum nolle ſe vexari Problematibus: Iſtud quidem ſapere eſt.

Niſi maxime Reverendus BRAUNIUS ſignificaſſet mihi abitum Tuum imminentem, elapſus eras mihi nihil minus cogitanti. Reſponſiunculam ad BAYLIUM meam relinque, quæſo, obſignatam apud maxime Reverendum BRAUNIUM; nolo enim mihi mitti, quia forte ad *Batavos* remittenda erit. Antequam prorſus abeas, aliquas adhuc litteras a Te expecto. Dominus *Frater* Tuus valde deſiderat Schediaſma olim a *Penſionario* DE WITTE typis editum circa reditus ad vitam. Habeo, ſed in mole chartarum invenire non poſſum. Tibi ex *Batavis* nanciſci eique adferre facile erit. Itaque rogo hanc mihi gratiam facias. Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 14. Julii 1705.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPIS

Digitized by Google

EPISTOLA CLV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De errore Varignonii *circa vires centrifugas. De Profeſſione* Ultrajectina *ſibi oblata. De Curvarum transformatione.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

DOleo penultimam meam Epiſtolam ad Te ſcriptam intercidiſſe; memini unum alterum-ve novum continere: miror ſæpe contingere, ut litteræ Tibi inſcriptæ non tradantur, cum illud malum vix ſemel mihi contigerit. Spero me hinc profecturum medio circiter Auguſti, ita ut ſaltem ſemel adhuc a Te litteras expectem, ſi quid mihi perſcribendum habeas. Reſponſionem ad Baylium, uti petis, obſignatam depoſuam apud Rev. Braunium, qui ad juſſum Tuum de ea diſponet. Occupato nunc mihi, & aliis cogitationibus diſtracto non vacat explicare hic ad longum meam cenſuram in Varignonii meditationem de vi centrifuga: ubi ad quietiorem ſtatum pervenero, [utinam:] omnia fuſe exponam. Hoc equidem dicere poſſum, quod Varignonius non recte conſideret vim centrifugam, ſumendo ejus particulam infiniteſimam pro integra elementum pro toto: error ex eo habuit originem, quod curvas tanquam polygona rectilinea conſideraverit, id quod in hoc negotio non procedit. Sunt enim curvæ conſiderandæ tanquam conflatæ ex arculis parabolicis oſculantibus; ita ut (*Fig.* 99.) vis centrifuga non ſit æſtimanda per lineolam BC, receſſum momentaneum a tangente AF, ſumta ſcilicet AC tanquam lineola recta, ut Varignonius facit; ſed æſtimari debeat per DE receſſum momentaneum

1705. Jul.

Ta. XVII.

Digitized by Google

1705. Jul. a tangente, ſumpta ſcilicet A E tanquam arculo parabolico oſculante curvam A E H in A E; neque obſtat quod & ipſe arculus A E, licet infinite parvus reſpectu curvæ A H, ſit tamen ex rectis lineolis infinities minoribus compoſitus; nam & hoc ipſum oſtendit quod B C ſit nonniſi elementum veræ vis centrifugæ; plane enim judico rem ſe habere ut in gravitate, quæ non ictu, ſed infinitis ictibus, quamvis tempuſculo infinite parvo, producitur: alias enim vires centrifugæ non forent in duplicata ratione velocitatum, ſed in ſimplici; quod eſt contra experientiam. Hæc tamen & alia non poterant ſatisfacere Varignonio pertinaciter inhærenti ſuo errori, & quod magis mireris, cum ipſi adducerem demonſtrationem more Veterum adornatatam, in quam ſcilicet nulla infinite parva ingrediuntur, & qua apodictice demonſtrabam communem ſententiam, quod grave agitatum, in circumferentia circuli horizontalis, celeritate æquali illi quam acquireret cadendo ex altitudine ſemiradii illius circuli, habiturum ſit vim centrifugam æqualem ſuæ gravitati: Et cum, in illa demonſtratione ſupponerem, tanquam axioma, quod mobile aliquod agitatum ſuper curva aliqua, in quolibet ejus puncto, eam habiturum ſit vim centrifugam, quam haberet ſi agitaretur æquali velocitate ſuper circumferentia circuli curvam in eo puncto oſculantis, Varignonius ſuppoſitum hoc, præter omnem expectationem, mihi negavit, aſſeruitque vim centrifugam ſuper circulo oſculante duplam eſſe ejus quam mobile habet ſuper curva in puncto oſculi; cujus rei falſitatem ego protinus refutabam, [quod factu facile mihi erat] alia nova demonſtratione, qua apagogice oſtendi manifeſtam ſequi contradictionem, ſi dicatur vires illas duas centrifugas, ſuper curva & ſuper circulo oſculante, eſſe inæquales; per conſequens unam non poſſe eſſe duplam alterius; ad hanc novam demonſtrationem nihil aliud reposuit Varignonius, quam ſe multa dicenda videre, ſe vero velle ea reſervare in reditum meum in Patriam. Quod vero habeat, ne vel divinando aſſequi poſſim: ſunt enim demonſtrationes meæ ejus roboris, ut vel *Euclidæis* vel *Archimedæis* cedere non auſint. Id quidem effecerunt, quod Varignonius ſuam

ſuam meditationem, quam jam ad prelum parabat, in ſcrinia recondiderit, forte omnino ſupprimendam, ubi faſcinum ab oculis abſterſerit. Quando vacabit, ut jam dixi, communicabo tecum binas illas demonſtrationes, quarum prior præferenda videtur *Hugenianæ* aliisque; quod cum hæ omnes per infinite parva procedant, quæ etiam iis, qui alioquin infiniteſimalibus ſatis aſſueverunt, tamen negotium faceſſunt, ut Varignonio contigit, mea nihil niſi ordinarias quantitates contineat. 1705. Jul.

Schediaſma *Pensionarii de* Witt circa reditus ad vitam vix putem reperiri poſſe. Agnatus aliquis meus, qui nuper ex *Batavis* venit, ſe illud ibi reperire non potuiſſe mihi retulit. Inquiram tamen & ego, ubi ea tranſivero.

Ultrajectini, de futuro meo abitu certiores facti, me de novo in ſuam Academiam pellicere conantur, oblatis conditionibus non ſpernendis, neque prior a me lata repulſa eos abſterruit, quin ad me Legatum mitterent ex ipſis Profeſſoribus unum, qui ſua ſuada, ſi fieri poſſet [eſt enim Eloquentiæ Profeſſor], impetrato meo aſſenſu, abiret Exorator qui venit Orator: Sed nec dedi manus, nec rejeci omnino oblatum, omnia in deliberationem cum Parentibus reſervans, atque me ſtatim poſt reditum in patriam reſponſum daturum promittens. Miror quid in me videant boni Viri, quod ſibi adeo placeat, & vereor ubi aliquando me poſſederint, ut tum de me dici poſſit: *minuit præſentia famam:* ſed ſibi imputent, ſi expectationi, quam de me fovent, non ſatisfecero, ut-pote qui me non obtruſi illis.

Ad *Acta* nuper communicavi Methodum meam transformandi curvas in alias longitudine æquales, (1) occaſione mihi data per ſchediaſma Domini Craigii, quod in iiſdem *Actis* reperi,

(1) *Motus reptorius, ejuſque inſignis uſus pro lineis curvis in unam omnibus æqualem colligendis, atque hinc deducta Problematis de transformatione Curvarum... genuina ſolutio.* Act. Erud. 1705. Auguſt. p. 347. Opp. Tom. I. N°. LXXIV. p. 408.

1705. Jul. ri (1) continens ſolutionem hujus Problematis; quam vero mere paralogiſticam cenſeo, quippe quæ ſupponit aliquid, quod ipſa quæſtione difficilius eſt. Ut cuique interim ſuum tribuam, feci mentionem modi Tui Problema ſolvendi per coevolutionem curvarum; addito tempore, quo illum accepi; quem etiam breviter recenſeo; ut ſi forte Tibi non vacaverit, Lector illum perficere poſſit. Quid Tibi viſum fuerit de novo illo motu meo reptorio, qui multa non ſpernenda mihi ſuggeſſit circa proprietates curvarum, ſane lubenter intellexerim. Vale & mihi favere perge.

Groningæ a. d. 25. Julii 1705.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus

J. BERNOULLI.

(1) *Solutio Problematis a Cl. Viro D.* Joh. BERNOULLI *propoſiti, quam* D. G. CHEYNÆO *communicavit* J. CRAIG. Act. Erud. 1705. Apr. pag. 190. *ex* Tranſ. Philoſ. N°. 289.

EPISTOLA

EPISTOLA CLVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Nuntiat reperiſſe Epiſtolam quæ amiſſa credebatur: De viribus centrifugis. De Aſtronomia Gregorii, *ejuſque errore circa Ellipſim* Caſſinianam. *Denotatio differentialium. De* Apollonii *Sectione rationis. De Regula* Guldini *apud* Pappum *reperienda.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

Non raro quidem mihi aliquot centenas litteras annuatim ſcribenti & accipienti contingit, ut aliquæ pereant; idque hac vice eo facilius ſuſpicabar, quod nuper aliquis ex famulis poſtæ abjectus eſt, quia deprehensus eſt faſciculum Litterarum, quas reddere neglexerat, in flumen projeciſſe. Nunc tamen cum Tuis ſe res aliter habuit, nam dum alias evolvo ſchedas, atque ſuis locis diſpono, ecce Tuæ (1) apparent, apertæ quidem, ſed nondum lectæ, quod forte interruptus de manibus poſuiſſem recens acceptas, nec occaſio aliqua ſtatim memoriam earum refricuiſſet. Ibi ergo legi Schildium, an Schelium, quem memoras, Duci *Brunſvicenſi* cuidam. an Julio dedicaſſe Opus ſuum; ſed nemini quod ſciam ea de re apud nos quicquam compertum, ut adeo prodiiſſe unquam non putem. 1705. Jul.

Hodie mane Litteras Tuas accepi, cum in Aulam irem, quæ in proxima urbi villa eſt: legi in itinere, reverſus domum, quod alia negotia inchoare ſerum eſſet, expendi naturam vis centrifugæ, ſeu conatus recedendi a centro circulationis. Uſus autem ſum (*Fig* 100.) lineis rectis EA, AG, latera polygoni circularis infinitanguli conſtituentibus, & motu uniformi in tali latere, Tab. XVII.

(1) *Eas non potui reperire.*

1705. Jul. latere, ejuſque continuatione AF, quin & uſus ſum motu uniformi per rectam FG, cujus velocitas eſt infinite parva, quam pono ab attractione impreſſam, quovis momento temporis elementum incipiente, & durare per totum hoc elementum quo peraguntur motus ſimplices AF & AH & compoſitus ex iis AG. Ita, licet pro motu gravis jam continue creſcente, introducantur infiniti motus uniformes, idem tamen prodit in ipſis aſſignabilibus effectus, qui motus continue mutati ſuppoſitione, idemque conatus recedendi a centro; & revera reperio, ſi æquales ſint, conatus qui imprimitur a gravitate, & conatus recedendi a centro, altitudinem, quæ gravi dat velocitatem circulationis, eſſe radii circulationis dimidiam.

Licet autem in Dni. Varignonii meditatione multa ſint pulchra & ingenioſa, veritatique optime conſentientia; in eo tamen ivit in diverſum, meo judicio, quod motum in lineola infinities infinite parva FG [in ipſius figura dicitur LP] ſumit ut acceleratum; quod etiam Tu facis, & ſane in poteſtate eſt, quoniam attractio centralis velut gravitas quædam concipi poteſt; verum enimvero, hoc poſito, lineola FG, vel LP, non repræſentat conatum centrifugum [vel contrarium ejus attractorium ad centrum quo ipſe deſtruitur]; quia in motu accelerato velocitates non ſunt ut altitudines. Conatus autem iſte paracentricus, ut velocitas quædam conſideratur.

Mihi vero, motum per FG ut uniformem ſpectanti, eam lineolam pro conatu paracentrico aſſumere licet, brevique ratiocinatione omnia conſtant; ita ut opus non ſit ad arcus Parabolarum oſculantium confugere: quamvis facile intelligam earum quoque ope ad eandem concluſionem debere perveniri. Interim gratiæ Dno. Varignonio agendæ ſunt, quod rem hanc diſcutiendi occaſionem dederit, quæ non inutiles conſiderationes præbet. Et fieri poteſt, ut nonnulli alii inter ratiocinandum rem tetigerint, uno errore alterum corrigente. Hæc igitur ipſi Dno. Varignonio prima occaſione ſignificabo: nolim enim Virum egregium in ſuſpenſo manere. Gratum aliquando erit accipere conſiderationes Tuas, & inter alia demonſtrationem more Veterum adornatam. *Grego-*

Gregoriani Operis Aſtronomici (1) pauca legi; quod appa- 1705.
reat quæ bona habet fere ab aliis eſſe deſcripta. Ex quo vidi Jul.
eum noluiſſe agnoſcere errorem manifeſtum (2), quod ingenui erat, [de quo non dubito quin aliquid ad Moivræum ſcribens tetigeris] valde apud me imminuta eſt ejus exiſtimatio. Neſcio an videris Libellum ejus Opticum (3). Totus nititur meo principio in *Actis* indicato, quod circuli oſculantes in praxi pro ſuccedaneis aſſumi poſſint Parabolarum, Hyperbolarum & Ellipſium: id tamen diſſimulat, aitque hæc a ſe ante multos jam annos fuiſſe conſcripta. Sed cum videatur proclivis ad paucula, quæ forte invenit, protrudenda in publicum; credo hanc meditationem non ſpernendam, non [ut nos ſolemus] nonum in annum preſſiſſet.

Mirum quod adduci poſſit, ut errorem retractaret circa *lineam Caſſinianam* (4): forte fecit, quia adverſarium habuit in *Anglia* imminentem, ita non auſus eſt repugnare, ne Cheynæi conterranei fato uteretur. Rectius credo animum adjiciet ad Græcos Mathematicos edendos.

Lineam quæ angulos circa unum focum habeat proportionales areis circa alterum focum omnino poſſibilem puto, neque deſperem ad eam pervenire, ſi res tanti eſſet.

Ad promovendas quadraturas ultra limites quos hactenus habemus, ipſeque reliquit Newtonus, aliis artibus opus putem.

Angli affectant puncta adhibere pro noſtra littera *d*; quod etſi nullius momenti in communi uſu diſcrimen ſit, ſunt tamen uſus ſingulares, ubi puncta non ſufficiunt; nempe cum differentiæ gra-

(1) *Elementa Aſtronomiæ Phyſicæ & Geometricæ.* Oxon. 1702. fol. vel Genev. 1726. 4°.

(2) *Circa Catenariam.* Vid. Epiſt. LXXVIII-LXXXI.

(3) *Catoptricæ & Dioptricæ Sphæricæ Elementa.* Oxon. 1695. 8°. Vid. Epiſt. XXXII. & XXXIV.

(4) Lib. III. Prop. 8. *poſuerat* Gregorius *eam eſſe* Caſſinianæ *Ellipſeos naturam, ut anguli circa focum unum areis circa focum alterum eſſent proportionales: id quod, paulo poſt, mutata plagula, non tantum ſuſtulit, ſed erroneum demonſtravit.*

Digitized by Google

1705. Jul. dus ipſe generaliter ſumitur & per litteram exprimitur, ut gradus potentiæ ſolet.

Avidus ſum diſcere, an Sectio rationis *Apolloniana* aliquid commune habeat cum Logarithmis (1).

Jam dudum mihi dictum memini ab aliquo, regulam GULDINI eſſe apud PAPPUM. Oportet ejus rei veſtigium ſit in jam editis (2). Jam venit in mentem Dnum TSCHIRNHAUSIUM mihi dixiſſe hoc ſe didiciſſe a Dno REGNIER, qui erat inſignis, pro ſuo tempore, Mathematicus *Lugdunenſis*; etſi paralogiſmum commiſerit, cum vellet menſurare ſuperficiem ſphæroïdis pro fornicibus arcuum, noſtris ſcilicet artibus tunc parum exploratis. Etſi enim, & HUGENIUS, & alii, veram dimenſionem ejus ſuperficiei inveniſſent, id tamen pauci intelligebant, & BULIALDUS credere nolebat. Sed ego me video aliis alia innectere, Te vero otio non abundare. Itaque felix iter precatus finio.

Dabam. *Hanoveræ* 28. Julii 1705.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Motus reptorii noſcendi curioſus ſum. Non ingratum eſt quod meam indicationem modi ſolvendi Problema Tuum publicaſti. Etſi perfacili calculo exequi liceat, vix tamen in animum inducere poſſum ut faciam, quæ alius facile ſuppleat; hac ſcilicet ætate.

Reſponſio deeſt.

EPISTOLA

(1) *Nihil omnino*, *Sectio rationis* Apolloniana, *quæ curante* HALLEIO *ex Arabico verſa prodiit.* Oxon 1706. 8°, *eſt Solutio hujus Problematis. Per datum punctum rectam ducere quæ auferat a duabus rectis poſitione datis ſegmenta, punctis in iiſdem datis adjacentia, datam rationem, inter ſe habentia.*

(2) *Sub finem Præfat.* Lib. VII. pag. 252. Edit. Bonon. 1660.

EPISTOLA CLVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De reditu in Patriam, & Fratris *ejus morte. De* HERMANNO, & *vacantibus apud* Batavos *Profeſſionibus. De Mathematicorum inter* Germanos *raritate. De* CHEINÆI *Libro pro veritate Religionis. De ſua Methodo transformandi Curvas. De Arithmetica dyadica*, & *Phoſphoro mercuriali.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

SALVUM Te cum Tuis adveniſſe ex animo gaudeo. Quod vero Dominum *Fratrem* vivum non inveniſti, dolere me fateor. Sperabam enim a veſtro colloquio & conſpiratione plurimum fructus Reipublicæ litterariæ, & veſtrum utique. Sed quoniam Deo aliter viſum eſt, convenit Divinæ voluntati noſtram accommodari. 1705. Octob.

Velim quæ reliquit conſervari, & in publicos uſus transferri. Tibi gratulor Patria & amicis jam fruenti, &, quod auguror, diu fruituro. Nec dubito, hunc gratum rerum Tuarum habitum incitamento Tibi fore ad proſequendos laudatiſſimos labores.

Clariſſimo HERMANNO paratiſſima ſemper officia mea fuere. Itaque ſi conſulor a Clariſſimo VOLDERO, vel ſi qua alia ſe offert ratio ejus rebus commodandi, non deero. Reſponſum ab ipſo ad meas expecto, quas ei ſcripſeram de dolore, quam in Societate *Berolinenſi*, ex denuntiata morte clariſſimi *Fatris* Tui percepimus, deque exhibendo ejus nomine officio conſolatorio apud Dominam Viduam, liberos, & proximos; quod ad Te utique in primis refertur. Id juſſu Societatis repeto, quod excellentis Viri memoriam ſibi ſemper commendatam habebit. Elogium ejus conſcribi e re erit, quod *Actis Eruditorum* inſeratur.

Quantum intelligo, vacant *Groningana* & *Ultrajectina* Profeſſiones Matheſeos, & *Leidenſis* ſemivacat; quando, quem memoras,

1705. Octob. ras, animus Cl. VOLDERI erga Te fuit. Sed vereor, ne idem in alterius gratiam ſit facturus.

Mirum eſt in *Germania* noſtra vix quemquam vel paulum in noſtra Analyſi proficere. Juvenis ille *Suevus*, qui me *Berolini* ſalutavit, Tibi quoque non ignotus [JENICHIO nomen erat, ni fallor], curam aliquam hujus ſcientiæ habere videbatur, magnos tamen progreſſus feciſſe non videbatur. Neſcio an multo majores progreſſus fecerit Dnus WOLFIUS, qui *Lipſiæ* diſſertationem de noſtro Calculo edidit. Hunc tamen crediderim longius progreſſurum; quia prior, ni fallor, ſe praxi potiſſimum dabat.

Medicus *Scotus* doctus ad me attulit CHEYNÆI Librum pro veritate Religionis ex natura, & ejuſdem reſponſionem ad MOIVRÆUM. Neutrum expendere vacavit. Spero meliora pro Religione, quam de Analyſi attuliſſe.

Neſcio unde judices meam Methodum curvæ datæ exhibendi infinitas æquales perplexo admodum calculo indigere. Si ex eo quod calculum non aggreſſus ſum; adhibes non cauſam pro cauſa omiſſionis meæ. Sæpe enim etiam facillima declino, quia in hac multitudine eorum quæ adhuc agere vellem, neceſſaria præferri debent. Conſtructionis Tuæ per motum reptorium nullum adduxiſti exemplum; nec minus quam ego in generalibus manſiſti: quod me minus promtum ad rem attentius conſiderandam reddidit. De Dno CRAIGIO merito mones, non ſatisfeciſſe, etſi aliquid fecerit, nimiumque aggreſſus ſit.

Puto etiam meas priores Domino HERMANNO redditas, in quibus ei demonſtrationem miſi, quod omnes Series Arithmeticæ non tantum, ſed & potentiarum ab Arithmeticis, & conflatarum ex his quantitatum habeant columnas periodicas, ſi dyadice exprimantur.

Nuper legi, in *Actis Academiæ Regiæ Scientiarum*, dubios adhuc eſſe de Tuo Phoſphori Barometrici experimento; utrum quando

quando lubet confici poſſit. Vellem noſſe an nondum ſcrupulum ſibi exemerint. Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 30. Octobris 1705.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

Reſponſio deeſt.

EPISTOLA CLVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Jacobo Bernoullio *Diſtichon. De* Bernardo *Profeſſore Leydenſi. De transformatione Curvarum.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

Nescio an Tibi perinde ac Dno. Hermanno, qui prior poſtulaverat, jam tranſmiſerim Diſtichon, quo inclyti Geometræ Domini Fratris Tui memoriam utcunque celebravi; id ita habet: 1705. Decemb.

Infinita Tibi terris lux fulſit in ipſis,
Bernoulli; *& quiſquam Te ſupereſſe neget!*

Scio Philoſophos, inter alia, ex infiniti cognitione pro animæ immortalitate argumentari, & quidem non male. Sperò accipere aliquando quæ honori ejus edentur; commode enim in vernas *Lipſienſium* Nundinas tranſmitti poterunt.

Fortaſſe Orationem quoque Tuam interim edes *de Laudibus Analyſeos novæ*, quam eadem occaſione ſperabo.

Non ſatis noveram doctrinam Dni Bernardi Editoris *Novellarum litterariarum* Galli; atque ideo ignorabam tantum in Phyſicis præſtitiſſe, ut Volderi vices ſubire poſſet.

 Domini

Digitized by Google

1705. Decemb. Domini Wolfii Diſſertatio de noſtro calculo non procedit ultra elementa, ſeu Algorithmum meum.

Si Problema aliquod reducatur ad determinationem Cauſticarum, utique pro ſoluto haberi debet. Ita autem ſolutum a me eſt Tuum.

Ut vero videas non requiri aliquam, ut ſcribis, inſolitam & nondum ſatis perſpectam calculandi rationem; ecce Tibi exemplum, ſed generale, & cuivis curvæ infinities per æquationem exhibendæ ſuffecturum, ubi debitus ſpeculi ſitus ſine ullo calculo determinatur. Nempe adhibeo ſpeculum Ellipticum & duo extrema arcus dati puncta colloco in foco Ellipſeos, & circa hos focos deſcribo Ellipſin quamcunque, ſeu filo quantocunque, & poſito arcum datum radiare per tangentes in ſpeculum Ellipticum, erit imago ejus catacauſtica, reflexione radiorum incidentium formata, arcus quæſitus priori æqualis & ſemper diſſimilis, prout major minorque eiſdem focis manentibus aſſumitur Ellipſis. Sit TA. XVIII (*Fig.* 101.) arcus datus ABC; circa focos A, C, deſcribatur Ellipſis FLG: & A, per tangentem arcus radians in F, habebit punctum corradiationis ſeu catacauſticum, reſpondens in altero foco C, & C per tangentem arcus radians in G habebit punctum catacauſticum reſpondens in altero foco A, ex natura Ellipſeos. Cumque per naturam Catacauſticarum ſit filum AFCIA [ſeu bi-recta AFC + arc CIA] æquale filo ABCGA, [id eſt arcui ABC + birectæ CGA;] & AFC & CGA birectæ ſint æquales, ex natura Ellipſeos; erit arcus ABC æqualis arcui CIA. Vides ergo nihil plane inſolitum hic requiri, cum tantum de duobus punctis extremis agatur, ut birecta ad primum punctum æquetur birectæ ad ultimum punctum, eumque ad ſcopum ſpeculi ſitus accommodetur; quanquam id in aliis lineis non æque facile ac in ſpeculo Elliptico aut Hyperbolico præſtari poſſit. Omnia autem ſpecula, concava ſcilicet, huic ſcopo inſerviunt, excepto plano & ſphærico. Dato ſpeculo cujuſcunque figuræ, quærenda eſt Ellipſis vel Hyperbola lineam ſpeculi oſculans in duobus punctis. Hoc habito, facile eſt arcui dato talis figuræ ſpeculum accommodare, ut præſtetur quæſitum. Facile etiam vides per

per diacauſticas, debita refractionis menſura aſſumta, præſtari poſſe, ut curva ſit in ratione data ad datam, atque ita id quoque infinities infinitis modis. Agnoſces etiam, (quod dudum obtinuiſſe videbas) judicium ſequius de meis non adeo promptum eſſe debere. Quod ſupereſt, novum annum Tibi cum multis aliis fauſtum & felicem precor. Vale.

Dabam *Guelfebyti* 27. Decembris 1705.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

Reſponſio deeſt.

EPISTOLA CLIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Analyſi infinite parvorum Hospitalii. *De Curvarum transformatione ex principio optico. De* Hermanno.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

Moneo ut Tibi mittatur *Wolfiana* Diſſertatio. 1706.
Tecum ſentio, Analyſin infiniteſimalem in *Hoſpitaliano* Februar.
Opere non ſatis methodice tradi.

Satis intelligo, cur conſilium reditus ad *Batavos* nondum commode exequi poſſis.

Omnino de Ellipſi & Hyperbola cogitaveram dudum, & in antiquis Schedis notaveram. Statim enim Problema ut conſideravi, ſolvi: ſed plane ex animo dimiſeram, ut ſoleo, cum præſtet mihi per alia diſtracto oblivisci iſtorum quæ magis neceſſariis cogitationibus obſtarent, retento tantum principio inventionis; ſed ita fit ut ægrè ad talia abſolvenda redeam, præſertim ſi vetus ſcheda non adſit ſtatim; quo caſu, ego malo rem iterum quærere,

quam

1706. Februar. quam Schedam, ſi modo res non nimis impedita ſit. Interim, ut verum fatear, talia vix amplius agere vacat.

Itaque nec objectiones quaſdam Tuas ad ſecundaria quædam dicta mea ſatis diſcutio; præſertim cum videantur captare magis verba, quam monere quod in rem ſit.

Etſi, inventa æquali, facile demus ſimilem in data ratione, an ideo monere vetabimur, per diacauſticas, lineam, quæ in data ratione ſit, ſtatim & immediate exhiberi.

Si opus eſſet quadraturis quadraturarum, ſeu æquatione differentiali ſecundi gradus ſoluta; poſſet ſolutio propoſita altioris æque gradus cenſeri. Nunc radiorum concurſus ſerviunt ad inventionem & demonſtrationem, non ad conſtructionem; lineæ enim ſunt ordinariæ. Quid vetat etiam modum innuere, etſi impeditiorem aliis etiam Speculis utendi? Cum poſſit aliquis etiam deſiderare hoc, ſcientiæ cauſa.

Poſtremo nihil facilius eſt, cum infinitas in promptu habeam, eam evitare, quæ datæ lineæ congruit.

Quod Speculum Sphæricum utile fore putas, contra quam dixeram; rogo ut adhuc ſemel conſideres. Vereor enim ne eadem curva redeat. Nunc neque figuram ad manus, neque rem in animo habeo. Si ſphæricam prodeſſe comperias, hoc monitum Tuum laudabo.

Diu eſt, quod a Dno Hermanno noſtro nihil vidi; ut adeo ignorem, an adhuc *Venetias* cogitet, an conſilium illuc eundi plane depoſuerit? Me ſane hæc noſſe æquum eſt. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 11. Februarii 1706.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

P. S. Indica quæſo interdum, quid in Mathematicis Phyſicisque geratur: ego enim hæc ſerius diſco, præſertim ex *Gallia* & *Italia*, quæ vobis vicinæ ſunt regiones.

EPIS-

EPISTOLA CLX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Queritur parum amice exceptas ſuas objectiones in Methodum transformandi Curvas Speculi Elliptici. Quod idem exequi liceat ope Speculi Sphærici. Theorema Catoptricum. De Motu radente. De HERMANNO. *De* SAURINI & ROLLII *controverſia. De* LAHIRII *paralogiſmo.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

DEDI Affini meo, ad Nundinas *Franco-furtenſes* hodie proficiſcenti, faſciculum Parentationum (1) *Lipſiam* mittendum ad Cl. MENCKENIUM, in quo continentur duo Exemplaria Tibi inſcripta, adeo ut non dubitem quin rectè ad Te perveniant. Gratum mihi feceris, ſi ut promittis, *Volfianam* Diſſertationem mihi mitti curaveris. Video non ſine aliquo dolore, Te quædam monita mea, circa Solutionem Tuam pro transformatione Curvarum, non eo animo accepiſſe, quo ego ea ſcripſi: neſcio ſane quid fecerim quod acriorem eum, quo uteris, ſtylum extorſerit: olim non erat ſic; ferebas objectiones meas, non benigne tantum, ſed & quandoque gratias agebas, ubi Te præcipitantiæ alicujus monitum videres. . . . . 1706. Mart.

. . . .

Neſciverim cui rei attribuam impatientiæ Tuæ cauſam, niſi quod forte putaveris, ſcrupulos meos ex mero contradicendi ſtudio fuiſſe profectos, quod tamen a me fuit ſemper alieniſſimum. Ita

Tom. II. T quemad-

(1) *Vita Cel. Mathematici* Jac. BERNOULLII *Oratione Parentali expoſita a. d.* 23. *Nov.* 1705. *a* Jac. BATTIERIO. Baſ. 1705. 4°. *Vid. Opp.* Jac. BERNOULLII.

Digitized by Google

1706. Mart. quemadmodum nolebam vetare monitum Tuum de linea in data ratione per diacauſticas immediate exhibenda, nec Te pariter vetiturum ſpero moneri, quod idem præſtari poſſit facilius per catacauſticas ordinarias; inventam ſcilicet æqualem in ſimilem aliam in data ratione mutando. Porro vetare nolo innuere modum impeditiorem aliis etiam Speculis utendi; hoc utique ſaltem Scientiam auget, quod minime vituperandum eſt. Sed an ideo vetamur innuere quod pro praxi præſtet adhibere Specula Elliptica vel Hyperbolica, quam alia; & quod illa, cum Problema univerſaliter ſolvant, pro ipſa conſtructione jam ſufficiant. Sed hæc tranſierint; nollem enim vel hilum tangere, quod Tibi ingratum eſſet, quamvis præter omnem meam opinionem; ut-pote qui ſemper in omnibus Tibi placere ſtudui. Ob hanc rationem nunc nihil dicam de iis quæ nuper obſervavi in Schediaſmate Tuo; *Actis Erud.* Januarii inſerto, ubi agis de motu radente &c, (1) quæ Te edidiſſe dicis, occaſione invitante; fuit illa, haud dubie, ſuppeditata ex iis quæ de motu reptorio ſcripſi; hoc unicum innuere volo, aut me non recte capere mentem Tuam, aut approbari non poſſe quod dicis, per motum radentem moveri motu parallelo rectam aliquam in plano curvæ radentis aſſumtam. Cæterum, cum monitum meum de Speculo Sphærico unice laudes, meque ideo exhorteris, ut adhuc ſemel conſiderem, Te enim vereri ne eadem curva redeat; Ea de re nunc certum Te reddere poſſum. Quare mittas quæſo metum ſupervacaneum, ſi vel tantillum attendere velles, videres ſtatim Speculum Sphæricum non minus utile poſſe eſſe, quam aliud Ellipticum. Fateor caſum poſſe occurrere, quo per Speculum Sphæricum eadem curva redeat; ſed idem contingere poſſe per Speculum Ellipticum jam in præcedentibus monui; ad quod reſpondiſti eum caſum poſſe evitari mutata tantum Ellipſi; idem nunc dico fieri poſſe mutata tantum Sphæra, id eſt majori minorive Sphæra adhibita: curvas autem

(1) G. G. L. *De linea ſuper linea inceſſu, ejuſque tribus ſpeciebus, motu radente, motu provolutionis, & compoſito ex ambobus.* Act. Er. 1706. Jan. pag. 10.

Digitized by Google

autem per Secula Sphærica ordinarie diverſas eſſe a datis, vel hinc 1706 patet, quod aliquando curva in ſe rediens, pro catacauſtica ſua Mart. habere poſſit curvam aſymptoticam, id eſt, in infinitum abeuntem quod idem etiam in Speculis Ellipticis, imo in quavis Curva contingere poſſe facile perſpicio.

Sit enim (*Fig.* 102.) Speculum Sphæricum A G d : Curva ali- Ta. XVIII. qua c N B radians ſecundum Tangentes N G; ejus Catacauſtica L K, quæ nimirum formatur per interſectiones radiorum reflexorum G K : pro hujus formatione dico ſumendam eſſe $GK = NG \times GF : (4\,NG - GF)$, & generaliter, ſi Speculum ſit concavum qualecunque V G X, & quæratur longitudo radii reflexi, deſcribendus eſt circulus oſculator in G, qui ſecat radium incidentem N G [ſi opus eſt] prolongatum in F, & erit ſemper $GK = NG \times GF : (4\,NG - GF)$, quod novum eſt Theorema hactenus nondum cognitum: unde apparet, qualecunque ſit Speculum, ſive Sphæricum, ſive aliud, & qualiscunque Curva data C N B etiamſi in ſe rediens, modo eo propinquitatis accedat ad Speculum, ut N G tandem æquetur $\frac{1}{4}$ F G, fore tunc G K infinitam: id eſt catacauſticam L K P habituram aſymtotum S R, & poſtea evadente N G minore quam $\frac{1}{4}$ F G, mutari catacauſticam L K P in oppoſitam O T. Hinc vides, quod pace Tua dixerim, Solutionem Tuam pro transformandis Curvis hac nova conditione & cautela reſtringi, ut ſcilicet Sphæra vel Ellipſis, ex qua ſit Speculum, ſufficientis ſumatur magnitudinis, ut N G ubique major ſit quam $\frac{1}{4}$ G F. Ita enim Curvam datam finitam C N B in aliam finitam æqualem L K P transformatam habebis, & quidem ſi illa fuerit in ſe rediens, etiam hæc in ſe redibit. Secus enim, ſi Speculum ejus eſſet magnitudinis, ut alicubi N G non eſſet majus quam $\frac{1}{4}$ G F, proveniret Curva nova conſtans duabus partibus infinitis; una affirmativa L K P, altera negativa O T, quæ utique valde incongrue dici poſſet æqualis ipſi propoſitæ C N B. Huic ergo inconvenienti medeberis, ſi Speculum ex majori Sphæra vel ſphæroide paraveris; quod monuiſſe, ut ſpero, ſaltem non diſplicebit; eoque minus quod, Te hortante, rem de novo conſideraverim, atque adeo, Te velut auctore, hanc fecerim annotationem.

Digitized by Google

1706. Mart. Ab Hermanno acceperis Litteras; ſe enim nuper Tibi ſcripſiſſe mihi aſſeruit: Vereor ne ejus ſpes & conſilium *Venetias* eundi ſimul in ſpongiam incubuerint. Ex quo redii in Patriam, nihil mihi innotuit quid in Mathematicis Phyſicisque ſit præſtitum. In *Batavis* cum degerem, citius & frequentius ad me pervenerunt Nova Litteraria ex *Gallia* & *Italia*, quam nunc ex iiſdem multo vicinioribus. In Phyſicis Experimentalibus quædam ipſe promitterem; ſed inſtrumentis hic careo, neque ea ex ſumptibus publicis [ut *Groningæ* obtinui] hic æque facile comparare ſpero; tentabo tamen. Ex *Gallia* habeo quod Saurinus finaliter, [ut loquuntur,] reſponderit Rollio, provocans ad deciſionem Academiæ; legi ejus Reſponſionem quæ ſatis placuit (1) In *Memorabilibus Academiæ* reperi la Hirii Specimen pro determinatione curvaturæ radii per medium continue difforme tranſeuntis, quam tandem concludit eſſe Cycloidem (2), ſed omnia ejus ratiocinia ſunt meri paralogiſmi & palpabiles......
Vale & Fave.

Baſileæ 13. Martii 1706.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo J. Bernoulli.

(1) *De tota hac Controverſia videantur*,

Régles & Remarques pour le Problème général des Tangentes. Par Mr. Rolle *de l'Ac. R. des Sc. Journal des Sç.* 1702. 16. *Journal du* 13. *Avril.*

Réponſe à l'Ecrit de Mr. Rolle, *par Mr.* Saurin. *Ibid.* 33. *Journ. du* 3 *Aouſt.*

Remarques de Mr. Rolle *touchant le Problème général des Tangentes, pour ſervir de replique à la réponſe qu'on a inſerée ſous le nom de Mr.* Saurin *dans le J. des S. du* 3 *Aouſt. Paris* 1703 4°. & *Journ. des Sç.*1703. 30 *Journ. du* 30. *Juill.*

Défenſe de la Reponſe a Mr. Rolle *contre la Replique de cet Autheur par Mr.* Saurin. *J. des S.* 1705. 16e. *Journ. du* 23 *Avril.*

Réponſe de Mr. Rolle *a l'écrit publié par Mr.* Saurin. *ibid.* 20. Journ. du 18. May. 1705.

Refutation de la Reponſe de Mr. Rolle, *par Mr.* Saurin. Ibid. 24. Journ. du 11. Juin 1705.

Extrait d'une Lettre de Mr. Rolle *à Mr. B. touchant l'Analyſe des Infiniments petits, ou il répond à un écrit de Mr.* Saurin. Ibid. 32. Journ. du 30. Juill. 1705.

Vid. etiam Remarques ſur un cas ſingulier du Problème des Tangentes par Mr. Saurin. *Mem. de l'Ac. R. des S.* 1716. *p.* 59 & 275. & 1723. *p.* 222.

(2) *Examen de la ligne courbe formée par un Raion de lumiere qui traverſe l'Atmoſphère. Mem. de l'Ac.*1702. *p.* 52.

EPISTO-

EPISTOLA CLXI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Curvarum transformatione ope Speculi Sphærici. De lite Saurinum *inter &* Rollium. *De* Lahirio *paralogizante. De calculi differentialis inventione. De locis Geometricis, & Opere* Hoſpitaliano.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

Quam Te æſtimaverim ſemper, atque omni etiam benevolentia complexus ſim, puto Tibi multis argumentis a tot annis fuiſſe perſpectum. Itaque, cum nuper in Objectionibus quibuſdam Tuis aliqua minus nobis convenire putaſſem, idque verbis, ut par eſt, temperatis admonuiſſem, ſpero Te, pro prudendentia Tua exploratoque animo, ſedata jam mente facile agniturum, nihil a me actum, quod non admitteret, imo quod non poſtularet officium amici. 1706. April.

Limitatio Tua, quam Solutioni meæ adhibes, mihi non minus grata eſt, quam ſi a me profecta eſſet atque obſervata. Ego enim animum ab his abſtrahere cogor meditationibus, fereque in generalibus conſiſto; contentus viam reperire, qua rem in poteſtate habeam. Utile videtur eſſe Theorema tuum ex Circulo oſculatore, idque continet comprobationem quamdam ſuimet. Nam ſi producas GK in figura Tuæ Epiſtolæ, dum circulo eidem occurrat in H, cum utique linea corradians per tangentes & corradiata ſint ſibi mutuo catacauſticæ, erit { ut G, N, T, ita G, K, H. } adeoque uti eſt $KG = NG \times GF : (4NG - GF)$ ita erit $NG = KG \times GH : (4KG - GH)$. Sed ob circulum, ſem-

 per

1706. April. per GF = GH. Itaque ſi pro GH ponas GF ambæ æquationes coincident.

Quod tranſitum Ellipſeos in Circulum attinet, bene habet quod res ſuccedit, nec redire oportet eandem curvam. Itaque ſaltem hoc modo, ope Circuli, cuivis lineæ in ſe redeunti aliam lineam Ta. xviii æqualem commode exhibere poſſumus, focis (*Fig.* 103.) B & N coeuntibus in C. Totum negotium de motu repente aut radente, Tuo attento examini committo.

Dnum Varignonium pericloſe decubuiſſe mihi *Pariſiis* ſcribitur; nunc paulatim convaleſcere. Litem vero inter Saurinum & Rollium deciſam aiunt utcunque, ſed ita, quantum ex iis quæ Bernardus menſtruis ſuis litterariis inſeruit, apparet, ut circa ſummam rei nihil actum videatur. Bernardus enim hæc tanquam *Pariſiis* ſcripta refert: *Monſieur* Saurin *a été renvoyé à ſon bon cœur, & Monſieur* Rolle *admoneſté de dire les choſes avec ménagement* (1). Quæ fateor me non ſatis intelligere. *Abbatem* Gallosium pro Rollio omni conatu egiſſe aiunt, & Saurinum, quod pendente lite neſcio quid imprimi curaſſet, indignationem Bignonii & periculum penſionis incurriſſe. Ipſum Gallosium & la Hirium, indulgente Saurino, inter judices ſediſſe aiunt, vel, ſi mavis, judicis aſſeſſores, quorum conſilio Bignonius pronuntiaret. Sed hi duo manifeſte pro adverſario ſtabant. Itaque Bignonium arbitror rem utcunque ſopire maluiſſe.

Mira ſunt quæ de la Hirio narras, Cycloïdalem Curvaturam radii in medio difformi, paralogiſmis in ſpeciem demonſtrationum adornatis, in ipſis *Academiæ Commentariis* confirmare voluiſſe: credo, ut Calculo differentiali carere poſſe crederetur. Fortaſſe, ut apud Gregorium, duo paralogiſmi ſe mutuo deſtruentes in veritatem deſierunt. Tomus ille nondum ad me pervenit. Admoneri talium Bignonium *Abbatem* e re profecto Academiæ & Reipublicæ Litterariæ eſſet.

Domini Hermanni negotium Patavinum putabam non male procedere. Nam ſcripſit ad me *Dominicus* Guglielminus

(1) *Nouv. de la Repub. des Lettres* 1706. *Janv. p.* 120.

NUS V. Cl. ſe ſententiam rogatum, Viro merito favere; ipſe 1706.
Dnus. HERMANNUS viſus eſt in nuperis de ſucceſſu non male April.
ſentire.

BERNARDUS in *Batavis* ſuis Menſtruis nuper (1) habuit aliqua, quibus pro merito memoria Domini *Fratris* Tui laudatur; quædam tamen inſperguntur, quæ Tibi profecto non probabuntur. Nempe; *que quelques foibles lumieres m'étant échapées de mon invention du calcul des differences, vous & Monſieur votre Frere aviez pris la réſolution de m'en enlever l'invention, & que vous y aviez enfin reüſſi.* Sed neque propoſitum veſtrum, quod ſciam, fuit (quod utique juſtum non fuiſſet) mihi adimere, vobiſque tribuere laudem Calculi hujus inventi, cujus Elementa atque etiam ſpecimina nonnulla jam in *Actis* erant propoſita. Illud veriſſimum eſt, vos, veſtro marte, applicationem ad difficilius Problema, nempe Catenarium, me tamen præmonente de ſucceſſu, reperiſſe, & inde, aditu aperto, ad laudem famamque inventi non minus contuliſſe quam me ipſum, me certe applaudente atque gaudente. Quis talia BERNARDO ſuppeditarit ſatis exputare non poſſum.

Aiunt Dnum *Marchionem* HOSPITALIUM, in poſthumo Opere *de Sectionibus Conicis*, & conſtructionibus per loca, omnia quæ in hoc genere hactenus publicata ſunt obumbrare. Quæſtio tamen an materiam perfecerit. Sane ſi loca plana & Solida Veterum ſpectes a PAPPO enumerata, velles perſpicere principium, quo Veteribus ita venere in mentem. Nam FERMATIUS, & alii, & noviſſime VIVIANUS, qui loca illa Veterum explicuerunt & demonſtrarunt, veritatem quidem comprobarunt, ſed principium inventionis non dedere. Quod ſupereſt, Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 15. Aprilis 1706. Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſt.

EPIS.

(1) 1706. Fevr. pag. 212.

EPISTOLA CLXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De ſuis occupationibus. De motu radente errorem ſuum agnoſcit. De lite SAURINUM *inter* & ROLLIUM. *De* LAHIRIO *ejuſque Tabulis Aſtronomicis. De* FLAMSTEDIO. *De* VERZALIA, & GRANDIO. *Varia.*

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

1706. Jul. MULTA incidere, quibus valde diſtractus ſum. Res *Anglicæ* inprimis; cum & expectaretur Legatio nova extraordinaria, & poſtea præſens me quoque non perfunctorie occuparet. Supervenit & Rex *Boruſſorum*, cujus Filio deſponſa eſt Filia Electoris; iſque intra paucas ſeptimanas cum Filio huc redibit, ad nuptiarum apparatum. Sed ordinarii quoque labores mei & cogitationes de multis antiquis collectaneis meditationibuſque conſervandis, ne quid de Litteris amicorum & converſatione, Aulaque dicam, ita ſæpe dividunt, ut non ſemper mihi aliiſque ſatisfacere poſſim.

Pergrata ſunt quæ de cautionibus Solutionis meæ mones, peteremque ut ipſam aliquando Analyſin communicares, niſi moleſtus eſſe vererer.

Vereor ne jure quædam in mea motus radentis explicatione deſideres; cum enim nuper tandem nonnihil animum adverterem, ſtatim deprehendere mihi videbar, curva aliam curvam mere radente omnino mutari paralleliſmum rectarum, & niſi fallor, punc-
TA. XVIII tum (*Fig.* 104.) quodvis determinatum rectæ AB ad ambas BB, & CBD normalis in mobilis curvæ CBD plano ductæ & cum eo procedentis, deſcribere lineam AA Baſi BB æquidiſtantem. De
TA. XVIII linea autem (*Fig.* 105.) LL, quæ a puncto certo L plani mobilis LMN deſcribitur cum Curva LNM in hoc plano poſita, ſuper baſi immota BB ita incedit, ut recta quævis ejus Plani, ut

Digitized by Google

ut L M, ſibi maneat Parallela, quem motum, ni fallor, repentem vocas; viſus mihi ſum reperire hanc lineam 1 L 2 L ita deſcriptam æquari aggregato ex 1 B 2 B arcu percurſo baſis, & 1 N 1 B, & arcu percurſo curvæ mobilis & omnes a diverſis punctis deſcriptæ æquabuntur. Hæc meditanti breviter occurrerunt, dum ad diſtinctas delineationes venire non vacat, itaque malo Tuo examini rem ſubmittere, quam diutius reſponſionem differre; neque omittam aliquando rem retractare in *Actis*. 1706. Jul.

Saurinum in Gallosii & La Hirii arbitrium conſenſiſſe arbitror, quod *Abbatis* Bignonii voluntatem intellexiſſet. Hic enim Judex ſibi cæteros, velut conſiliarios, adhibuit. Si vera ſunt quæ referuntur, Judicium magis morale quam mathematicum fuit. Putaveram La Hirium id quod a Te circa Cycloïdem per curvaturas radii prodeuntem inventum erat, demonſtrare voluiſſe. Ita fortaſſe ipſi res melius ſucceſſiſſet: aliena enim inventa non ſemel ſuis demonſtrationibus dedit; quamvis neſciam an ſemper rectis. Sed cum aliquid per ſe aſſequi voluit ſuper Analyſeos propriæ captum, non miror ſi longiſſime a Janua aberrarit: Speroque Dnum. Hermannum non tantum veram Solutionem ad *Acta* miſiſſe, ſed etiam de falſa admonuiſſe, ut La Hirius errorem ſuum agnoſcat (1).

Quoniam Lieutaudius Pariſini Calendarii annuus Calculator rem non bene aſſecutus eſt, fortaſſe nec Tabulæ *Hirianæ* adeo exactæ ſunt quam creduntur; eas enim ſecutum puto. Nullas vult admittere hypotheſes Hirius, & ex ſolis Obſervationibus conſtrui Tabulas; ſed ego putarem ſimul cogitandum de hypotheſibus perficiendis, ope obſervationum. Puto eum in Tabulis condendis tantum continuaſſe quæ a multis annis in Pariſino Obſervatorio notata ſunt: ſed hæc methodus, etſi utilis, non-niſi in paucos annos prodeſſe poteſt.

Flamtedius, homo paulo moroſior, Newtono obſervationes ſuas negaverat, tunc cum is de perficienda Lunæ Theoria cogitaret: ſi noviſſem, ſuppeditaſſem *Kirchianas* etiam diligenter

(1) *Diſquiſitio Dioptrica de curvatura radiorum viſivorum Atmoſphæram ſitracientium &c. Aut.* J. Hermmanno *Act. Erud.* 1706. Jun. p. 256.

1706. Jul. genter factas, & a multis annis. Nunc FLAMSTEDIUS, ſumtibus Amiralii *Angliæ* ſuas triginta annorum obſervationes edet. Sed NEWTONUS negat ſibi animum eſſe redeundi ad hos labores. Cum Eclipſis (1) in ſummo eſſet, Venus etiam in his oris paſſim viſa eſt (2), tametſi Eclipſis totalis non eſſet. Certe *Berolini* conſpectam ad me relatum eſt.

Facile judicabam Tibi non probari, quæ BERNARDUS, neſcio unde accepta, Diario ſuo de Calculo noſtro inſeruit, itaque hominem admonebo ut corrigat. Non conſtat mihi de *Joſepho* VERZALIA *Bononienſi*, ejuſdem Analyſeos non experto. Alius quidam ex *Italia* Monachus Benedictinus (3), (ſi bene memini) *Guido* GRANDIUS nomine, aliquando ad me ſcripſit de eodem argumento, & Libellum a ſe editum (4) miſit, ubi quædam noſtra aſſecutus non male videbatur; nihil tamen dederat quod non ex illis prompte flueret. Si qua ex *Gallia* intelligis ad rem litterariam ſpectantia communica quæſo. MOIVRÆI ad me Litteras attulit aliquis qui cum Legato nuper huc venit. Nuntiat HALLÆUM edere libellum APOLLONII ex Arabico verſum *de Sectione rationis*, ſimulque partem jam publicam mittit. A Dno HERMANNO diu eſt quod nihil accepi; ſpero omnia jam confecta. Gaudeo eſſe Tibi, ex alio licet Fratre, Nepotem (5), quem Fraternarum laudum heredem ſperare fas ſit. Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 15. Julii 1706.

Deditiſſimus *G. G.* LEIBNITIUS.

EPIS-

(1) *Solis, quæ totalis obſervata in multis Europæ locis* a. d. 12 Maii 1706.
(2) *Vid. Epiſt præced.*
(3) *Ino Camaldulenſis.*
(4) *Geometrica Demonſtratio Theorematum Hugenianorum, circa Logiſticam &c. Auctore D.* Guidone GRANDI &c. Florent. 1701. 4°.
(5) Nicolaum BERNOULLI Nicolai *Filium.*

Digitized by Google

EPISTOLA CLXIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Mittit Annotationem in Bernardi *Novellas Reip. litt. de inventione Calculi differentialis.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

Litteras meas acceperis, quibus quædam notavi de lineis, motu, quem repentem vocas, deſcriptis, de quibus judicium Tuum expecto. 1706. Auguſti

Nunc mitto Tibi quæ Dno Bernardo *Novellarum Litterariarum* Autori deſtino, ubi prius a Te approbata fuerint (1). Si quid eſt quod monere velis, facies ut mature intelligam. Non optima fide contexta fuit narratio, quam Bernardus Collectionibus ſuis inſeruit, nec mihi tantum, ſed & Tibi parum æqua videtur; cum non attingatur, quod veriſſimum eſt, Te ante Dnum. Fratrem in difficilis Problematis Catenarii interiora penetraſſe, eumque hac in re non parum Tibi debuiſſe. Id ego non plane diſſimulandum putavi, ut cuique ſuum tribuatur. Interea me ad priores refero. Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 20. Auguſti 1706.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

(1) *Ea habentur in* Novel. Reip. litter. 1706. Nov. Act. 3. p. 121.

EPISTOLA CLXIV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio, ad penultimam.

Demonſtratio Theorematis Catoptrici. De limitanda Solutione Probl. transformationis Curvarum, ope Speculi Spharici. Varia.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1706. Septem. NUPER redux ex Thermis reſponſionem jam paro ad poſtremas Tuas 15 Julii datas. Gaudeo Te tandem animadvertere paroroma tuum circa motum radentem; videtur ortum habere ex eo quod motum illum cum motu meo repente quodammodo confuderis. Veriſſima nunc ſunt, quæ de hoc altero motu aſſeris, ſed ipſiſſima etiam, quæ jam in *Actis* Auguſti ſuperioris (1) a me fuſe ſunt explicata, quæque fundamentum faciunt Solutionum mearum Problematis de curvarum transformatione: cujus rei vero memoriam Tibi elapſam eſſe facile ſuſpicor.

Analyſin quam deſideras, pro determinandis cautionibus ſolutionis Tuæ ejuſdem Problematis communicare non detrecto. Primo qui invenerim Theorema illud, quod Tibi non diſplicuit TA. XIX. pro longitudine radii reflexi, ita habe. Eſto (*Fig.* 106.) curva quæcunque VGX, radius incidens NG, reflexus GK, puncta corradiantia N & K: Jam concipe in puncto G, circulum oſculatorem, GFH, radios illos, ſi opus productos, ſecantem in F & H: Concipe etiam duos alios radios quam proximos, incidentem Ng, & reflexum gK, occurrentes circulo in f & h. His ita poſitis, habebis arcus æquales GF, GH, ut & gf, gh, adeoque arc. GF. — arc. gf, hoc eſt, Gg — Ff = arc. GH — arc. gh,

(1) *Motus reptorius*, &c. Act. Erud. 1705. Aug. p. 347. vel Opp. Tom. I. N°. LXXIV. pag. 408.

Digitized by Google

gh, hoc eſt Hh — Gg: unde ſequitur Hh + Ff = 2 Gg. 1706. Septemb.
Porro ob ſimilitudinem triangulorum NgG, NFf, ut & KGg, KhH; habes GN : Nf (NF) = Gg : Ff (= Gg × NF : GN); deinde etiam GK : Kh (KH) = Gg : Hh (= Gg × KH : GK;] quoniam itaque ſumma Elementorum Hh + Ff = Elemento Gg bis ſumto, erit, ſubſtitutis valoribus inventis, Gg × KH : GK + Gg × NF : GN = 2 Gg : unde, elemento Gg utrobique per diviſionem deſtructo, emergit æquatio in terminis finitis ſeu ordinariis KH × GN + NF × GK = 2 GN × GK, quæ, quia KH = GF — GK, & NF = GF — GN, mutatur in hanc GF × GN = 4 GN × GK — GF × GK; adeoque GK = $\frac{GN \times GF}{4GN - GF}$, quod ipſum eſt Theorema, quod Tibi perſcripſeram, ob ſimplicitatem expreſſionis non parum utile futurum in Catoptricis ad Catacauſticas ſine magno labore inveniendas: cum alias formula ordinaria exprimens radium reflexum, ope radii circuli oſculatoris, multo magis ſit compoſita, quippe in cujus terminis reperies ſolida & plana, ſi non ulteriores dimenſiones; quando noſtra continet dumtaxat planum & lineas. Alii præterea mihi ſunt modi non minus elegantes, ad prædictam noſtram formulam perveniendi, quorum unus petitur ex hac jam nota proprietate, quod ſumma angulorum binis radiis incidentibus proximis, binisque item reflexis contentorum æquatur ſuo reſpective angulo ad centrum circuli oſculatoris bis ſumto, ſcilicet N K = 2 D, hoc eſt, quod tres anguli N, D, K, ſunt Arithmetice continue proportionales. Ex quo, vel in tranſitu, concludere potes, radium reflexum GK pro diverſitate horum angulorum tribus modis variare poſſe: angulus enim N, aut minor eſt bis angulo D, quo caſu GK erit finita & affirmans, id eſt, verſus concavam Speculi partem ſumenda; aut N æqualis eſt 2 D, & tum GK abit in infinitum; aut N major eſt quam 2 D, id quod reddit GK finitam, ſed negativam, hoc eſt, ſumendam verſus convexam Speculi partem. Ex hiſce tribus caſibus, primus tantum eſt, quem admittit Solutio Tua, quam reliqui duo inutilem & irri-

1706. Septem. tam reddunt, ob rationem quam ex præcedentibus meis Litteris noſti.

Ut vero hanc cautionem quo pacto diſtincte determinaverim, nunc porro, quoniam petis, edoceam; conſideres velim meam formulam $GK = GN \times GF : (4\,GN - GF)$ patebit utique oportere $4\,GN$ majorem eſſe quam GF, ſi velimus ut GK fiat affirmans & finita; alioquin certe aut negans, aut infinita evaderet: unde jam conſtat Speculum Sphæricum, ut pro transformatione curvæ alicujus in ſe redeuntis utiliter adhiberi queat, tantæ magnitudinis eſſe debere, ut ex quocunque curvæ datæ puncto N ducatur tangens, utrimque terminata in G & F; pars ejus NG, quæ pro radio incidente ſumitur, ſemper major ſit quam $\frac{1}{4}\,GF$: ſecus enim curvam datam in ſe redeuntem in aliam, quæ duas habebit partes in infinitum protenſas mutares, quod abſonum eſſet. Ex his ſequitur, Speculum Sphæricum tantæ magnitudinis eſſe debere reſpectu Curvæ transformandæ, ut minime ex omnibus rationibus, quam habere poſſunt GN ad GF, tamen adhuc major ſit quam ſubquadrupla: cui conditioni ut ſatisfiat, conſidero primo radium circuli Specularis tanquam datum, & poſtea quæro generalem expreſſionem pro $\frac{GN}{GF}$, quæ more ſolito differentiata, & nihilo adæquata, dabit caſum pro $\frac{GN}{GF}$ minima: hanc deinde porro æquando cum $\frac{1}{4}$ obtinebis æquationem, ex qua elicies valorem radii circuli ſpecularis pro limite quæſito, citra quem radium illum diminuere non licet, ſed ultra quem auctus, multum parumve, ſemper utiliter adhiberi poteſt. Sit (*Fig.* 107.) curva data transformanda exempli gratia, circulus CNB, tranſiens per centrum *c* Circuli Specularis AGD cujus diameter ACD tranſeat per centrum O circuli minoris, ex cujus puncto quovis indeterminato N ducta concipiatur tangens FG, & utrimque producta ad majoris circuli peripheriam. Si nunc ex centro C demiſſa perpendicularis CL ad tangentem FG vocetur x; radius CD, a; & radius OC: r; repe-

ri

rietur $\frac{GN}{GF} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2rx - xx}{aa - xx}}$; ut igitur $\frac{GN}{GF}$ evadat minima, inventa hæc quantitas, vel ejus loco tantum $(2rx - xx):(aa - xx)$, differentietur, neglecto ſcilicet, quod conſtans eſt, $\frac{1}{2}$, ut & ſigno radicali, res enim eodem recidit; invenieturque $x = (aa \pm a\sqrt{(aa - 4rr)}):2r$, & ideo in hoc caſu 1706. Septem.

$$\frac{GN}{GF} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-a^4 + 4a^2r^2(\mp a^3 \pm 2ar^2)\sqrt{(a^2 - 4r^2)}}{-a^4 + 4a^2r^2 \mp a^3\sqrt{(a^2 - 4r^2)}}}.$$

hoc ſi æquetur ipſi $\frac{1}{4}$, prodibit $a = \frac{2}{3}r\sqrt{3}$ = lateri trianguli æquilateri cujus altitudo eſt CB: eo igitur latere, tanquam radio, deſcriptus circulus eſt ultimus eorum omnium qui inutiles ſunt, quilibet quippe circulus eo minor, vel ei æqualis, reddit catacauſticam circuli CNB infinitam, & aſymptoticam, per conſequens inutilem: quilibet vero circulus, eodem illo termino major, dabit circulo dato CNB æqualem catacauſticam finitam, & clauſam, talem qualis in Problemate poſtulatur *Q. E. F.*

Hæc non nihil fuſius, quam par eſt, explicata dedi; quod non feciſſem, niſi Tu ita deſideraſſes. Nunc ad reliqua Litterarum Tuarum Capita pergo. La Hirii errorem, circa curvaturam radii, optime refutatum a Dno. Hermanno, cum hujus vera ſolutione ſubſtituta, non dubito Tibi nunc viſum, utpote jam ab aliquo tempore in *Actis* (1) editum. . . . . Et ego quoque accepi nuper litteras a Moivræo, una cum incluſis litteris Hallæi: nuntiant mihi Te ad me miſiſſe faſciculum aliquem continentem Appollonii *Pergæi* libellum *de ſectione rationis*, ab Hallæo editum; tum etiam Newtoni Tractatus *de Coloribus* Latinam verſionem, ut & tandem Cheynæi Reſponſionem ad Moyvræi libellum. Faſciculus autem iſte ad me nondum pervenit. *Guid.nis* Grandii nomen in *Actis* jam aliquoties occurrit . . . . .

Accepi binas Diſſertationes Wolfii, quas ipſemet Author mihi miſit, cum Epiſtola humanitate plena. . . . . . . Ante paucos dies Litteras accepi a Varignonio; ex quibus eum reducem intellexi ex Thermis, ſummo cum fructu melioris valetudinis,

(1) 1706 *Jun. p.* 256.

Digitized by Google

dinis. Significat mihi, HAMELIUM Secretarium in Academia Scientiarum Regia diem ſuum obiiſſe; eique ſucceſſiſſe aliquem nomine D'ALEME, Mechanicum; atque hunc receptum eſſe inter veteranos, qui novam conſtituunt Academicorum ſupernumerariorum claſſem, & qui non ita ſtricte tenentur intereſſe congregationibus. . . . . Vale & Fave.

Baſileæ 11 7bris. 1706.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CLXV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De transformatione Curvarum & motu reptorio. De Calculo Integrali, ejuſque inventione. De Curvarum apicibus.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1706. Octob. GRATIAS ago, quod labore me ſublevaſti inquirendi in meæ conſtructionis limites, per quam datæ curvæ quotlibet æquales exhibere doceo. Cum alia peragenda magis magiſque urgeant, fit ut talia vix poſſim tractare, qua vellem attentione. Nuper cum Epiſtola Tua excitatus conſiderarem motum repentem, contentus fui primariam eruiſſe proprietatem dimenſionis. Tua autem tunc ad manum non erant. Quod ſi in Schediaſmate ad *Acta* olim miſſo, hinc clare duxiſti Tuam conſtructionem arcus dato æqualis, bene habet. Sin minus cogar eam a Te petere.

petere. Et optarem aliquod exhiberi exemplum, velut pro curva elliptica. . . . . 1706. Octobr.

Quem Integralem Calculum appellas, ego Summatorium dicere Solitus ſum, & Integralem appellabam eum, qui docet Problemata Arithmetica in integris ſolvere, quando id fieri poteſt. Semper autem oppoſui differentias & ſummas, *d* & *ſ*, ita ut *ſdx* ſit *x*, & *dſxdx* ſit *xdx*. Ita *ſ* & *d* conjuncta ſe mutuo tollunt. Imo ſummæ me differentialis Calculi admonuere, eaque Methodi meæ clavis fuit; cum in ſeriebus numericis hanc reciprocationem deprehendiſſem, eaque arte ſummaſſem multas ſeries antea non ſummatas. Re igitur ad lineas ſeu ſeries inaſſignabiliter differentes traducta; animadverti tangentes reſpondere differentiis, quadraturas ſummis, & quod in numericis feceram, multo magis in Geometricis faciebam, ut de variis regrediendi ſeu ſummandi artibus cogitarem; Non ſine multiplici jam tum ſucceſſu, ut ſpecimina etiam comprobarunt. Et quod de rationalibus Quadraturis nuper edidi, jam tum habui; reductione enim fractionum compoſitarum ad ſimplices pro ſeriebus numericis inventa, pronum fuit idem adhibere figurarum quadraturis. Eaque omnia jam triginta annorum ætatem habent.

Si qua in ſummando vel integrando artificia detexiſti, quæ me fugerint, gratus agnoſcam pro eo candore quem ſemper oſtendi.

Apollonianum Fragmentum ab HALLEIO Editum nondum accepi totum. . . . .

Quidam nuper ad me ſcripſit, noſtram Methodum maximæ & minimæ non pertinere ad caſum talem. Sit (*Fig* 108. & 109.) Curva ABCD, quæ a C reflectatur, ſitque CE portionum tangens communis. Hinc ille non putabat hic locum habere, ut BF exiſtente *y*, quæratur GC, ubi $dy = 0$. Reſpondi etiam hoc locum habiturum, ſi concipias curvam, quaſi ſaccum regreſſu faciat, qui in hoc caſu evaneſcat in punctum. Vale. TA. XIX.

Dabam *Hanoveræ* 3 Octobr. 1706.

Deditiſſimus.
G. G. LEIBNITIUS.

Digitized by Google

EPISTOLA CLXVI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De ſua valetudine infirma. De Ellipſi in curvam multigibbam transformanda per motum reptorium. De Elliptica peripheria ad Circularem reducenda per approximationem celerrimam. De curvarum apicibus. De Rollio & Du Talio.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1707. Jan. NON eſt quod gratias agas pro tenui labore, quo Te ſublevavi, inquirendi in Tuæ conſtructionis limites, per quam datæ curvæ quotlibet æquales exhibere doces: certe enim fuit labor tenuis; mihi tamen, qui dubia ſemper valetudine utor, ſatis moleſtus, ut neſciam an aliena Tua negotia Te magis quam corporis mei infirmitas me excuſet, quominus talia pertractem debita attentione. Id ſaltem rogare Te auſim, ut ne imponas mihi in poſterum aliquid oneris, ad quod ubi reſponſionem dedero, quantum per vires licuit, eam tamen poſtea attente perlegere & examinare vix Tibi vacet. Cui enim bono ut impleam litteras longis calculis [hoc præſertim valetudinis meæ ſtatu] quas ſi Tu non legis, nemo mortalium unquam leget. Poſſum ſubinde colligere, ignoſces candide loquenti, ex iis quæ a me petis, quod litteras meas olim ad Te datas, vel plane non, vel admodum perfunctorie legeris, vel ſaltem lectarum facile nimis obliviſcaris: nam quandoque petis quæ jam-dudum dedi. Petis, Exempli gratia, conſtructionem meam arcus dato æqualis, ex Schediaſmate meo ad *Acta* olim miſſo ductam; quam tamen, ex iis omnibus quæ Tecum, per aliquot annos, circa hanc materiam communicavi, jam perſpectiſſimam eſſe nullus dubitavi.

Sed

Digitized by Google

Sed quomodo eam nunc clarius exhiberem quam in *Actis* habe- 1707.
tur? Impende, quæſo, ſemiquadrantem horæ, ubi vacaverit, Jan.
lectioni attentæ illius Schediaſmatis: extat in *Menſe Aug.* 1705.
forte nec temporis, nec operæ pœnitebit. Hermannus noſter legit & examinavit illud ſerio, lectumque impenſe probavit & laudavit.

Ut tamen Tibi morem geram petenti, exemplum pro Curva Elliptica in aliam æqualem tranſmutanda dabo. Sit (*Fig.* 110.) Ta. XIX.
Ellipſis data ABDE, cujus axes conjugati AD & BE: Fac igitur aliam Ellipſin datæ æqualem NPMQ; tangantque primo duæ illæ Ellipſes ſe mutuo in verticibus conjugatis A & P ita nempe, ut in directum cadat axis major AD cum minore PQ. Hoc in poſitu repere facias PMQN, hoc eſt, moveas eam motu parallelo ſuper immobili ABDE, ſervato interim ſemper contactu mutuo Ellipſium, quo fiet ut Ellipſis PMQN transferatur poſt primum circumlationis quadrantem in ſitum P1 M1 Q1 N1, poſt ſecundum in P2 M2 Q2 N2, poſt tertium P3 M3 Q3 N3, & poſt quartum redeat in primum PMQN; atque interim vertices quatuor A, B, D, E, ſucceſſive excipiant ſuos reſpective conjugatos P, N, Q, M. Hoc motu, punctum quodvis in plano curvæ repentis, exempli gratia, centrum O deſcribit curvam OGO1HO2JO3KO, quæ, ſecundum ea quæ demonſtravi in *Actis*, erit dupla curvæ Ellipticæ ABDE, adeoque illius dimidia OGO1HO2 erit æqualis propoſitæ curvæ Ellipticæ. Quod ſi magis deſideres, ut integra deſcripta Ellipſi datæ ſit æqualis; oportet prius aſſumere loco Ellipſis datæ aliam Ellipſin ſimilem, habentem axes conjugatos datorum dimidios: Ita enim ambæ Ellipſes ABDE & PMQN ſimul ſumtæ æquant propoſitam, huicque adeo æqualis erit integra curva deſcripta GHIK. Habes ergo (ut deſideraſti) conſtructionem per motum continuum certe non minus geometricam quam ea eſt, qua per motum circini deſcribitur circulus. Forte tamen ei non acquieſces, ſed petes æquationem algebraïcam pro determinanda natura Curvæ, ejuſque punctis inveniendis; Talem exhibere æquatio-

 nem,

Digitized by Google

1707. Jan. nem, ſi intelligis per *conſtructionem dare*, etiam in hoc me obſequentem habebis.

Sit igitur ſemiaxis major AC $= a$, ſemiaxis BC $= b$, Abſciſſa indeterminata in Ellipſi CR $= x$, adeoque applicata in eadem RS $= \frac{b}{a}\surd(aa - xx) =$ (brevitatis gratia $by : a$; ex his fiant ordinatæ CT, TF hac conditione, ut abſciſſa CT ſit $= x + b^3 x : \surd(a^4 y^2 + b^4 x^2)$, & ordinata TF $= by : a + a^3 y : \surd(a^4 y^2 + b^4 x^2)$. Dico Curvam hoc modo determinatam fore quæſitam, nempe illam ipſam quæ per motum repentem puncti O fuit delineata. Notes hic obiter puncta F & S ita ſibi reſpondere, ut ubi O proceſſit in F mutuus Ellipſium contactus tunc ſemper celebretur in S; quæ omnia demonſtratu ſunt facilia.

Sed ad aliud nunc progredior, quod moneri alicujus operæ pretium duco, quanquam alias, ut videtur, haud adeo magni meum inventum æſtimaveris. Idque hoc eſt, quod hæc mea Methodus transformandi curvas ſimul doceat lineas Ellipticas, cæteraſque Ellipticarum formam habentes, imo omnes curvas comprehendere intra limites pro arbitrio coarctandos duorum circulorum, quorum unus majorem, alter minorem circumferentiam habeat, quam data curva Elliptica; quod quantum uſum habere poſſit in praxi ipſe perpendas; licet tale quid nemo hucuſque præſtiterit; nemo enim huc-uſque, ſine ſerie, in terminis finitis & geometrice reduxit, exempli gratia, Ellipſin ordinariam intra duas circumferentias circulares, quæ vel tantum centeſima, nedum milleſima, vel minori adhuc ſui parte, altera alteram excedat; hoc tamen eſt quod mea Methodus feliciter exequitur, en qua ratione.

Vides curvam rependo deſcriptam, quæ Ellipſi æqualis, habere quatuor ſua puncta Cardinalia O, O 1, O 2, O 3, æqualiter diſtantia à centro C; ſed & demonſtrare poſſum inter 4 iſta puncta, dari 4 alia exacte intermedia G, H, I, K, itidem æqualiter diſtantia a centro C; ſed hoc diſcrimine, quod illorum intervalla a centro C ſint minima, horum vero maxima; id quod

curvæ

Digitized by Google

curvæ noſtræ peculiarem hanc formam conciliat, ut nempe habeat quatuor gibbos valde quidem obtuſos in G, H, I, K, alternatim protuberantes inter quatuor puncta Cardinalia O, O 1 O 2, O 3, ubi curva quatuor veluti compreſſiones patitur; unde clarum eſt circulos duos ex centro C, & radiis CO, CG, deſcriptos, tangere curvam in quatuor punctis, & unum quidem interne in O, O, O 2, O 3, & alterum externe in G, H, I, K; adeoque illum tanquam circumſcriptum eadem eſſe majorem. Eſt autem radius inſcripti $CO = CA + CB = a + b$, & radium circumſcripti CG invenio $= AB\sqrt{2} = \sqrt{(2aa + 2bb)}$. Hinc ergo concludo curvam noſtram OGO 1, HO 2 JO 3 KO, hoc eſt, Ellipſin, cujus axes conjugati ſunt $4a$ & $4b$, nempe duplo majores quam AD & BE, eſſe majorem quam ambitus Circuli cujus radius $a + b$, ſed minorem quam alium, cujus radius $\sqrt{(2aa + 2bb)}$. Sumamus exemplum hujus adjectæ figuræ, ubi tali Ellipſi ſum uſus, in qua ſemiaxes conjugati AC & BC, ſunt ut 5 & 4, unde radius circuli minoris erit 9 vel $\sqrt{81}$, & radius circuli majoris erit $\sqrt{82}$; aſſero igitur longitudinem Ellipſis, cujus ſemiaxes conjugati habent partes 10 & 8, eſſe inter duas circumferentias circulares radiorum $\sqrt{81}$ & $\sqrt{82}$, qui numeri ſibi propius accedunt quam hi rationales 9 & $9\frac{1}{18}$, hoc eſt, quam 162 & 163, ideoque minor a majori minus differt quam centeſima ſexageſima ſecunda ſui parte. Hac occaſione memini me legere apud nonnullos Practicos, quod pro comparandis perimetris Ellipſium cum circularibus, jubeant deſcribere circulum radio æquali medio Arithmetico inter ſemiaxes conjugatos Ellipſis propoſitæ, cui aſſerunt æqualem fore circuitum circuli ita deſcripti. Revera hic circulus, cujus circuitum haud dubie ex ſola ſenſuum æſtimatione æqualem judicant lineæ Ellipticæ, eſt ipſiſſimus minor ex limitibus a me hic aſſignatis; ſed cum illi eum non-niſi circiter æqualem æſtiment, incerti tamen utrum, rem accurate ſumendo, ſit juſto major aut minor; ego veritatem ſcientifice aſſecutus, oſtendi nonnihil juſto minorem eſſe; ſed hæc de limitibus primis. Nunc limites ſecundos, multo quam primi propinquiores, & poſtea tertios propinquiores 1706. Jan.

 adhuc

1707. Jan. adhuc, & ita porro invenio hac ratione: Finge ſcilicet curvam noſtram prima operatione inventam GHIK ſe ipſam ob repere, & ita quidem ut ab initio vertex gibboſitatis G tangat verticem compreſſitatis O, hoc eſt, ut recta longiſſima GC in curva mobili cadat in directum cum recta breviſſima OC in curva immobili, plane ut factum eſt in ipſa Ellipſi, ubi ab initio vertices conjugati A & P qui ſane nihil aliud ſunt quam id quod ibi voco Vertices gibboſitatis & compreſſitatis] ſe tangunt, & maxima minimaque diſtantia ACPO, in directum ponuntur. Hoc intellecto, levi attentione adhibita percipies, ſecundo hoc motu reptitio, centrum C curvæ mobilis, vel quodvis aliud ejus plani deſcribere curvam novam *Octigibbam*, hoc eſt quæ habebit octo gibbos tantillulum promirentes alternatim, inter totidem compreſſuras, & quorum vertices octo æquabiliter a centro diſtabunt; curvamque ipſam octigibbam longitudine duplam eſſe curvæ generantis quadrigibbæ, uti hæc ipſa dupla eſt Ellipticæ, ex qua fuit generata. Attendas igitur ad mirabilem generationem harum curvarum. Ellipſis, quæ reapſe eſt curva *bigibba*, generat ſui duplam *quadrigibbam*; *quadrigibba* producit ſui duplam *octigibbam*; & hæc, ſimili motu & conditione, gignet etiam ſui duplam *ſedecigibbam*, & ita porro in infinitum. Sed quemadmodum Curva quadrigibba propius ad rotunditatem circuli accedit, quam bigibba, ſeu Ellipſis; ita quoque octigibba propius accedit ad eam quam quadrigibba, ſedecigibba propius quam octigibba, &c. adinſtar polygonorum, quæ quo plures habent angulos, eo magis circulo aſſimilantur: magno tamen diſcrimine appropinquationis nam per multiplicationem angulorum in polygonis diu multumque procedendum eſt, antequam perveniatur ad limites a *Ludolpho* VAN COLLEN conſtitutos, ſed Curvæ noſtræ multigibbæ incredibili adeo celeritate ad circulum convergunt, ut, quemadmodum ex indiciis quibuſdam mihi patet, inſtitutis quinque operationibus jam perveniatur ad limites *Ludolphinis* arctiores; reperta nempe curva tantum 64 gibborum; loco quod ARCHIMEDI opus fuerit Polygono 96 angulorum ad rationem ſumma ad 22 diametri ad circumferentiam inveniendam, quæ tamen 7 vera

vera multum adeo adhuc abludit. Veritatem hujus aliquo modo 1707.
percipies ex limitibus nunc tradendis, quos mihi ſuppeditavit Jan.
curva octigibba.

Hos ut inveniam, facile colligere eſt ex dictis, neceſſe eſſe ut quæram illius Curvæ diſtantias a centro maximam & minimam: circulus enim, radio maximi intervalli deſcriptus, tanget curvam exterius in octo punctis, & erit per conſequens longitudine major quam curva; ſed circulus, deſcriptus radio minimi intervalli, tanget curvam interius in octo punctis, adeoque longitudine minor erit quam curva. Quantum ad diſtantiam minimam, invenitur facile; eſt enim æqualis ſummæ diſtantiarum minimæ & maximæ curvæ quadrigibbæ genitricis, quod per ſe patet; ſed quod ſpectat ad diſtantiam maximam, demonſtrare poſſum quod ſit illa æqualis perpendiculari CZ bis ſumtæ, quæ demittitur ex centro C in rectam VX tangentem curvam quadrigibbam generatricem in V, quæ tangens ſupponitur facere cum CO & CG prolongatis, baſin Trianguli iſoſcelis VCX; Et quidem pari modo diſtantiæ minimæ & maximæ in ſequentibus curvis multigibbis inveniuntur: Semper enim diſtantia minima æquatur diſtantiis duabus, minimæ & maximæ ſimul ſumptis in præcedente multigibba generatrice; & diſtantia maxima æqualis eſt altitudini bis ſumtæ trianguli Iſoſcelis formati per prolongationem diſtantiarum præcedentium maximæ & minimæ, uſque ad tangentem tanquam baſin ejus trianguli. Ex hoc generali fundamento, ſi nunc lubeat eruere limites ſecundos, quos nempe ſuppeditat curva octigibba, advertendum primo eſt, cum octigibba ſit dupla quadrigibbæ, & quadrigibba dupla bigibbæ, ſeu Ellipſis; fore curbam octigibbam, longitudine quadruplam Ellipſeos; adeoque ut illa fiat æqualis Ellipſi propoſitæ, aſſumendam eſſe pro prima genitrice aliam Ellipſin ſimilem, cujus axes conjugati ſint ſubquadrupli conjugatorum propoſitæ. Sint igitur iterum, (ut ante) axes conjugati Ellipſeos propoſitæ $4a$ & $4b$, adeoque nunc $AD = a$, $ABC = b$: Inveni pro limitibus ſecundis, nempe radium circuli curvæ octigibbæ inſcripti $= (a + b - \sqrt{(2aa + 2bb)}) : 2$ & radium circuli eidem circumſcripti $= \frac{1}{2}\sqrt{(2aa}$

$+ 2$

1707. Jan. $+2bb+(aa-bb)\sqrt{2})+\frac{1}{2}\sqrt{(aa+2bb-(aa-bb)\sqrt{2})}$, vel quod tantundem eſt $\sqrt{(aa+bb+\frac{1}{2}\sqrt{(2a^4+12aabb+2b^4)})}$ Ut applicationem faciamus ad Exemplum noſtrum, ubi ſemiaxes conjugati Ellipſis propoſitæ ſunt partium 10 & 8, hoc eſt ubi $a=5$, & $b=4$; invenietur pro radio circuli minoris $(9+\sqrt{82}: 2$, & pro radio circuli majoris $\sqrt{(41+\frac{1}{2}\sqrt{6562})}$, qui numeri ſibi magis appropinquant quam hi rationales $9\frac{8}{289}$ & $9\frac{391}{14000}$. Etenim $9\frac{8}{289}$ tantillo minor quam $(9+\sqrt{82}):2$, & $9\frac{391}{14000}$ tantillo major quam $\sqrt{(41+\frac{1}{2}\sqrt{6562.})}$ Atqui numeri $9\frac{8}{289}$, & $9\frac{391}{14000}$ paulò adhuc propius ad rationem æqualitatis accedunt, quam hi numeri integri 36562 & 36563; ergo a priori ratio inter limites inventos $(9+\sqrt{82}):2$, & $\sqrt{(41+\frac{1}{2}\sqrt{6562})}$ magis convergit ad rationem æqualitatis, quam quæ eſt inter 36562, & 36563. Determinavi igitur hac ſecunda operatione duas circumferentias circulares, unam propoſita Ellipſi majorem, alteram eadem Ellipſi minorem, quæ tamen circumferentiæ tam parum ab æqualitate recedunt, ut in pluſquam triginta ſex millibus partium, nequidem parte unica a ſe differant. Nunc quæſo, perpende, ſi limites primos 162 & 163 excipiant ſtatim limites ſecundi, enormi adeo modo ſibi propinquiores, quid fieret ſi inſtitueremus nunc tertiam operationem, poſtea quartam, imo & quintam? Haud dubitabis, credo, de eo quod dixi, paucis iſtis operationibus poſſe, pro Ellipſibus coæquandis perimetris circulorum, perveniri ad limites anguſtiores, quam quos *Ludolphus* operationibus multis concatenatis invenit pro ipſo circulo rectificando. Fateor equidem ulteriores operationes noſtras nonnihil difficiles eſſe, & longas evadere propter complicationem ſignorum radicalium, quæ in expreſſionibus limitum magis magiſque coacervantur. Sed qui hiſce delectatur operæ pretium faceret, ſi inquireret num qua certa lege limites progrediantur, quo caſu, ſine calculo, pro lubitu continuari poſſent: uti certe jam factum eſt

eſt pro definiendo limite minori, quippe qui, ut ſuprà monui, 1707. Jan.
ſemper eſt æqualis medio arithmetico inter limites præcedentes: modo nunc pari facilitate limes major ex præcedentibus erui poſſet, haberemus quod volumus. Interim quamvis nondum id laboris mihi dederim, ut, inſtituta tertia operatione, tertium limitem majorem definierim; poteſt tamen, conferendo tertium limitem minorem, qui tam facile invenitur, cum præcedente ſecundo majore, perveniri ad rationem magis æqualitati accedentem, quam quæ habetur ex utroque limite ſecundo. Ita in præſenti exemplo, ubi limites ſecundi ſunt $(9+\sqrt{82}):2$ & $\sqrt{(41+\frac{1}{2}\sqrt{6562})}$, quorum ratio continetur intra 36562 ad 36563, nunc habebitur pro limite minore $(9+\sqrt{82}):4+\frac{1}{2}\sqrt{(41+\frac{1}{2}\sqrt{6562})}$, & pro majore $\sqrt{(41+\frac{1}{2}\sqrt{6562})}$: hos limites reperio contineri intra terminos hujus rationis 56717 ad 56718, quos vides nunc tantum unitate differre. Ellipſis igitur noſtra, cujus axes conjugati ſunt ut 5 ad 4, eo jam proximitatis ad perimetrum Circuli reducta eſt, ut exhiberi poſſint duæ circumferentiæ circulares, una Ellipſi major, altera eadem minor pluſquam quinquaginta ſex millibus partium, ne una quidem a qua tamen in ſe differunt. An talia jam ab alio quopiam ante me fuerint tradita, nihil ſane vidi unquam, neque quemquam de hiſce vel ſomniaſſe tantum arbitror. Petiiſti tantum ut methodum meam transformandi curvas, quam ſine dubio inapplicabilem credideras, ad Ellipſin applicarem, quod feci; Sed dedi inſuper, ut cernis, quæ a me non expectaveras; occaſionem forte datura excitandi tuam curioſitatem, deque methodo illa mea paulo benignius quam prius ſentiendi. Poſſem hic attingere alia, quæ ea, pro fœcunditate ſua, mihi ſuppeditavit in ipſis Cyclometricis valde profutura, ſed juſtos litterarum fines jam dudum egreſſus, ad finem properare jubeor.

Ut cætera Epiſtolæ Tuæ capita breviſſime perſtringam; memini jam olim me quædam mea in ſummando vel integrando artificia Tecum communicaſſe, ut adeo non vacet ea in Adverſariis meis hinc inde diſperſa denuo recolligere & exhibere, nihil enim eſt quod magis faſtidiam quam operam eamdem bis peragere;

1707. præſertim ſi nulla hinc Tibi naſcitur commoditas, niſi quod litteras meas olim ad Te datas paululum perluſtrandi labore leveris.
Januar. Conceptus quem habes de curvis, ut voco, bicornibus, quod nimirum quaſi ſaccum regreſſu faciant, etiam mihi ante complures annos fuit familiaris, & de ea re multis litteris egi cum *Marchione* HOSPITALIO; cui in Exemplis quibuſdam curvarum, tam algebraïcarum quam tranſcendentium, oſtendi per calculum, in ſacculo illo ſeu puncto reverſionis (*point de rebrouſſement*) revera omnes directiones reperiri; hoc eſt quamlibet rectam per illud punctum ductam, eſſe in numero tangentium, quod conceptum iſtum meum mirifice confirmabat. Cl. HERMANNUS, cui monſtravi litteras, de rei veritate teſtari poterit.

Forte adhuc neſcis communem noſtrum Adverſarium ROLLIUM ad bonam frugem rediiſſe, & tandem veritatem agnoviſſe: Converſionem ſuam, coram VARIGNONIO, MALLEBRANCHIO, FONTENELLIO, aliiſque palam teſtatus, edixit ſe ex inſtigatione quorumdam malevolorum ſcripſiſſe contra Calculum infinite parvorum. Scire etiam convenit aliquem DU TAL, & alium POLINIERE Pariſinos, tandem didiciſſe imitari me in conficiendo meo Phoſphoro ex mercurio, & quidem ex eo ipſo cum quo HOMBERGIUS aliique Academici fruſtra laboraverant. Prior ille DU TAL etiam in mei defenſionem publice edidit aliquod Scriptum, quod vidi in Menſtruis BERNARDI, præteriti Septembri (1). Sic tandem bona cauſa ſemper triumphat. Vale & tranſige novum hunc pluresque ſecuturos annos ex animi ſententia.

Baſileæ 15. Januar. 1707.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.

J. BERNOULLI.

EPISTO-

(1) *Art. I. pag.* 243.

EPISTOLA CLXVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De curvis multigibbis. De Rollio, Du Talio, La Hirio *&* Parentio. *De Circuli rectificatione per approximationem. De Miſcellaneis Berolinenſibus edendis.*

Vir Celeberrime ! Fautor Honoratiſſime !

Non mediocriter turbaverunt me litteræ *Hermannianæ* , & mox Tuæ , quæ valetudine Te parum firma uti ſignificant. Itaque valde ſuadeo ut eam cures diligenter , & laboribus animi maxime abſtineas , inter quos Calculi non ſunt poſtremi. Potes ingenio prodeſſe , etſi non profis labore. Neque gravius hæc ſtudia damnum ſentire poſſent , quam a jactura Tua , quæ adhuc Fratrem Tuum deplorant. Gaudeo interim alterius Fratris Filium veſtigia veſtra premere. Hunc poteris excitare, ut juvet meditationes Tuas , hereditariamque vobis laudem in poſteros ſervet. 1707. Februar.

Nolim me Tuorum inventorum negligentem , aut parcum æſtimatorem putes , etſi præjudicio , neſcio quo , feſtinus circa repentem motum Te lapſum putarim: Quanquam Tu quoque [patere ut hanc vicem reddam] meam Problematis Tui Solutionem initio negligentius tractaveris, quæ res fecerat ut neſcio quas Tibi perplexitates fingeres , ubi nullæ erant.

Scimus , & hanc veniam petimuſque damuſque viciſſim.

Cæterum etſi pro pœnitentia injunxeris , ut Tuas *Gibbo-compreſſas* [ſic enim credo apte vocabimus] attentius legerem ; legiſſe non pænituit. Pulcherrima enim viſa profecto Tua meditatio de Circulis duobus , uno extimo altero intimo , circa curvam ad eaſdem partes cavam , adeoque uno majore altero mino-

Digitized by Google

1707. Februar. re. Ita per curvas plus ſemper multigibbas eidem æquales indefinite huic acceditur per Circuli circumferentias. Nec dubito quin poſſis hoc artificio aliquo ad ipſius applicare dimenſionem circumferentiæ, & facili negotio ſuperare *Ludolphum*.

De Sacco in curvæ cornu evaneſcente Te non minus quam me dudum cogitaſſe facile credo: monui tantum amicum; ut objectioni ſatisfacerem quæ hic regulas noſtras maximo-minimorum locum non habere volebat.

Plus gaudii eſt in Cœlo noſtro geometrico ex uno peccatore converſo, quam ex decem juſtis: itaque ROLLIUM ad bonam frugem rediiſſe impenſe lætor. Qui vero illi malevoli inſtigatores? Binos ex illis non difficulter divinare poſſe mihi videor; ſed patiamur eos Heautontimorumenos eſſe.

DU TALIUS ille, quem memoras, Scapham Scapham appellavit, quantum ex *Bernardinis* vidi.

Aliquoties notavi.......... nonnullos ſua tantum curare, aliena negligenter........ Nonnulli id habent, ut aliena, quantum poſſunt ſibi vindicent. Ita LA HIRIUS peſſime ROMERUM inventorem diſſimulavit; PARENTIUS in Præfatione ſuorum *Elementorum* jactat, ſe quæ VARIGNONIUS de compoſitione motuum, imo etiam quædam, quæ HUGENIUS dudum dederat, per ſe inveniſſe, ne lectis quidem eorum ſcriptis, quæ in omnium manibus verſantur. Nunc *Memorias Academicas* ſuis quibuſdam Calculis mechanicis (neſcio quam bonis) implet; jactatque ſe primum de frictionum æſtimatione cogitaſſe: Sed quantum video, ſemper in abſtractionibus ſubſiſtit; nunquam ad uſum rerum venit, quod in Mechanicis inprimis deſiderabatur.

Cogitavi inter ſcribendum, an tua per circulum appropinquandi ad curvam Ellipſeos Methodus applicari recte appropinquationi ad circumferentiam poſſit. Sit (*Fig.* 111.) linea Epicycloïdalis A B C D E, deſcripta revolutione circuli cujuſdam mobilis ſuper circulo immobilis A E F. Sit B D chorda maxima in dicta Epicycloïdali, per quam abſcindetur ſegmentum BCD, huic adjungatur aliud per omnia congruum BKD, & ita formabitur linea Ellipſiformis BCDKB rectificabi-

TA. XXI.

lis

lis per viam communem. Hæc tractetur, ut Tu tractaſti Ellipſin, 1707.
& habebis curvas ei æquales, vel in ratione ad eam data ad circulum in infinitum accedentes, adeoque lineam rectificabilem in infinitum magis magiſque admovendo ad circulum, viciſſim circumferentiam ejus magis magiſque menſurationi admovebis. Suppono autem Epicycloïdalem eſſe eam, cujus quævis puncta per Geometriam definiri poſſunt. Quod ſupereſt, Vale & Fave. Februar.

Dabam *Berolini* 1. Februar. 1707.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

P. S. Dum hic ſum, id ago ut aliqua ſub approbatione Societatis Scientiarum noſtræ edantur *Miſcellanea*. Obſervationes Aſtronomicas habemus non contemnendas; & non paucæ, quæ factæ ſunt a *Pariſinis* Anno 1704, nuperque editæ, poterunt conferri cum noſtris, quas edi curabo. Si quid ſubmittere nobis voles generis cujuſcunque, libenter adjicietur. Etiam quæ Dnus Hermannus forte dare volet, grata erunt; nam non contemnenda erunt quæ ab ipſo proficiſcentur, & nos undecunque ſubmiſſa, quæ digna erunt publico, non negligemus. Iterum Vale.

Digitized by Google

EPISTOLA CLXVIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Curvis quibuslibet ad circuli peripheriam reducendis per approximationem. De Circuli rectificatione & Quadratrice deſcribenda. *De* Miſcellaneis Berolinenſibus.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1707. Mart. TE nunc liberatum a præjudicio illo, quo me lapſum putaſti circa motum repentem, valde lætor; ſed magis adhuc quod quæ hinc meditatus ſui de curvis multigibbis, pro appropinquatione ad curvas Ellipticas per circulares, legiſſe Te non pœnituerit: nihil enim magis in votis habeo, quam ut aliquid Tua attentione dignum præſtare poſſim. Rectiſſime enim cogitaſti methodum iſtam appropinquandi per circulum ad curvam Ellipſeos applicari etiam poſſe lineæ rectæ: ſed pro hoc ideo non opus eſt linea Epicycloïdali, quæ pro calculo nimis eſſet compoſita; quælibet alia linea rectificabilis huic fini inſervire poteſt, etſi Ellipſeos formam non habeat: hac de cauſa, jam in præcedentibus meis [nam tum de hac re jam cogitaveram] ſcripſi methodum meam non tantum ad Ellipſes ſed ad omnes curvas
TA. XXI. omninò extendi. Sit enim (*Fig.* 112.) BA arcus curvæ cujuſcunque, exempli gratia, parabolæ: adjungatur ad B, verſus partem alteram, arcus alius priori per omnia ſimilis, & æqualis BD, ita quidem ut in B [quanquam nec hoc abſolute ſit neceſſarium] habeant communem tangentem, hoc eſt, ut forment curvaturam continuam; jam duobus iſtis arcubus BA, BD, adaptentur duo alii prorſus ſimiles & æquales EA, ED, ut hinc oriatur figura clauſa Ellipſiformis BAED, cujus tota circumferentia æquatur arcui

arcui BA quater ſumpto, neque obſtat quod in A & D arcus 1707.
in angulos coëant, non vero, ut in B & E, abeant in curvam Mart.
continuam. Jam ſi huic figuræ BAED, alia per totum congruens PNQM admoveatur, & altera alteram obrepat, ut feci in Ellipſi; deſcribet punctum O curvam quampiam quadrigibbam, quæ erit arcus BA Octupla, hæc quadrigibba poſtea mutabitur in Octigibbam, & ita porro. Fateor equidem curvas illas multigibbas non eſſe uniformis naturæ, ut ſunt illæ quæ generantur ex Ellipſibus; conſtant enim ex arcubus diverſis, qui tamen in continuam ubique abeunt curvitatem, & hoc jam ſufficit pro approximatione ad circulum.

Vides itaque quomodo nunc Parabolæ arcus, & quæ ab eo dependet area Hyperbolæ per circulum quantumvis prope menſurari poſſit; quod ſane hactenus nemo feliciter executus eſt. Hac enim methodo intra paucas horas pro illis arctiores limites invenirentur, quam Tibi miſi pro Ellipſibus. Interim, ut & hoc moneam, non neceſſe eſt ut arcus BA quater ſumatur, ad formandam figuram clauſam Ellipſiformem, BAED; niſi eum omnino ad integram circumferentiam reducere velimus, nam quilibet arcus ſolus cujuſvis curvæ, per obreptionem ſubcontrariam continuo repetitam in infinitum, tandem abit ſaltem in arcum circuli. Voco autem obreptionem ſubcontrariam, quando arcus aliquis ſe ipſum obrepit inverſè, hoc eſt, quando in reptionis initio extremitates appoſitæ ſe mutuo tangunt: hoc enim modo arcus propoſitus per reptionem primam mutabitur in alium ejuſdem, ut voco, amplitudinis, ſed qui conſtabit ex duobus arcubus & ſimilibus & æqualibus, qui ſi nunc porro ſubcontrarie ſe mutuo obrepant, orietur arcus, conſtans quatuor arcubus ſimilibus & æqualibus, adeoque ad rotunditatem arcus circularis magis accedens; per obreptionem tertiam ſubcontrariam, formabimus arcum habentem arcus octo ſimiles & æquales, & ſic magis & magis ad ipſum arcum circuli, ejuſdem cum præcedentibus ſingulis amplitudinis, deveniemus. Hoc unicum adhuc addam, pro applicanda methodo ad rectæ appropinquationem ad circulum, ſumi poſſe Ellipſin cujus axis minor ſit indefinite par-

væ

1707. Mart. væ longitudinis, quæ utique nihil aliud erit quam linea recta duplicata. Hanc ſi more Ellipſium per reptionem moveas, habebis loco curvæ quadrigibbæ quatuor latera quadrati; poſtea loco octigibbæ ambitum octogoni, ita ſcilicet, Ellipſi abeunte in rectam lineam, curvæ multigibbæ quoque abeunt in Polygona regularia, & hæc tandem in Circulum. Id quod mihi ſuppeditavit modum hunc facilem, exhibendi, per conſtructionem continuo & celeriter appropinquantem, arcum circuli æqualem lineæ rectæ datæ.

TA. XXI. Eſto (*Fig.* 113.) data recta BG perpendicularis ad aliam rectam AC, ducatur ad arbitrium recta BA, & angulo A fiat æqualis angulus ABC, ut habeatur triangulum Iſoſceles BCA. Jam ducatur perpendicularis CD in AB, & ipſi CD capiatur æqualis CL; jungatur DL, in quam agatur perpendicularis CE, cui æqualis abſcindatur CM. Jungatur EM, & ducatur perpendicularis CF, hocque continuetur in infinitum; & ſit CR illarum perpendicularium ultima: dico arcum circuli RS, radio CR deſcriptum fore æqualem rectæ propoſitæ BG, atque hoc eſt ad quod reſpiciebam, quando in præcedentibus meis dixi me quædam, ex occaſione illâ, inveniſſe in Cyclometris profutura; quanquam poſtea viderim puncta B, D, E, F &c. eſſe in Quadratice Dinostrati; quod quidem facile demonſtrari poteſt, adeoque hoc nomine nihil novi me præſtitiſſe, quatenus diu jam cognitum eſt rectificationem Circuli dependere a determinatione interſectionis Quadratricis & ejus diametri; in eo tamen aliquid ſingulare hic factum cernis, quod hic puncta in quadratrice D, E, F, &c. ob perpendicularitatem CD, CE, CF, certius deſignentur, adeoque punctum ultimum R multo accuratius determinetur, quam per modum vulgarem, quo, propter ſectiones magis magiſque obliquas, puncta in Quadratrice tandem valde incerta evadunt. Cæterum vero, quidquid de eo ſit, elegans mihi videtur & minime contemnendum, quod hoc, quod ab aliis jam pridem inventum, & ut ſingulare quid venditatum, idem tamen hoc noſtræ inventionis non-niſi minimum tantum ſit Corollarium.

Binos

Digitized by Google

Binos illos ex malevolis Rollii inſtigatoribus, quos Tu divinabis, & ego divinabo; niſi enim vehementer fallor, in mente habes Galoisium & La Hirium, Calculi differentialis acerrimos hoſtes. . . . . Neſciveram Romerum eſſe verum authorem inventorum dentium Epicycloïdalium, quorum La Hirius ſe inventorem prædicavit. . . . . 1707. Mart.

. . . .

Gratiſſimum fuit intelligere Te curaturum, ut quædam, ſub nomine Societatis Scientiarum veſtræ, edantur *Miſcellanea*. Sic enim Rempublicam Litterariam, quam multis adeo modis jam demeruiſti, de novo inſigniter Tibi obſtringes. Eoque magis gaudebit, quod quæ Tuis auſpiciis eduntur, nihil, niſi bonum & ſelectum, continere ſibi perſuadebit: ſecus ac fieri ſolet in aliis ejuſmodi Ephemeridibus, in quibus plerumque multa ſunt mala mixta bonis. Si quæ a me proficiſcuntur publico digna judicas, exempli gratia quæ de curvarum comparatione & reductione ad circulos ope multigibbarum meditatus, aliaque quæ ad Te ſcripſi in litteris privatis, & alia publice communicavi, libenter patiar ut edas: Tuo enim arbitrio ea relinquo. Interim dum aliquando vacabit diſcutiam Adverſaria mea, & quæ invenero alicujus momenti Tibi ſubmittam. Significavi Dno. Hermanno Tuum propoſitum, eumque hortatus, ut mittat quoque, ſi quid edendum habeat, quod ſe facturum promiſit: Miror vero quod ipſe nondum in hanc Societatem ſit cooptatus, cum tamen alii forte minus Tibi noti in eam jam ſint recepti. De cætero libenter a Te ſcirem *Theodorum* Zwingerum in hac Academia Medicinæ Profeſſorem in numerum Sociorum. . . . . . . ſuiſſe relatum, & ſi ſit, ex quo tempore. Vale & Fave.

Baſileæ 23. Martii 1707.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.

J. Bernoulli.

EPISTOLA CLXIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Abbate GALLOSIO. *Varia.*

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

1707. Jun. CUM nuperas ad Clariſſimum HERMANNUM ſcriberem, vix domum redux, nec Tuæ nec ipſius noviſſimæ mihi redditæ erant. Gaudeo valere Te ex ſententia, & ut valetudinem cures ſuadeo.

GALLOSIUM obiiſſe ex *Gallia* ſcribitur; erat in Viro eruditio non vulgaris, ſed aderat tamen & philautia, & neſcia cedere veritati pertinacia, quam impugnatione Calculi noſtri omnibus patefecit. Ego Virum olim noveram familiariter cum COLBERTI favore floreret. Forte agebam ipſe apud COLBERTUM, Comes generoſo CHEVREUSIO *Duci*. Offendi GALLOSIUM, cum altero COLBERTO, cognomine CROISSIO, ad Tractatus pacis habendos profecturo, loquentem, atque id quærentem ut riſum nugoſis verbis excitaret: miratus ſum non mediocriter hominem haud incelebrem gratiam Magnatum pene ſcurrilibus dicteriis captare. Sed ajebant, COLBERTUM majorem hominis dicacitate delectari, quum a laboribus miniſterii animum relaxat.

ROMERUM eſſe verum dentium Epicycloïdalium inventorem pro certo habeto. Nam ipſe mihi monſtravit *Pariſiis* Theorema ſuum, ac ſimul demonſtrationem; cum prius rem HUGENIUS mihi narraſſet. Qua autem audacia HIRIUS viventi & ſentienti inventum ſuum tantum non ſurripiat, mirari ſatis non poſſum.

Elegantiſſima ſunt quæ de curvis multigibbis reptorioque motu

tu

tu habes. Inprimis conſenſus cum Dinostrati Quadratrice 1707. Jun.
Si quid vel de his, vel de aliis in ordinem redigere velis, ut *Miſcellaneis Berolinenſibus* adjici poſſit, rem gratam facies, & a me curabitur libenter. Quæ Hermannus noſter de ſtationibus Planetariis ſummiſit, etiam locum illic invenient.

Dominum Zwingerum veſtrum, in noſtram Societatem, commendantibus virum amicis, quibus *Berolini* innotuerat, recipi memini; quam mature aut tarde non memini, neque apud nos quicquam refert. Ut Hermannus recipiatur, haud dubie curabo.

Videris in *Bernardi Diario litterario* apud Batavos novas quaſdam de Phoſphoro Tuo Mercuriali obſervationes *Pariſiis* inſtitutas

Fontenellus per amicum mihi ſignificat, quæ idem *Diarium* retulerit, tanquam a ſe dicta, circa Hiſtoriam calculi noſtri, quæque refutanda mihi viſa ſunt, male relata fuiſſe ab Auditore forte aliquo imperito. (1)

Parentium intelligo mire ſua neſcio quæ in Mechanicis inventa jactare. Ego nihil animadverto, ſaltem circa res alicujus momenti, quod attulerit novum. Nec vacat excutere ratiocinia ejus, quæ ſeſe obſcuritate tuentur. Vereor autem ne accuratius inſpecta erroribus ſcatere deprehendantur. Quod ſupereſt, Vale & Fave,

Dabam *Hanoveræ* 24. Junii 1707.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

P. S. Ozanamum & Saurinum noſtrum in numerum Academicorum Regiorum Pariſiis receptos intelligo, quod perplacet. Ozanamus in *Diophantæis* maxime calculis excellit.

(1) Vide Epiſt. CLXI. & CLXIII.

EPISTOLA CLXX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De HERMANNO. *De* HOSPITALII *Sectionibus Conicis. De Obſervationibus* FLAMSTEDII. *De* ZUMBACHIO. *De Imperatore Sinenſi.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1707. Octobr. GAUDEO Dni. HERMANNI res bene procedere, ut tum ipſe, tum Dnus. FARDELLA ad me ſcripſere. Hic certe ſpem ſuam aliorumque ab eo ſuperatam teſtatur. Parabat ſe tunc ad ſtationem habendam, aliaque novo officio obeundo neceſſaria; itaque aliquandiu a meditationibus divertetur.

Audio Dni. *Marchionis* HOSPITALII librum *De Sectionibus Conicis* & Conſtructionibus inde deductis prodiiſſe. Credo virum egregium hunc laborem non fuiſſe tractaturum, niſi aliquid ſingularis quod diceret habuiſſet. Videbo an, quod ſæpe fieri deſideravi, non tantum ordinatas parallelas, ſed & convergentes pro locis exprimendis adhibuerit. Id enim plurimum ad variandas perficiendaſque Conſtructiones conferre notavi. Neſcio an Dnus. *Marchio* HOSPITALIUS protulerit cogitationem ad altiores gradus. Velim noſſe, an Tibi aliquando vacaverit examinare, quæ de iis Dnus. NEWTONUS dedit. Si regula ejus generalis de Diametris (1) vera eſt, oportet ut non difficili calculo deprehendi poſſit. Puto Dni. REYNAU *Algebram* vel *Analyſin* (2) tandem prodiiſſe. Hæc tibi Gallis viciniori omnia innoteſcent. Itaque ſi quid intelligis de rebus litterariis ex *Gallia* mecum ſubinde communicari peto. Ex *Anglia* mihi ſcribitur primum Tomum Obſervationum Aſtronomicarum FLAMSTEDII eſſe ſub prelo. Vidi aliquando conſilium ejus talia edendi peculiari

(1) In *Enumeratione linearum Tertii Ordinis*, Art. II. §. 1.
(2) *Analyſe démontrée*, &c. Paris 4°. 1708.

liari ſcheda expreſſum, quod non exiguam ſpem fecit augendæ huius Scientiæ. 1707. Octob.

Dnus. Scheuchzerus in Alpium deſcriptione apud vos utiliter eſt occupatus. (1) Vivitne adhuc Dnus. Hollanderus, qui præclara quædam excogitaverat, etiam in ſtudiis noſtris; pergere poſſet utiliter, niſi negotiis impediretur.

De Te nobis in dies magis magiſque præclara promitto; ita tamen ut nolim id valetudinis Tuæ incommodo fieri; eam ſpero nunc fore ex ſententia.

Ego animi gratia, cum Sereniſſima Electrice *Guelfebytum* excurri, & inde *Caſſellas* ad ſereniſſimum Landgravium, qui rerum Mathematicarum & Mechanicarum eſt curioſiſſimus, & nunc Zumbachium in Aulam ſuam accivit (cujus *Planetolabium* (2) Tibi notum eſſe puto] ut Mathematicum habeat, [poſtquam Dominus Papinus diſceſſit] & ab eo etiam *Algebram* diſcat.

Ante aliquot dies locutus ſum cum Miſſionario ex *China* reduce, qui Medicum illic utcunque egit. Is mihi, inter alia, dixit Imperatorem Sinenſem etiam *Algebræ* rudimenta a Patre Verbiestio didiciſſe, eaque re fuiſſe inprimis delectatum. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 14. Octobris 1707.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

Reſponſio deeſt.

(1) Joh. Jac. Scheuchzeri ΟΥΡΕΣΙΦΟΙΤΗΣ *helveticus*, *ſive Itinera alpinania.* Lond. 1708. 4°. *Aucta multum* Lugd. Bat. 1723. 4°.
(2) Editum Amſtelod. 1700. 4°.

EPISTOLA CLXXI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Arithmetica univerſali NEWTONI. *De Botanica. Varia. De curvis multigibbis. De* Genevenſium *ad Regem* Boruſſiæ *conſilio laudando.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1708. Mart. EX litteris Tuis 19. Novembris Anni ſuperioris datis libenter admodum intellexi Te valere, & ab aquarum potu bene valentem domum rediiſſe. Litteras a Te exinde accipere non memini ſatis.

Liber *Newtonianus* ſub titulo *Arithmeticæ Univerſalis* (1) *Cantabrigiæ* hoc ipſo anno editus, ex *Anglia* ad me miſſus eſt. NEWTONI nomen nuſpiam memoratur. Credo quod ipſe ex ſua dignitate non putavit profiteri ſe Authorem libri ante triginta annos conſcripti, cum Prælectiones publicas *Cantabrigiæ* haberet, ex quibus eſt concinnatus; quanquam imperfectum ipſe Editor profiteatur. Percurri feſtina lectione, & quædam deprehendi non ſpernenda, præſertim in Exemplis. Unum placuit, quod pro Te exſcribi juſſi, (2) ut ſi vacat, conſideres & examines: etſi enim non magnopere ad praxin facere videatur, videtur tamen ſpeculationis cauſa dignum conſideratu, præſertim ſi proceſſus in infinitum haberetur, pro diviſore gradus cujuſcunque.

Quæ Dnus. HERMANNUS mihi ſummiſit de ſtatione Planetarum, *Berolini* ſunt, ibique edentur; (3) non puto Tuam ſolutionem

(1) *Arithmetica Univerſalis, ſive de compoſitione & reſolutione Arithmetica, Liber.* Cantab. 1707. 8°. *Atque iterum* Lond. 1722. 8°. &c. Lugd. Bat. 1723. 4°.

(2) *Articulum nempe*, De inventione diviſorum.

(3) *Miſcel. Berol.* Tom. I. P. III. N°. 7. pag. 197. atque Tom. II. p. II. N°. 1. p. 59.

Digitized by Google

tionem eſſe adjectam, ſed nec *Fatianam*. . . . . 1708. Mart.

. . . .

Gaudeo Dnum. Scheuchzerum Juniorem (1) apud Te Geometriam altiorem cum Phyſica conjungere velle: ea ſane veriſſima proficiendi ratio eſt.

Laudandos puto Botanicorum conatus in digerendis Speciebus, & Methodos quibus Raius, Tournefortius, aliique utuntur, petitas ex florum figura, utilem Tyronibus puto, ſed tamen ad perfectionem Scientiæ non ſuffecturam judico. Et e re arbitror ex diverſis Capitibus diverſas inſtitui plantarum comparationes, veluti a ſeminibus, radicibus, truncis vel ſcapis, corticibus, ramis, foliis, floribus, medullis, ſuccis, viribus ſeu uſibus, ratione propagandi, &c. quovis Capite ita tractato, tanquam ex hoc ſolo inſtituenda eſſet plantarum in ſpecies digeſtio; etſi unum caput alio ſit aptius. Video enim dum nimis uni conſiderationi inhæretur, exſuccam reddi doctrinam, nec ſatis ad uſum Agriculturæ, Mechanices, & Medicinæ adaptari. Pene me ipſum in vertiginem dediſti, narrato itinere tuo pedeſtri uſque adeo periculoſo.

Clariſſimus Papinus diſcedens *Caſſellis Angliam* ſe ire dictitabat; ſed credo eum adhuc hærere in Batavis: ſane ex quo *Caſſellis* diſceſſit, nihil ab ipſo vidi. Zumbachius *Caſſellas* acceſſit, & credo Obſervationibus Aſtronomicis dabit operam. An *Marpurgenſibus* datus ſit novus Profeſſor Mathematicus nondum ſcio. Quis iſte eſt gallus F. C. D. Abb. Vall. qui calculum noſtrum attentat ſubinde, & quædam Martio & Novembr. Anni ſuperioris *Actis Lipſienſibus* (2) inſeri curavit?

Excerpta ex Tuis Elegantiſſimis Epiſtolis binis de Curvis illis multigibbis *Berolinum* miſi, ut *Miſcellaneis* Societatis inſerantur. Ad rigorem tamen demonſtrationis opus eſſet oſtendere Circuli circumſ-

(1) *Joh.* Scheuchzerum M. Doct.

(2) *De Curva deſcenſus ex accelerato retardati, &c.* Act. Erud. 1708. Mart. p. 133.

De notanda æqualitate inter curvas citiſſimorum deſcenſuum & curvaturas continuarum refractionum per diverſa Media &c. Ibid. Nov. p. 517. & Dec. 536.

Digitized by Google

1708. Mart. circumſcripti circumferentiam debere eſſe majorem ſemper circumferentia curvæ multigibbæ quam tangit, quoniam enim hæc curva non eſt ad eaſdem ubique partes cava, non habet locum ARCHIMEDIS poſtulatum, quod linea circumſcripta ſit major inſcripta. Si de area, non de circumferentia ageretur, demonſtratione hujuſmodi opus non foret; vel ſi ſaltem oſtendi poſſet hoc loco circumferentiæ minoritatem ipſius areæ eſſe connexam.

Scripſerat ad me ante menſes complures Clariſſimus TURRETINUS; ei reſpondi, ſed non ſatis memini an ad Te incluſerim reſponſum Communicaverat mecum, quæ apud Potentiſſimum Regem *Boruſſorum* Academia *Genevenſis* egerat in Religionis cauſa: laudanda utique, ſed niſi magis in rem veniatur, parum profutura. Quod ſupereſt Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 15. Martii. 1708.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Quo ſit loco valetudo Tua, & quid bono Scientiarum altiorum moliare, ſemper diſcere gratum erit.

EPISTOLA

Digitized by Google

EPISTOLA CLXXII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De infirma ſua valetudine. De Newtoni *Regula pro inveniendis diviſoribus. De curvis multigibbis ſine flexu contrario.* Moivræi *commendatio.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

Metuebam ſane vehementer Te vel morbo, vel morte impediri, quominus mihi reſponderes, cum longo adeo tempore, ne γρῦ quidem litterarum abs Te accepiſſem. Quod autem vivas & valeas ex Tuis tandem noviſſimis libenter intellexi. Meam quod attinet valetudinem, ſperabam firmo nunc niti talo, poſt uſum aquarum *Fabarienſium*; præſertim peracta maxima hiemis parte ſatis feliciter: Ecce me tamen nunc rurſus, a quatuor fere menſibus, de novo vexatum ab horribili illa & pertinaciſſima tuſſi, quæ per totam præcedentem hiemem miſerandum in modum me cruciaverat: aufert illa mihi ſomnum, quo tamen alias, ut noſti, tam modice fruor; appetitum proſternit, & ſæpiſſime pauxillum quod edi per vomitum reddere cogit; ubi enim ſævire incipit carnifex mea, certe nulla non corporis pars inde concutitur. Nondum equidem video finem plagarum mearum, ſed tamen, quod non-nihil ſolatii affert, non augentur ex quo utor ſucco plantarum aliquarum Maialium; quid de meliori ſucceſſu ſperandum, id tempus docebit. 1708. Mai.

Arithmeticam univerſalem Newtoni nec nunc quidem accepi; qui tamen liber jam fere ultra ſeſquiannum *Amſtelodami* hæret, mihi deſtinatus. Quod pro me exſcribi juſſiſti, ea, qua

1708. Mai. licuit in hoc valetudinis ſtatu, attentione perlegi: ubi non tantùm ſtatim fundamentum detexi inventi *Newtoniani* pro dividendis æquationibus per alias ſimpliciores; ſed etiam regulam quam habet pro inveniendâ æquatione duarum dimenſionum, quæ propoſitam dividat, reddidi ſimpliciorem, intelligibiliorem, & ad praxim magis accommodatam. Interim facile vidi poſſe haberi proceſſum in infinitum pro diviſore gradus cujuſcunque, ſi quis vellet incæptum attentè perſequi. Nec mea me fefellit opinio; Agnatus enim meus, Senatoris fratris mei ſecundi filius (1), juvenis vix 20 annorum, cui id curæ commiſeram, mox omnia feliciſſime executus eſt, uti ex hoc ſcripto, quod eum in finem ipſe concinnavit, pleniùs videbis; Imo non tantum proceſſus oſtenditur in infinitum, ſed ipſa traditur Regula generalis pro invenienda æquatione dividente cujuſcunque gradus. Forte non indignum judicabis hoc Schediaſma, quod *Actis* veſtris *Berolinenſibus* inferatur: quibus ſi & ſolutionem meam de ſtatione planetarum inſertam cuperes, eam ab ipſo HERMANNO petere deberes, ut-pote cui eam tradidi, nullo mihi relicto apographo. . . . .

SCHEUCHZERUS Junior, *Baſileam* adire volens, mutavit ſententiam, ex quo ipſi ſpes facta eſt vocationis alicujus in Academiam Patavinam. Ad alterum SCHEUCHZERUM curavi litteras, quas ad me direxiſti, eum eas accepiſſe intellexi.

Quis ille ſit Gallus *F. C. D. Abb Vall.* qui in *Actis Lipſienſibus* comparuit, Calculum differentialem attentans, nondum exploravi; Fortaſſis VARIGNONIUS, quem interrogavi, noverit hominem, & mihi in reſponſione quam in dies expecto, nominabit. Forte is ROLLIUS eſt.

Epiſtolas meas binas, de curvis multigibbis tractantibus, dignas Tibi viſas fuiſſe ex quibus excerpta ad *Acta Berolinenſia* mitteres, gratum fuit intelligere; ubi merito quidem mones ad rigorem demonſtrationis opus eſſe oſtendere, Circuli circumſcripti circumferentiam debere eſſe majorem ſemper circumferentia curvæ multigibbæ quam tangit. Si quis enim eſſet in ea opinione, in

(1) *Is eſt Celeb.* Nicolaus BERNOULLI Nic. F.

Digitized by Google

in qua Tu eſſe videris, curvam multigibbam non eſſe ad eaſdem 1708. ubique partes cavam, ſummo certe jure dubitare poſſet, an hic Mai. locum haberet Archimedis poſtulatum quod linea circumſcripta ſit major inſcriptâ. Sed ſatis mirari non poſſum, [ignoſce libere loquenti] Te putantem curvas multigibbas non eſſe ad eaſdem ubique partes cavas, quaſi gibboſitates in curvis adeſſe non poſſent citra flexus contrarios; cum tamen, ex ipſo ſtatim reptorii motus natura, tam evidenter pateat curvam ex illo motu genitam, vel deſcriptam, ſemper eodem modo cavam eſſe debere, quo cava eſt curva immobilis, hoc eſt curva illa quæ obrepitur. Sit enim (*Fig.* 114.) curva immobilis ABC, quam Ta. xxi. obrepat, ſive ſuper qua moveatur motu parallelo curva DBG, in cujus plano punctum quodvis datum O deſcribat curvam reptoriam POQ; dico hanc ad eandem ubique partem cavam eſſe, ſi ABC & DBG utraque ad eamdem ubique partem cavæ ſint. Si enim, in quocunque puncto reptorio O, fingatur tangens OM, erit hæc, ut in *Actis Lipſ.* oſtendi, ſemper parallela Tangenti BE, quæ ducitur ex puncto B in quo duæ curvæ ABC, DBG, quando punctum deſcribens eſt in O, ſe mutuo contingunt: qualis igitur eſt directio curvitatis in B, talis etiam eſſe debet in O, & ſic ubique, ita ut ſi nulla ſit flexura nec in ABC, nec in DBG, etiam neceſſario nulla eſſe queat in POQ: hinc manifeſtius eſt, quam ut moneri opus ſit, curvas meas multigibbas, ut-pote ex motu repente Ellipſeos, vel Ellipſiformis, ſuper alia Ellipſi vel Ellipſiformi, hoc eſt curvæ ad eamdem partem cavæ ſuper alia ad eamdem partem cava, genitas, nunquam habere poſſe flexus in contrarium; id eſt ad eaſdem ubique partes cavas fore; adeoque Circulorum ipſis circum-ſcriptorum circumferentias ſecundum poſtulatum *Archimedeum*, iiſdem multigibbis neceſſario majores eſſe. *Q. E. D.*

Si *Marpurgenſibus* nullus eſt adhuc novus Profeſſor Mathematicus loco Papini, poſſum commendare Moivræum in Anglia degentem .... qui me perquam inſtanter rogavit, ut ſibi quæram aliquam ſtationem publicam, ut nonnihil commodius vivere queat, & unde habeat aliquid fixi ſalarii .:...... pro-

1708. Mai. miſi me Tibi ipſum commendaturum; ſpemque animumque addidi, rem optato ſucceſſu non carituram. Te enim jam aliquoties, & nuper admodum in vocatione HERMANNI, oſtendiſſe quantum Academiæ Tuæ commendationi deferant. Habeas ergo, quod rogo, commendatum Virum, & ingenio & induſtria pollentem, atque de quo ſpondere auſim beneficium quovis modo agniturum. Interim Vale & Fave.

Baſileæ, ad d. . . . Maii 1708.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.

J. BERNOULLI.

P. S. Pater meus cariſſimus ante duos circiter menſes animam ſuam placide expiravit, & Deo reddidit, annum 85um. agens.

REGULA

Digitized by Google

REGULA GENERALIS

Inveniendi diviſores rationales compoſitos quantitatis Algebraïcæ $a + bx + cxx + dx^3 + ex^4$. &c.

In quâ coefficientes *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, &c. ſignificant numeros quoſcunque datos, A. N. B.

AUCTORE,

NICOLAO BERNOULLIO,

Nunc Profeſ. Jur. Baſil.

PRo *x* ſubſtitue ſucceſſivè tot ad minimum numeros hujus progreſſionis Arithmeticæ — 3, — 2, — 1, 0, 1, 2, 3, 4, utrimque ad libitum continuandæ, quot unitates habet numerus dimenſionum, ad quem altiſſimum terminum Diviſoris quæſiti aſcendere exiſtimas, binario auctus, numeroſque prodeuntes ſibi invicem ſubſcribe, dein ſingulis ad latus adjunge omnes ipſorum diviſores; quo facto, ſi quantitas propoſita per aliam diviſibilis eſt, inter hos diviſores debent neceſſariò aliqui inveniri, qui (ſumendo unum ex ſingulorum numerorum per ſubſtitutionem prodeuntium diviſoribus) talem progreſſionem conſtituunt, ut vel ipſorum differentiæ, vel differentiarum differentiæ bifariam diviſæ, vel harum differentiæ per 3 diviſæ, vel iterùm harum per 4 diviſæ, & ità porrò, ſint & inter ſe, & uni ex diviſoribus coefficientis altiſſimi termini propoſitæ quantitatis æquales: quod ſi igitur poſt aliquot differentiationes perveneris ad ejuſmodi aliquam differentiam conſtantem, erit hæc ultima differentia coefficiens altiſſimi termini tentandi, per quem diviſio eo certiùs ſuccedet, quo plures numeri pro *x* ſubſtituti fuerunt; ipſe verò integer diviſor, qui tot dimenſiones habebit, quot differentiationes peractæ ſunt, ſic determinabitur.

Ex ſerie diviſorum, quorum differentiæ aliquæ ultimæ inventæ ſunt æquales alicui diviſori coefficientis altiſſimi termini pro-

Digitized by Google

poſitæ quantitatis, ut & ex qualibet ſerie differentiarum reſpectivè per 1, 2, 3, 4, &c. diviſarum excerpe primos terminos, qui numeri reſpectivè vocentur d^0, d^1, d^2, d^3, d^4, &c; Vocetur etiam $-n$ primus numerus progreſſionis arithmeticæ $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$, &c. qui pro x in ſubſtitutione adhibitus fuit, eritque diviſor quæſitus $= d^0 + \overline{x+n}.\, d^1 + \overline{x+n}.\overline{x+n-1}.\, d^2 + \overline{x+n}.\overline{x+n-1}.\overline{x+n-2}.\, d^3 + \overline{x+n}.\overline{x+n-1}.\overline{x+n-2}.\overline{x+n-3}.\, d^4$ &c.

DEMONSTRATIO.

Fingamus quantitatis propoſitæ $a + bx + cxx + dx^3 +$ &c. diviſorem quæſitum eſſe $p + qx + rxx + sx^3 + tx^4 + ux^5 +$ &c, pro x ſubſtituamus ſucceſſivè $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$, &c. & habebimus

loco propoſitæ	loco diviſoris
$a - 3b + 9c - 27d +$ &c.	$p - 3q + 9r - 27s + 81t - 243u +$ &c.
$a - 2b + 4c - 8d +$ &c.	$p - 2q + 4r - 8s + 16t - 32u +$ &c.
$a - b + c - d +$ &c.	$p - q + r - s + t - u +$ &c.
a	p
$a + b + c + d +$ &c.	$p + q + r + s + t + u +$ &c.
$a + 2b + 4c + 8d +$ &c.	$p + 2q + 4r + 8s + 16t + 32u +$ &c.
$a + 3b + 9c + 27d +$ &c.	$p + 3q + 9r + 27s + 81t + 243u +$ &c.

Quia igitur $a + bx + cxx +$ &c. ponitur eſſe diviſibilis per $p + qx + rxx + sx^3 +$ &c. oportet p eſſe unum ex diviſoribus ipſius a, & $p - q + r - s + t$ &c. unum ex diviſoribus $a - b + c - d +$ &c, ut & $p - 2q + 4r - 8s +$ &c. unum ex diviſoribus ipſius $a - 2b + 4c - 8d +$ &c, & ita porrò reſpectivè. Progrediuntur autem horum diviſorum differentiæ ſequenti modo, ſubtrahendo ſuperiores ab inferioribus.

differentiæ

differentiæ 1æ.	diff. 2æ. per 2. diviſæ	diff. 3æ. per 3 diviſæ
$q - 5r + 19s - 65t + 211u -$ &c.	$r - 6s + 25t - 90u +$ &c.	$s - 6t + 25u -$ &c.
$q - 3r + 7s - 15t + 31u -$ &c.	$r - 3s + 7t - 15u +$ &c.	$s - 2t + 5u -$ &c.
$q - r + s - t + u -$ &c.	$r + t +$ &c.	$s + 2t + 5u +$ &c.
$q + r + s + t + u -$ &c.	$r + 3s + 7t + 15u +$ &c.	$s + 6t + 25u +$ &c.
$q + 3r + 7s + 15t + 31u +$ &c.	$r + 6s + 25t + 90u +$ &c.	
$q + 5r + 19s + 65t + 211u +$ &c.		

differentiæ 4æ. per 4 diviſæ	differentiæ 5æ. per 5 diviſæ
$t - 5u +$ &c.	$u -$ &c.
$t +$ &c.	$u +$ &c.
$t + 5u +$ &c.	

Unde apparet, quod ſingulæ primæ differentiæ futuræ ſint $= q$, ſi diviſor quæſitus ad unam tantum dimenſionem aſcendat, id eſt, ſi $r, s, t, u,$ &c. $= 0$, & ſingulæ differentiæ ſecundæ per 2. diviſæ $= r$, ſi diviſor ad duas dimenſiones aſcendat, id eſt, ſi $s, t, u,$ &c $= 0$ & ſingulæ differentiæ tertiæ per 3. diviſæ $= s$, ſi diviſor ad tres dimenſiones aſcendat, i. e, ſi $t, u,$ *&c.* $= 0$, & ita porro. Si jam dentur generaliter primi termini in qualibet ſerie diviſorum, & differentiarum, qui vocentur reſpectivè d^0, d^1, d^2, d^3, &c. invenientur per additionem contrariam illi ſubſtractioni, per quam differentiæ modò inventæ ſunt, reliqui termini in ſerie diviſorum, exiſtente nempè primo $= d^0$, erit ſecundus $= d^0 + d^1$, tertius $= d^0 + 2\,d^1 + 2\,d^2$, quartus $= d^0 + 3\,d^1 + 6\,d^2 + 6\,d^3$, quintus $= d^0 + 4\,d^1 + 12\,d^2 + 24\,d^3 + 24\,d^4$, ſextus $= d^0 + 5\,d^1 + 20\,d^2 + 60\,d^3 + 120\,d^4 + 120\,d^5$, & generaliter ille, cujus ordo ſit numerus $m = d^0 + \overline{m-1}\,d^1 + \overline{m-1.\,m-2}\,d^2 + \overline{m-1.\,m-2.\,m-3}\,d^3 + \overline{m-1.\,m-2.\,m-3.\,m-4}\,d^4 +$ &c.

Poſito autem $-n$ pro primo numero progreſſionis -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, &c; qui pro x in ſubſtitutione adhibitus fuit, termini in ſerie diviſorum etiam hoc modo exprimen-

primentur; primus nempè erit $= p - qn + rnn - sn^3 + tn^4$ &c., ſecundus $= p - q.\overline{n-1} + r.\overline{n-1}^2 - s.\overline{n-1}^3 + t.\overline{n-1}^4$ &c. tertius $= p - q.\overline{n-2} + r.\overline{n-2}^2 - s.\overline{n-2}^3 + t.\overline{n-2}^4$ &c., quartus $= p - q.\overline{n-3} + r.\overline{n-3}^2 - s.\overline{n-3}^3 + t.\overline{n-3}^4$ &c, & ille demùm cujus ordo eſt m, $= p - q.\overline{n-m+1} + r.\overline{n-m+1}^2 - s.\overline{n-m+1}^3 + t.\overline{n-m+1}^4$ &c, hinc $d^0 + \overline{m-1}.d^1 + \overline{m-1}.\overline{m-2}\,d^2. + \overline{m-1}.\overline{m-2}.\overline{m-3}\,d^3 +$ & $p - q.\overline{n-m+1} + r.\overline{n-m+1}^2 - s.\overline{n-m+1}^3 +$ &c., & poſito $m = x+n+1$, ſive $n-m+1 = -x$; erit $d^0 + \overline{x+n}\,d^1. + \overline{x+n}.\overline{x+n-1}\,d^2. + \overline{x+n}.\overline{x+n-1}.\overline{x+n-2}\,d^3.$ &c. $= p + qx + rxx + sx^3 + tx^4 + ux^5$ &c. $=$ diviſori quæſito. *Q. E. D.*

S c h o l i o n I.

Ex hac demonſtratione patet quod eadem expreſſio $d^0 + \overline{x+n}\,d^1 + \overline{x+n}.\overline{x+n-1}\,d^2 + \overline{x+n}.\overline{x+n-1}.\overline{x+n-2}\,d^3$ &c. det diviſorem quæſitum, ſi per $-n$ intelligatur ſecundus numerus eorum qui pro x ſubſtituti fuerunt, & per d^0, d^1, d^2, d^3, &c. denotentur termini ſecundi reſpectivè in qualibet ſerie diviſorum, & differentiarum, vel etiam, ſi per $-n$ intelligatur tertius numerus eorum, qui pro x ſubſtituti fuerunt, & per d^0, d^1, d^2, d^3 &c. termini tertij in ſerie diviſorum, & differentiarum, & ita porrò.

S c h o l i o n II.

In ſerie diviſorum d^0, $d^0 + d^1$, $d^0 + 2d^1 + 2d^2$, $d^0 + 3d^1 + 6d^2 + 6d^3$, $d^0 + 4d^1 + 12d^2 + 24d^3 + 24d^4$ &c. differentia inter primum, & tertium, ſecundum, & quartum, tertium & quintum, &c. ſemper eſt diviſibilis per 2; & differentia inter primum, & quartum, ſecundum & quintum, tertium & ſextum &c. ſemper eſt diviſibilis per 3; item differentia inter primum & quintum, ſecundum & ſextum &c. ſemper eſt diviſibilis per 4; & ita porro.

Hinc

Digitized by Google

Hinc in inveſtigatione diviſorum, quorum ultimæ aliquæ differentiæ ſint æquales, ſtatim rejici poſſunt illi diviſores, quorum differentiæ non ſunt prædicto modo per 2, 3, 4, &c. diviſibiles.

Exempla.

1. Proponantur inveniendi diviſores hujus quantitatis $3x^3 - 4xx - 6x + 15$, quæ, ſi diviſibilis eſt, neceſſariò dividi poterit per aliquam unius dimenſionis, & per aliam duarum dimenſionum. Pro illa invenienda ſubſtitue in locum ipſius x, -1, 0, 1, & prodibunt hi numeri 14, 15, 8, quos cum ſuis diviſoribus ſibi invicem ſubſcribe in hunc modum.

14	1. 2. 7. 14. — 1. — 2. — 7. — 14.
15	1. 3. 5. 15. — 1. — 3. — 5. — 15.
8	1. 2. 4. 8. — 1. — 2. — 4. — 8.

Quia igitur diviſor quæſitus unam habet tantùm dimenſionem, debet aliqua ſeries diviſorum inveniri, quorum primæ ſtatim differentiæ ſint æquales alicui diviſori Coefficientis altiſſimi termini propoſitæ quantitatis; ideòque illi tantùm ex diviſoribus ſunt excerpendi, qui conſtituunt progreſſionem Arithmeticam, in quâ differentia terminorum eſt vel 1, vel 3; tales progreſſiones tres inveniuntur 2, 3, 4; 2, 5, 8; 2, -1, -4, poſito igitur $-n = -1 =$ primo numero, qui pro x ſubſtitutus fuit, erit diviſor tentandus $= d^{\circ}. + \overline{x+n}.\ d^{1} = d^{\circ}. + \overline{x+1}\ d^{1}$. Sed in primâ progreſſione $d^{1} = 1$. in ſecundâ $d^{1} = 3$, in tertiâ $d^{1} = -3$, in ſingulis verò tribus eſt $d^{\circ} = 2$, undè exſurgunt tres diviſores tentandi $2 + x + 1$, $2 + 3x + 3$, $2 - 3x - 3$, ſive $x + 3$, $3x + 5$, $-3x - 1$, per quorum medium $3x + 5$ diviſio ſuccedit, exiſtente quotiente $= xx - 3x + 3$. Si poſuiſſem $-n = 0 =$ ſecundo numero qui pro x ſubſtitutus fuit; d° fuiſſet reſpectivè $= 3, 5, -1$, & $d^{1}. = 1, 3, -3$, atque ipſe diviſor quæſitus $d^{\circ} + \overline{x+n}.d^{1}. = d^{\circ}. + d^{1}. + x =$ reſpectivè $x + 3$, $3x + 5$, $-3x - 1$. ut antè.

Reperiuntur quidem in prædictis diviſoribus adhuc tres aliæ progreſſiones Arithmeticæ, in quibus differentia terminorum eſt vel 1, vel 3, nempe — 2. — 3. — 4., — 2. — 5. — 8., — 2. 1. 4; Sed hæ cùm non differant à prioribus niſi in ſignis + & —, eoſdem præbent diviſores tentandos, ſignis tantùm mutatis, nempe $- x - 3$, $- 3x - 5$, & $3x + 1$.

Præterea notandum eſt, quod examen per inutiles illos diviſores $x + 3$, & $- 3x - 1$, ſive $3x + 1$, vitare potuiſſem, ſi pro x ſubſtituiſſem non tantùm — 1, 0, 1, ſed & — 2, & + 2, undè ſequentes numeri cum ſuis diviſoribus provenisſent, in quibus unica hæc occurrit progreſſio Arithmetica 1. — 2. — 5. — 8. — 11, vel, ſignis mutatis, — 1. 2. 5. 8. 11., quæ pro diviſore tentando dediſſet $- 3x - 5$, vel $3x + 5$.

— 13	1. 13. — 1. — 13.
14	1. 2. 7. 14. — 1. — 2. — 7. — 14
15	1. 3. 5. 15. — 1. — 3. — 5. — 15
8	1. 2. 4. 8. — 1. — 2. — 4. — 8
11	1. 11. — 1. — 11.

2. Oporteat invenire diviſores hujus quantitatis $x^4 - x^3 - 5xx + 12x - 6$. Pro x ſubſtituo — 2, — 1, 0, 1, 2, 3, &c. prodeuntes numeri cum ſuis diviſoribus ſibi invicem ſubſcribantur ſequenti modo.

— 26	1. 2. 13. 26. — 1. — 2. — 13. — 26
— 21	1. 3. 7. 21. — 1. — 3. — 7. — 21
— 6	1. 2. 3. 6. — 1. — 2. — 3. — 6
1	1. — 1.
6	1. 2. 3. 6. — 1. — 2. — 3. — 6
39	1. 3. 13. 39. — 1. — 3. — 13. — 39

Si jam iſta quantitas diviſibilis eſt per aliam unius dimenſionis, debet in his diviſoribus aliqua progreſſio arithmetica inveniri, cujus termini differant tantùm unitate, qui unicus eſt diviſor

coëfficien-

coëfficientis altiſſimi termini propoſitæ quantitatis; quia verò ſtatim apparet nullam hic reperiri talem progreſſionem, quærenda eſt pro diviſore quæſito quantitas duarum dimenſionum, adeòque inveſtigari debet aliqua progreſſio, in quâ terminorum differentiæ ſecundæ bifariam diviſæ ſint vel 1, vel — 1, id eſt, ipſæ differentiæ ſecundæ = 2, vel — 2. In hunc finem aſſumo primum ex diviſoribus primi numeri 26 nempe 1, & tento quinam ex reliquorum numerorum diviſoribus, cum iſto adhiberi poſſint, & primò quidem per Scholion 2, invenio experimentum in ſequentibus tantùm diviſoribus fieri debere; ex his quærendi ſunt aliqui quorum differentia ſecunda = 2, vel — 2.

1.
1. 3. 7. 21. — 1. — 3. — 7. — 21
1. 3. — 1. — 3.
1.
1 — 3.
1 — 39.

Fingo progreſſionem quæſitam diviſorum eſſe 1. y. z. 1. &c. ita ut y denotet numerum aliquem ſecundæ ſeriei 1. 3. 7. 21. &c. & z numerum aliquem tertiæ 1. 3. — 1. — 3. hoc modo differentiæ primæ erunt $y - 1$, $z - y$, $1 - z$, differentiæ ſecundæ $z - 2y + 1$, &c. $y - 2z + 1$, quæ cùm debeant eſſe $= \pm 2$, habebuntur hæ æquationes $z - 2y + 1 = y - 2 + 1 = \pm 2$., undè $y = z = 3$, vel $y = z = -1$, qui valores exhibent has duas progreſſiones 1. 3. 3. 1. & 1. — 1. — 1. 1, quæ deorſum continuatæ evadunt 1. 3. 3. 1. — 3 — 9. & 1. — 1. 1. 5. 11; ſed quia — 9 non reperitur inter numeros 1 — 39 ultimæ ſeriei diviſorum, nec 5 & 11, in quintâ & ſextâ ſerie reſpectivè, ſequitur ex primi numeri 26 diviſoribus non adhiberi poſſe 1, tranſeo igitur ad ſequentem 2, cum hoc numero per Scholion 2 adhiberi tantùm poſſunt ſequentes diviſores.

2.
1. 3. 7. 21. — 1. — 3. — 7. — 21
2. 6. — 2. — 6.
— 1.
2. 6. — 2. — 6.
— 3. — 13.

Fingo jam progreſſionem quæſitam diviſorum eſſe 2. y. z. — 1. eruntque differentiæ primæ $y - 2$, $z - y$, $- 1 - z$, differentiæ verò ſecundæ $z - 2y + 2$, & $y - 2z - 1$, quas ponendo $= \pm 2$, erit $y = z + 1 = 3$, vel $- 1$, undè oriuntur duæ progreſſiones 2. 3. 2. — 1, & 2. — 1. — 2. — 1., quæ deorſùm continuatæ evadunt 2. 3. 2. — 1. — 6. — 13., & 2. — 1. — 2. — 1. 2. 7; cùm igitur duo poſtremi numeri prioris progreſſionis — 6, & — 13, reperiantur reſpectivè inter numeros quintæ, & ſextæ ſeriei diviſorum, ſuſpicio eſt per hanc progreſſionem diviſorem quæſitum inveniri poſſe; hujus progreſſionis differentiæ primæ ſunt 1 — 1 — 3 — 5 — 7, & ſingulæ differentiæ ſecundæ per 2 diviſæ $= - 1$. Ergo per Regulam noſtram ſi ponamus $- n = - 2$, erit $d^0 = 2$, $d^1 = 1$, $d^2 = - 1$, & diviſor quæſitus $2 + x + 2 . 1 + \overline{x + 2} . \overline{x + 1} . - 1 = - xx - 2x + 2$, qui iterùm proveniſſet ſi poſuiſſem $- n = 0$, $d^0 = 2$, $d^1 = - 3$, $d^2 = - 1$, vel etiam ſi feciſſem $- n = - 1$, $d^0 = 3$, $d^1 = - 1$, $d^2 = - 1$. &c. ſuccedit autem diviſio per $- xx - 2x + 2$, quoto exiſtente $- xx + 3x - 3$. Item diviſor ſignis mutatis $xx + 2x - 2$ inventus fuiſſet per ſimilem diviſorum ſeriem — 2. — 3. — 2. 16. 13. in quâ itidem ſigna mutata ſunt.

Alter diviſor $- xx + 3x - 3$, ſive $xx - 3x + 3$ qui modò fuit quotus, per regulam etiam inveſtigari poteſt. In hunc finem aſſumo tertium ex diviſoribus primi numeri 26, nempe 13, cum hoc numero per Schol. 2. adhiberi poſſunt tantùm ſequentes diviſores:

Fingo

13
1. 3. 7. 21. — 1. — 3. — 7. — 21
1. 3. — 1. — 3.
1.
1. — 3.
3. 13.

Fingo progreſſionem quæſitam eſſe 13. *y*. *z*. 1, eruntque differentiæ primæ $y - 13$. $z - y$, $1 - z$, differentiæ ſecundæ $z - 2y + 13 = y - 2z + 1 = \pm 2$, hinc $y = z + 4 = 11$, vel 7, primum valorem $y = 11$ ſtatim rejicio; quia hic numerus in ſecundâ ſerie diviſorum 1. 3. 7. 21. &c. non reperitur; poſterior $y = 7$ dat $z = 3$, undè hæc oritur progreſſio 13. 7. 3. 1. quæ deorſum continuata evadit 13. 7. 3. 1. 1. 3, cujus poſtremi termini 1. 3. reperiuntur in duabus poſtremis diviſorum ſeriebus; poſito igitur $-n = -2$, erit $d^0 = 13$, $d^1 = -6$, $d^2 = 1$, undè per Regulam diviſor quæſitus $\overline{13 + x + 2}.\ \overline{-6 + x + 2}.\ \overline{x + 1}.\ 1 = xx - 3x + 3$.

3. Proponatur quantitas $3x^5 - 6x^4 + x^3 - 8xx - 14x + 14$, ſubſtitutis pro *x*; — 1, 0, 1, 2, 3, prodeunt numeri 10. 14. — 10. — 38. 170, quorum diviſores ſunt hi, in quibus cum nulla occurrat progreſſio Arithmetica, in quâ diffe-

10	1. 2. 5. 10. — 1. — 2. — 5. — 10
14	1. 2. 7. 14. — 1. — 2. — 7. — 14
— 10	1. 2. 5. 10. — 1. — 2. — 5. — 10
— 38	1. 2. 19. 38. — 1. — 2. — 19. — 38
170	1. 2. 5. 10. 17. 34. 85. 170. — 1. &c.

rentia eſt vel 1, vel 3, qui ſunt diviſores coëfficientis altiſſimi $3x^5$, concludendum eſt quantitatem propoſitam nullum admittere diviſorem unius dimenſionis. Quærendum eſt ergo an non reperiatur aliqua progreſſio, in quâ terminorum differentiæ ſecundæ per 2 diviſæ ſint, vel 1 vel — 1, vel 3, vel — 3. adeoque

 ipſæ

Digitized by Google

ipſæ differentiæ ſecundæ vel ± 2, vel ± 6. In hunc finem aſſumo primum ex diviſoribus primi numeri 10. nempe 1, cùm

1.							
1.	2.	7.	14.	— 1.	— 2.	— 7.	— 14
1.	5.	— 1.	— 5.				
1.	19.	— 2.	— 38.				
1.	5.	17.	85.				

hoc per Schol. 2, adhiberi poſſunt ſequentes reliquorum numerorum diviſores. Fingamus progreſſionem quæſitam eſſe 1. y. z. 1. eruntque differentiæ primæ $y - 1$, $z - y$, $1 - z$, differentiæ ſecundæ $z - 2y + 1 = y - 2z + 1$, hinc $y = z$; ſed ſecunda ſeries 1. 2. 7. 14. &c, & tertia 1. 5. — 1. — 5 nullos habent diviſores æquales præter 1, & — 1; jam poſito $y = z = 1$ differentia ſecunda evadit $= 0$, quod non ſatisfacit; ſed poſito $y = z = -1$ differentia ſecunda evadit 2, oriturque progreſſio 1. — 1. — 1. 1. quæ deorſùm continuatur per numerum 5 in ultimâ ſerie 1. 5. 17. 85. reperiundum. Spes igitur eſt per hanc progreſſionem 1. — 1. — 1. 1. 5. diviſorem quæſitum obtineri poſſe; facto autem $-n = -1$, erit $d^0 = 1$, $d^1 = -2$, $d^2 = 1$. & diviſor tentandus per regulam $1. + \overline{x+1}. - 2 + \overline{x+1}.\ x.\ 1 = xx - x - 1$, ſed quia cùm hoc diviſore res non ſuccedit, fingo progreſſionem quæſitam eſſe 1. y. z. 19. &c., eruntque differentiæ primæ $y - 1$, $z - y$, $19 - z$, & differentiæ ſecundæ $z - 2y + 1 = y - 2z + 19$, hinc $z = y + 6$; jam in tertiâ ſerie 1. 5. — 1. — 5. reperiuntur hi ſoli numeri 5 & — 1, qui ſenario excedunt reſpectivè numeros — 1. & — 7. ſecundæ ſeriei; verumtamen, ſi fiat $y = -1$, & $z = 5$, differentia ſecunda erit $= 8$. Sin autem, ponatur $y = -7$. & $z = -1$. differentia ſecunda evadet $= 14$. quarum neutra ſatisfacit; Fingo itaque progreſſionem quæſitam eſſe 1. y. z. — 2. eruntque differentiæ primæ $y - 1$, $z - y$, $-2 - z$, ſecundæ $z - 2y + 1 = y - 2z - 2$, hinc $y = z + 1$. Eſt autem in ſecundâ ſerie diviſorum unicus numerus

merus 2 qui unitate excedit numerum 1 tertiæ ſeriei: factis igitur $y = 2$, $z = 1$ oritur progreſſio 1. 2. 1. — 2. quæ quidem pro differentiâ ſecundâ habet — 2, ſed quæ deorſùm non continuatur; quia in quintâ ſerie diviſorum non reperitur numerus — 7: Pergo igitur, & fingo progreſſionem quæſitam eſſe 1. y. z. — 38, cujus differentiæ primæ ſunt $y - 1$, $z - y$, $-38 - z$, ſecundæ $z - 2y + 1 = y - 2z - 38$, hinc $y = z + 13$, poſito igitur $y = 14$ (qui numerus ſolus in ſecundâ ſerie præcedenti æquationi applicari poteſt) & $z = 1$. fit differentia ſecunda $= -26$, quod non ſatisfacit. Quia igitur nullus numerus quartæ ſeriei cum unitate, ſive primo diviſore primæ ſeriei adhiberi poteſt, tranſeo ad ſecundum ex diviſoribus primi numeri 10, nempe 2, cum quo per Sch. 2. examinari debent ſequentes diviſores: Fingo jam progreſſionem quæſitam eſſe 2. y. z. 2. eruntque differentiæ primæ $y - 2$, $z - y$, $2 - z$, ſecundæ $z - 2y + 2 = y - 2z + 2$, hinc $y = z$,

2.
1. 2. 7. 14. — 1. — 2. — 7. 14.
2. 10. — 2. — 10.
2. 38. — 1. — 19.
2. 10. 34. 170. — 2. — 10. — 34. — 170.

ſed ſecunda, & tertia ſeries nullos habent diviſores æquales, præter 2 & — 2; factis igitur $y = z = 2$ differentia ſecunda eſt $= 0$, & ſi $y = z = -2$ differentia ſecunda eſt $= 4$, quarum rurſùs neutra ſatisfacit; hinc porro pro quæſitâ progreſſione 2. y. z. 38; cujus differentiæ primæ ſunt $y - 2$, $z - y$, $38 - z$; ſecundæ $z - 2y + 2 = y - 2z + 38$, hinc $z = y + 12$. adeoque ex ſecundâ ſerie ſolùm tentari debet — 2 & — 14, poſitis igitur $y = -2$, & $z = 10$, fit differentia ſecunda $= 16$, & poſitis $y = -14$, $z = -2$ fit eadem $= 28$, quæ iterùm non ſatisfaciunt; pergo jam ad tertium numerum quartæ ſeriei — 1, & pono pro quæſitâ progreſſione 2. y. z. — 1, cujus differentiæ primæ $y - 2$, $z - y$, $-1 - z$, ſecundæ

$z - 2$

$z - 2y + 2 = y - 2z - 1$, hinc $y = z + 1$; at verò in ſecunda ſerie ſolus numerus -1 huic æquationi applicari poteſt; factis igitur $y = -1$, $z = -2$ erit differentia ſecunda $= 2$, quæ deorſùm continuatur per numerum 2 quintæ ſeriei; in iſtâ igitur progreſſione diviſorum 2. $-$ 1. $-$ 2. $-$ 1. 2. poſito $-n = -1$ eſt $d^0. = 2$, $d^1 = -3$, $d^2 = 1$, adeoque diviſor tentandus $2 + \overline{x+1}. - 3 + \overline{x+1}. x. 1 = xx - 2x - 1$, per quem verò diviſio non ſuccedit; proindè aſſumo hanc progreſſionem 2. y. z. $-$ 19, cujus differentiæ primæ $y - 2$, $z - y$, $- 19 - z$; ſecundæ $z - 2y + 2 = y - 2z - 19$, undè $y = z + 7$; ſed nulli ſunt numeri in ſecundâ, & tertiâ ſerie qui huic æquationi ſatisfaciunt. Rejecto igitur etiam binario tranſeo ad tertium ex diviſoribus primi numeri 10, nempe 5; cum quo per Scholion 2

	5.			
1.	2.	7.	14.	$-$ 1. $-$ 2. $-$ 7. $-$ 14
1.	5. $-$ 1. $-$ 5.			
2.	38. $-$ 1. $-$ 19.			
1.	5. + 17. 85.			

ſequentes examinari debent: Fingo igitur primam hanc progreſſionem 5. y. z. 2, cujus differentiæ primæ $y - 5$. $z - y$. $2 - z$, ſecundæ vero $z - 2y + 5 = y - 2z + 1$, undè $y = z + 1$, cui æquationi ſatisfacit 2 in ſecundâ ſerie, poſitis igitur $y = 2$, $z = 1$ oritur progreſſio 5. 2. 1. 2. in quâ differentia ſecunda 2 deorſùm continuatur per numerum 5 quintæ ſeriei; proindè per regulam poſito $-n = -1$, eſt $d^0 = 5$, $d^1 = -3$, $d^2 = 1$. & diviſor tentandus $5 + \overline{x+1}. - 3 + \overline{x+1}. x. 1 = xx - 2x + 2$, per quem verò iterùm diviſio non ſuccedit; hinc fingo hanc progreſſionem 5. y. z. 38. cujus differentiæ primæ $y - 5$, $z - y$, $38 - z$, ſecundæ $z - 2y + 5 = y - 2z + 38$, undè $z = y + 11$, cui æquationi nulli numeri in ſecundâ, & tertiâ ſerie ſatisfaciunt; pergo itaque, & fingo progreſſionem 5, y, z, $-$ 1, in qua differentiæ primæ

primæ $y - 5$, $z - y$, $-1 - z$, ſecundæ $z - 2y + 5 = y - 2z - 1$, unde $y = z + 2$, quæ æquatio duobus numeris in ſecunda, & tertia ſerie convenit, nempe $y = 1$, $z = -1$, & $y = 7$, $z = 5$; per poſteriorem valorem fit differentia ſecunda -4, quæ non ſatisfacit, per priorem fit differentia ſecunda 2, quæ deorſum continuatur per numerum 1 in quinta ſerie; excerpta igitur progreſſione 5. 1. -1. 1. & poſito $-n = -1$ habetur differentia $= 5$. $\overline{d^1 = -4}$, $d^2 = 1$, & diviſor tentandus $5 + \overline{x+1} \cdot -4 + \overline{x+1} \cdot x\ 1 = xx - 3x + 1$; ſed hic quoque non ſuccedit; quare fingo progreſſionem 5. y z. -19., in quâ differentiæ primæ $y - 5$, $z - y$, $-19 - z$; ſecundæ $z - 2y + 5 = y - 2z - 19$, hinc $y = z + 8$, cui æquationi ſatisfacit $y = 7$, $z = -1$, ſed in hac progreſſione 5. 7. -1. -9 differentia ſecunda -10 non quadrat. Rejecto igitur etiam numero 5 in primâ ſerie diviſorum, aſſumo ſequentem 10 cum quo per Scholion 2. ſequentes tentari poſſunt;

	10.						
1.	2.	7.	14.	-1.	-2.	-7.	-14.
2.	10.	-2.	-10.				
1.	19.	-2.	-38.				
2.	10.	34.	170.	-2.	-10.	-34,	-170.

ex quibus primùm formo hanc progreſſionem 10. y. z. -1, in quâ differentiæ primæ ſunt $y - 10$, $z - y$, $1 - z$; ſecundæ $z - 2y + 10 = y - 2z + 1$, hinc $y = z + 3$, quæ æquatio duobus numeris in ſecunda, & tertia ſerie convenit, nempe $y = 1$, $z = -2$, & $y = -7$, $z = -10$; poſterior valor dat pro differentia ſecunda 14, quæ non quadrat; at prior dat pro differentia ſecunda 6, quæ deorſum continuatur per numerum 10 in quinta ſerie; in iſta igitur progreſſione 10. 1. -2. 1. 10. poſito $-n = 1$, erit $\underline{d^0 = 10}$, $d^1 = \underline{-9}$, $d^2 = 3$, adeoque diviſor tentandus $10 + \overline{x+1} \cdot -9 + \overline{x+1} \cdot x \cdot 3 = 3xx - 6x + 1$, per quem res iterum non ſuccedit; pergo igitur, & fingo quæſitam progreſſionem eſſe 10. y. z. 19, hujus

differentiæ primæ ſunt $y - 10$, $z - y$, $19 - z$, ſecundæ $z - 2y + 10 = y - 2z + 19$, hinc $z = y + 3$, cui æquationi ſatisfaciunt $y = 7$, $z = 10$, & $y = -1$, $z = 2$, poſterior valor præbet pro differentia ſecunda 14, quæ eſt inutilis; prior autem dat pro differentia ſecunda 6, quæ deorſum continuatur per numerum 34 in quinta ſerie; poſito igitur $-n = -1$, habetur $d^0 = 10$, $d^1 = -3$, $d^2 = 3$, unde diviſor tentandus $10 + \overline{x+1}. -3 + \overline{x+1}. x. 3. = 3xx + 7$, per quem diviſio tandem ſuccedit, prodeunte in quoto $x^3 - 2xx - 2x + 2$.

Scholion III.

Si in progreſſione aliqua, cujus differentiæ ſecundæ ſunt æquales, ſumantur quatuor termini continui, erit ſemper differentia inter primum & quartum, tripla differentiæ inter ſecundum & tertium. Sint enim illi 4 termini continŭi a, b, c, d, erunt differentiæ primæ $b - a$, $c - b$, $d - c$, ſecundæ $c - 2b + a$, $d - 2c + b$; quæ ſi ponantur æquales; & utrinque, $a + b - 2c$ ſubtrahatur, dabunt $3c - 3b = d - a$. Q. E. D. Hinc ſi dentur duo termini (primus, ex. gr., & quartus) ejuſmodi progreſſionis; facile ſciri poteſt, an in ſeriebus diviſorum reperiantur reliqui termini, ad eamdem progreſſionem pertinentes; ita ut, non neceſſe ſit fingere pro intermediis terminis y, & z, ut ſupra fecimus. Sic in exemplo præcedenti ſi aſſumatur 10 ex prima ſerie; & 1, ex quarta ſerie diviſorum, quorum numerorum differentia eſt 9; tales numeri in ſecunda, & tertia ſerie diviſorum inveſtigandi ſunt, quorum differentia ſit -3; tales ſunt 1, & -2; item -7, & -10. Sic ſi ad numerum 10 primæ ſeriei aſſumatur numerus 19 ex quarta ſerie, quorum differentia eſt 9; debent in ſecunda, & tertia ſerie tales inveniri quorum differentia eſt 3; tales ſunt 7 & 10; -1 & 2; ſic etiam ſi ad numerum 5 primæ ſeriei aſſumatur 2 ex quarta ſerie, quorum differentia eſt -1; ad quam progreſſionem 5. 2. 1. 2; ex quintâ ſerie accedere debet numerus 5, ut differentia

Digitized by Google

rentia inter ſecundum, & quintum $5 - 2 = 3$, ſimiliter poſſit eſſe tripla differentiæ inter tertium, & quartum $2 - 1 = 1$. Et ſic porro in reliquis.

Scholion IV.

Si in progreſſione aliqua, cujus differentiæ tertiæ ſint æquales dato numero t, ſumantur quatuor termini continui: erit ſemper differentia inter primum & quartum, æqualis triplæ differentiæ inter ſecundum & tertium, unà cum dato numero t. Si enim illi quatuor termini continui vocentur a, b, c, d; erit differentia tertia $d - 3c + 3b - a = t$; hinc $d - a = 3c - 3b + t$, ſive etiam $\frac{d - a - t}{3} = c - b$; quod præbet compendium pro inveſtigandis diviſoribus trium dimenſionum.

Proponatur dividenda quantitas $2x^7 + 2x^6 - 16x^5 - 13x^4 + 41x^3 + 22xx - 32x - 4$ Subſtitutis pro x ſucceſſivè -2, -1, 0, 1, 2, 3; prodeunt numeri -9. 7. -9. -3. 7. 2091 qui ſequentes habent diviſores. In his

—9.	1. 3. 9. —1. —3. —9
7.	1. 7. —1. —7.
—9.	1. 3. 9. —1. —3. —9
—3.	1. 3. —1. —3.
7.	1. 7. —1. —7.
2091.	1. 3. 17. 41. 51. 123. 697. 2091. &c.

cum nulla occurrat progreſſio Arithmetica, cujus termini differant vel unitate, vel binario, qui numeri ſunt diviſores Coefficientis altiſſimi termini $2x^7$, quærenda eſt aliqua progreſſio, in qua vel differentiæ ſecundæ per 2 diviſæ, vel harum differentiæ per 3 diviſæ ſint ± 1, vel ± 2; ut diviſor obtineatur vel duarum, vel trium dimenſionum; quærendæ ſunt igitur progreſſiones, in quibus ipſæ differentiæ ſecundæ ſint $+ 2$, vel ± 4,

 aut

Digitized by Google

aut ipſæ differentiæ tertiæ ± 6, vel ± 12. Incipiendo igitur a primo diviſore primi numeri nempe 1, invenio per Scholion 2. cum illo combinari poſſe ſequentes diviſores. Jam quia in quarta ſerie reperitur unicus diviſor 1. erit ſemper differentia inter

1.
1. 7. — 1. — 7.
1. 3. 9. — 1. — 3. — 9.
1.
1. — 7.
1. 41. 51. 2091.

primum, & quartum terminum progreſſionis quærendæ $= 0$; adeoque per Scholion 3. ſi differentiæ ſecundæ deberent eſſe æquales, ex ſecunda, & tertia ſerie aſſumi debent illi numeri quorum differentia etiam æquat nihilum; tales ſunt dumtaxat 1 & — 1; ſi ex utraque ſerie ſecunda, & tertia aſſumatur 1, differentia ſecunda hujus progreſſionis 1. 1. 1. 1. evadit $= 0$; quod non ſatisfacit; ſed ſi aſſumatur — 1, progreſſio hæc 1. — 1. — 1. 1. pro differentia ſecunda quidem habet 2; ſed non deorſum continuatur, quia in quinta ſerie non reperitur numerus 5, qui deberet adeſſe, ut differentia inter ſecundum — 1, & quintum 5 per Schol. 3. eſſet tripla differentiæ inter tertium — 1, & quartum 1. Tento igitur an differentia tertia poſſit eſſe ± 6, vel ± 12.; in hunc finem aſſumo ex Scholio 4. hanc æquationem $c - b = \frac{d - a - t}{3}$, in qua pono $d = 1$, $t = \pm 6$, vel $= \pm 12$; quæ ſubſtitutis præbet $c - b = \pm 2$, vel $= \mp 4$, quod oſtendit ex ſecunda, & tertia ſerie ſeligendos eſſe ſolummodo eos numeros, qui inter ſe differunt vel binario, vel quaternario; unde ſequentes habebuntur progreſſiones 1. 1. 3. 1; 1. 1. — 1. 1; 1. 1, — 3. 1; 1. 7. 3. 1; 1. 7. 9. 1; 1. — 1. 1. 1.; 1. — 1. 3. 1; 1. — 1. — 3. 1.; 1. — 7. — 3. 1; 1. — 7. — 9. 1. ex quibus tantum hæ duæ 1. — 1. 1. 1;

&

& 1. — 7. — 3. 1., in quinta quidem ſerie per numerum — 7; non autem in ſexta continuantur. Rejecta igitur unitate tranſeo ad ſecundum ex diviſoribus primi numeri, nempe 3, cum quo per Schol. 2. ſequentes combinari debent: Si in quarta ſerie

	3.					
1.	7. — 1. — 7.					
1.	3.	9. — 1. — 3.		9.		
3. — 3.						
7. — 1.						
3.	123. — 17. — 697.					

aſſumatur numerus 3, & differentiæ ſecundæ ponantur æquales; per Schol. 3. ex ſecunda, & tertia ſerie iterum ſeligi debent numeri æquales 1 & — 1; unde duæ naſcuntur progreſſiones 3. 1 1. 3, & 3. — 1. — 1. 3., quarum prior tantum in quintâ ſerie per numerum 7; non autem alterius in ſextâ ſerie per numerum 13. continuatur; ſin autem differentia tertia ponatur $= \mp 6$, vel ∓ 12, iterùm ſequetur per Schol. 4. fore $c - b = \mp 2$, vel ∓ 4; quare tentandæ erunt hæ progreſſiones 3. 1. 3. 3., 3. 1. — 1. 3, 3. 1. — 3. 3., 3. 7. 3. 3., 3. 7. 9. 3; 3. — 1. 1. 3.; 3. — 1. 3. 3; 3. — 1, — 3. 3; 3. — 7. — 3. 3.; 3. — 7. — 9. 3; ex quibus iſta ſola 3. — 1. 1. 3. in quintâ, & ſexta ſerie per numeros — 1, — 17 continuatur, differentia tertia exiſtente — 6; poſito $-n = -2$ hæc progreſſio præbet $d^0 = 3$, $d^1 = -4$, $d^2 = 3$, $d^3 = -1$; unde per regulam diviſor tentandus $3 + x + 2. - 4 + \overline{x+2}.\overline{x+1}. \; 3 + \overline{x+2}.\overline{x+1}.x. - 1 = -x^3 + 3x + 1$; per quem diviſio non ſuccedit. Hinc rejecto numero 3 quartæ ſeriei aſſumo ſequentem — 3; cum differentia inter hunc, & primum 3 ſit — 6; ſi differentiæ ſecundæ ponantur æquales per Sch. 3. ex ſecunda, & tertiâ ſerie ſeligi debent numeri quorum differentia eſt $-\frac{6}{3} = -2$; hinc oriuntur progreſſiones tentandæ 3. 1. — 1. — 3; 3. — 1. — 3. — 3; 3. — 7. — 9. — 3; quarum ſola media congruam habet differentiam ſecundam 2, quæ in quinta, & ſexta ſerie continua.

tinuatur per numeros $\overline{-1}$, 3; & per regulam pro diviſore tentando præbet $3 + \overline{x+2}. - 4 + \overline{x+2}.\overline{x+1}. 1 = xx - x + 3$; per quem diviſio non ſuccedit; ſi vero differentia tertia ponatur $= \pm 6$, vel ± 12, erit per Schol. 4. $c - b = \frac{d - a - t}{3} = 0$, vel -4, vel $+2$, vel -6; hinc progreſſiones tentandæ 3. 1. 1. —3; 3. 1. 3. — 3; 3. 1. — 3. — 3; 3. 7. 1. — 3; 3. 7. 3. — 3; 3. 7. 9. — 3; 3. — 1. 1. — 3; 3. — 1. — 1. — 3.; quarum quidem duæ 3. 1. — 3. — 3; & 3. 7. 1. — 3., in quinta, ſed nulla in ſexta ſerie continuatur. Rejecto etiam numero 3 primæ ſeriei, tranſeo ad tertium ex diviſoribus primi numeri, nempè 9, cum quo per Schol. 2. ſequentes ten-

$$\begin{array}{llllll}
 & 9. & & & & \\
1. & 7. & -1. & -7. & & \\
1. & 3. & 9. & -1. & -3, & -9. \\
3. & -3. & & & & \\
1. & -7. & & & & \\
-1. & -41. & -51. & -2091. & &
\end{array}$$

tari poſſunt; ſi in quartâ ſerie aſſumatur numerus 3, & differentiæ ſecundæ ponantur æquales per Sch. 3. in ſecundâ, & tertiâ ſerie quæri debent numeri quorum differentia eſt $\frac{3-9}{3} = -2$ tales ſunt 1. — 1; — 1. — 3; & — 7. — 9; undè oriuntur progreſſiones 9. 1. — 1. 3; 9. — 1. — 3. 3; 9. — 7. — 9. — 3, quarum nulla pro differentia ſecundâ habet ± 2, vel ± 4; proinde pono differentiam tertiam $= \pm 6$, vel ± 12: & erit per Schol. 4. $c - b = \frac{d - a - t}{3} = 0$, vel -4, vel 2, vel -6; adeòque progreſſiones tentandæ 9. 1. 1. 3; 9. 1. 3. 3; 9. 1. —3. 3; 9. 7. 1. 3; 9. 7. 3. 3; 9. 7. 9. 3; 9. —1. 1. 3; 9. — 1 — 1. 3; quarum una deorſum continuatur in quintâ, & ſextâ ſerie, nempe 9. — 1. 1. 3, per numeros $\overline{-7}. - 41$, præbens per Regulam pro diviſore tentando $9 + \overline{x+2}. -$

10.

$10 + \overline{x+2}.\overline{x+1}.6 + \overline{x+2}.\overline{x+1}.x. - 2 = -2x^3 + 4x + 1$; vel ſignis mutatis $2x^3 - 4x - 1$: per quem diviſio ſuccedit, prodeunte in quoto $x^4 + x^3 - 6xx - 4x + 9$. ſi ſuſpicio ſit poſſe hunc quotum $x^4 + x^3 - 6xx - 4x + 9$, adeoque etiam quantitatem propoſitam $2x^7 + 2x6 - 16x^5 - 13x^4 + 41x^3 + 22xx - 32x + 9$ adhuc dividi per aliquam duarum dimenſionum (diviſorem enim unius dimenſionis hanc quantitatem non admittere, ſupra obſervatum eſt) continuari debet examen, & numero 9 primæ ſeriei adjungi numerus -3 quartæ ſeriei, quorum numerorum differentia cum ſit -12, per Schol. 3. ex ſecundâ, & tertiâ ſerie ſeligi debent numeri, $1 - 3$, & $7.\ 3$, quorum differentia eſt $-\frac{12}{3} = -4$; hinc tentandæ progreſſiones $9.\ 1. - 3. - 3$; & $9.\ 7.\ 3. - 3$; quarum illa pro differentiâ ſecundâ habet 4; hæc verò 2; ſed neutra deorſùm continuatur; undè concludo quantitatem propoſitam nullum alium admittere diviſorem, quam inventos $2x^3 - 4x - 1$, & $x^4 + x^3 - 6xx - 4x + 9$; etenim neceſſe non eſt examen continuare in numeris negativis primæ ſeriei $-1. -3. -9$, per quos eidem diviſores inveniuntur, qui per affirmativos $1.\ 3.\ 9$, obtinentur; ſignis $+$ & $-$ tantùm commutatis.

Scholion 5.

Qui examen per inutiles diviſores vitare vult, debet in quantitate propoſitâ plures numeros pro x ſubſtituere, ut in exemplo tertio adhuc -2, & -3, qui numeri dediſſent 190, & 1264, inter quorum diviſores non reperiuntur ſimul duo termini novi progreſſionum inutilium $1. -1. -1.\ 1.\ 5$; $2. -1. -2. -1.\ 2$; $5.\ 2.\ 1.\ 2.\ 5$; $5.\ 1. -1. -1.\ 1$; $10.\ 1. -2.\ 1.\ 10$, ſurſùm continuatarum. Sic in ex. 4. progreſſiones inutiles $3. +1.\ 1.\ 3. -1. -17$; $3. -1. -3. -3. -1.\ 3$. ſurſùm continuantur per numeros 19, & 9, qui non dividunt numerum 903 ortum ex ſubſtitutione -3 pro x in quantitate $2x^7 + 2x^6 - 16x^5 - 13x^4 +$ &c. Sed progreſſio utilis $9. -1.\ 1.\ 3. -7. -41$. ſurſùm continuatur per numerum 43 qui eſt diviſo numi 903.

Scho-

SCHOLION VI.

Inventio diviſoris duarum dimenſionum poteſt reduci ad inventionem quantitatis, unam dimenſionem, atque adeò primas differentias æquales habentis, minuendo ſingulos diviſores numerorum ex ſubſtitutione -2, -1, 0, 1, 2, 3 &c. pro x reſultantium; diviſore aliquo coefficientis altiſſimi termini quantitatis propoſitæ, multiplicato per quadratum ejus numeri, qui pro x ſubſtitutus fuit, & quærendo in numeris reſiduis progreſſionem aliquam Arithmeticam, quâ inventâ erit numerus ille, quo, per quadratum multiplicato, ſinguli diviſores minuti fuerunt, coefficiens altiſſimi termini diviſoris tentandi, & vocatis d^0, d^1, d^2, d^3 &c. primis terminis ex ſerie diviſorum prædictâ ratione minutorum, & ipſorum differentiarum primarum, ſecundarum, tertiarum, &c. reſpectivè per 1, 2, 3, &c. diviſarum, erunt reliqui termini diviſoris tentandi $= d^0 + \overline{x+n}.\, d^1$. Nam ſi à diviſore duarum dimenſionum $p+qx+rxx$ ſubtrahatur terminus rxx; remanet quantitas $p+qx = d^0. + \overline{x+n}.\, a^1$. Sic quoque inventio diviſoris tres dimenſiones habentis, reduci poteſt ad inventionem quantitatis duas dimenſiones, atque adeo ſecundas differentias æquales, habentis; ſi à ſingulis diviſoribus ſubtrahatur diviſor aliquis coëfficientis altiſſimi termini quantitatis dividendæ, multiplicatus per cubum ejus numeri, qui pro x ſubſtitutus fuit, & in reſiduis quæratur progreſſio aliqua differentias ſecundas æquales habens; quâ inventâ, erit diviſor ille, qui prædictâ ratione per cubum aliquem multiplicatus, à ſingulis diviſoribus ſubtractus fuit, coëfficiens altiſſimi termini diviſoris quæſiti $p+qx+rxx+ſx^3$, id eſt, erit $= ſ$, reliqui verò termini $p+qx+rxx$ erunt $= d^0. + \overline{x+n}.\, d^1. + \overline{x+n.x+n}. - 1\, d^2$. Eadem obſervatio mutatis mutandis ad diviſores altiorum dimenſionum extenditur. Ex. gr. ſi proponantur inveniendi diviſores duarum dimenſionum quantitatis in exemplo 2. allatæ $x^4 - x^3 - 5xx + 12x - 6$. Si diviſores horum numerorum 26 21, 6, 1, 39, minuantur reſpectivè numeris $-2^2.1$, $-1^2.1$, $0^2.1$, $1^2.1$, $2^2.1$, $3^2.1$, id eſt, numeris 4, 1, 0, 1, 4, 9. rema-

remanebunt ſequentes numeri, in quibus tantum hæ reperiuntur progreſſiones Arithmeticæ 9. 6. 3. 0. — 3. — 6, & 6. — 4. — 2. 0. 2. 4; per primam eſt $d^{0} = 9$, $d' = -3$, adeòque diviſor tentandus $xx + 9 + \overline{x+2} \cdot -3$

— 3. — 2. 9. 22. — 5. — 6. 17. — 30.
0. 2. 6. 20. — 2. — 4. — 8. — 22.
1. 2. 3. 6. — 1. — 2. — 3. — 6.
0. — 2.
— 3. — 2. — 1. 2. — 5. — 6. — 7. — 10.
— 8. — 6. 4. 30. — 10. — 12. — 22. — 48.

$= xx - 3x + 3$, per alteram eſt $d^{0} = -6$, $d' = 2$; adeoque diviſor tentandus $xx - 6 + \overline{x+2} \cdot 2 = xx + 2x - 2$, per quorum utrumque diviſio ſuccedit. Sic in exemplo 4. ſi diviſores numerorum 903, 9, 7, 9, 3, 7, 2091, minuantur numeris $-3^{3} \cdot 1$, $-2^{3} \cdot 1$, $-1^{3} \cdot 1$, $0^{3} \cdot 1$, $1^{3} \cdot 1$, $2^{3} \cdot 1$, $3^{3} \cdot 1$, in reſiduis nulla detegitur progreſſio habens differentias ſecundas æquales; ſed ſi iidem diviſores minuantur iiſdem reſpectivè numeris -3^{3}, -2^{3}, -1^{3}, 0^{3}, 1^{3}, 2^{3}, 3^{3}, ductis in alterum diviſorem coefficientis altiſſimi termini quantitatis propoſitæ nempe 2, id eſt, ſi minuantur numeris — 54, — 16, — 2, 0, 2, 16, 54 remanebunt ſequentes numeri, in quibus per comp Schol. 2, & 3. detegitur progreſſio 11. 7. 3. — 1. —

55. 57. 61. 75. 97. 183. 355. 957. &c.
17. 19. 25. 15. 13. 7.
3. 9. 1. — 5.
1. 3. 9. — 1. — 3. — 9.
— 1. 1. — 3. — 5.
— 15. — 19. — 17. — 23.
— 53. — 51. — 37. — 13. — 3. 69. 643. 2037. — 55. &c.

5. — 9. — 13. habens primas differentias æquales, & ſecundas $= 0$, & in qua poſito $-n = -3$ eſt $d^{0} = 11$, $d' = -4$, $d^{2} = 0$, unde per Scholion præſens, diviſor quæſitus trium dimenſionum erit $2x^{3} + 11 + \overline{x+3} \cdot -4 + \overline{x+3} \cdot \overline{x+2} \cdot 0 = 2x^{3} - 4x - 1$.

EPISTOLA CLXXIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De ejus valetudine adverſa. De NEWTONI *Regula. De* ROLLIO *&* P. GOUYE. *De Aleæ calculo. De multigibbis*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1708. Jun. NON raro evenit, ut mihi differenda ſint Litterarum commercia, dum valde diſtineor laboribus plurimum inter ſe diverſis. Reſumo tamen, ubi primum licet, & Tecum inter primos. Sed nec plane hac hyeme adverſa valetudo abfuit; magis quidem moleſta quam periculoſa; etſi enim appetitus imminutus eſſet, alia tamen fere mala aberant. Tuam vero vicem valde doleo, cui ſomnus inprimis neceſſarius moleſta tuſſi interrumpitur. Sanguinis acrimoniæ hoc plerique imputabunt, ſed fieri tamen etiam poteſt, ut ſit aliquid in partibus, quas ſolidas vocamus [etſi ſint molles admodum, ut pulmones] quod facile irritetur. Novi quibus tuſſis a juventa in ſenectam duravit; ſed quantum memini, ſomno fruebantur. Acrimoniam partim obtundentibus infringere, partim diluentibus auferre licet, & poſterius tutius arbitror.

Mirifice placet ſpecimen Tui ex Fratre Nepotis; & curabo omnino, ut *Berolinenſibus Miſcellaneis* inſeratur. Tuam ſolutionem ſtationis planetariæ a Dno. HERMANNO obtinebo. Quia ingenioſum & felicem juvenem eſſe video, aliud excerptum ex NEWTONO Tibi mitto, quo ſi videatur exercere ingenium utiliter poterit. Modus eſt inveſtigandi numerum radicum impoſſibilium ex mutatione ſignorum; qui licet non ſit univerſalis, videtur tamen aliquid habere in receſſu, & perfici poſſe. Mihi

Mihi, ut facile judicas, talibus hodie vacare non licet, ſed nec Tibi ſuaſerim, ut hujuſmodi rebus animum valde intendas. 1708. Jun.

Mihi non ſit veriſimile Rollium latere ſub litteris *F. D. C. Abb. Vall.* quia ille, ut intelligo, conſtanter alienus eſt a Calculo noſtro; at vero hic de eo non inique judicat: an vero recte uſus ſit, examinare non vacavit.

Cum Rollio olim in Calculo noſtro ſugillando conſpirabat P. Gouye *Jeſuita Claramontanus*, qui etiam effecerat ut in *Memoriis Trevultianis* quædam mordacia, ſed revera inepta inſererentur. Iſti homines non intelligunt nos in Geometria aut Analyſi noſtra minime habere opus controverſiis metaphyſicis de compoſitione continui; cum ſufficiant indefinite parva, id eſt tam parva ut error fiat minor dato; vel quod eodem redit, obſervari regulam continuitatis a me aliquando in *Novellis litterariis Baylii* propoſitam, quæ jubet ut caſus ſpecialis rei evaneſcentis contineatur ſub regula generali, quod axioma etiam in Phyſicis utile eſſe oſtendi.

Non memini aliquid audire de Montmortio, qui de ludis fortunæ librum parat. (1) Vellem hoc argumentum bene tractaretur: Sed & Domini *Fratris* Tui, piæ memoriæ, meditationes de talibus vellem non perire. Credo enim aliquid in illis fore non ſpernendum. Et omnino optarem ſelecta ex ipſo aliquando in lucem proferri. Utilitati enim publicæ conſuli omnibus modis velim.

Dantur haud dubie curvæ multigibbæ ſine flexu contrario, & tales eſſe tuas re conſiderata patet; ſed quia alias ſæpe inter gibborum convexitates concavitas intercedere ſolet, ideo ad integritatem demonſtrationis hoc ipſum utiliter admonebitur eſſe cavas ad eaſdem partes, provocando ad conſtructionem; alioqui lectori prima fronte ſuſpecta videri poteſt demonſtratio.

Amicus quidam mihi dixit: Te in eo eſſe, ut ad Belgas redeas,

(1) *Eſſai d'Analyſe ſur les jeux de hazar. à Paris* 1708. 4°.

redeas, *Lugdunique* ſperari. Gaudebo Te nobis propinquiorem reddi; gaudebunt alii quoque amici. Vale.

Dabam *Brunſvigæ* 27. Junii 1708.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

Reſponſio deeſt.

EPISTOLA CLXXIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Miſcellaneis Berolinenſibus. *De* Parentio. *De* Mariotti *experimento circa Colores Theoriæ* Newtonianæ *adverſo.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime !

1709. April. Diu eſt quod nihil de Te vidi. Spero tamen valere Te & mei benevole meminiſſe. Conſtitutum eſt tandem, ut *Miſcellanea* quædam Societati Regiæ communicata imprimantur hoc anno, ubi Tua inſerentur de multigibbis, ſane digna quæ non pereant. Cl. Hermannus ſuis de ſtatione planetarum Tua, ut par eſt, inſeruit; Sed neſcio an hoc anno ſint edenda: Urgebo tamen, ut fiat. Sed acutiſſimi Juvenis, Tui ex Fratre Nepotis, elegans demonſtratio Regulæ *Newtonianæ* in alium annum differetur. Quid agat Cl. Varignonius aliique amici in *Gallia* rarius intelligo. Neſcio an videris Parentii Diſquiſitiones; in quibus, ut audio, Cartesium, Hugenium Vos quoque Fratres, & me etiam acerbius tractari dicitur, quam deceat. Sed illi conſtitutum eſt laureolam in hoc alios carpendi muſtaceo quærere; & perinde agere, ac ſi nemini quicquam debeat;

beat; quæ ſcribendi ratio vereor, ut approbetur; nam invidiæ & præpoſteræ ambitionis manifeſta eſt. 1709. April.

La Hirius ait ſe præſentem fuiſſe cum Mariottus olim magna diligentia exploravit mutationes colorum, quos radii lucis per refractionem ſubeunt; experirique viſus eſt, colorem refractione ortum rurſus nova refractione mutari: cujus vero eventus contrarium aſſeverat Newtonus; cujus tota de coloribus doctrina hoc nititur fundamento; quod radii colorati refractione exeuntes, ſive primigenii [ſaltem quoad ſenſum] & in radiis ordinariis confuſi per refractionem ſeparentur; & poſtea novam coloris mutationem non ſubeant, etſi nova fiat refractio. Vellem ut in Academia Regia accurata hujus rei experimenta ſumerentur; res enim magni eſt momenti. . . . .
. . . .
Quanquam ego arbitrer, ſi hæc experimenta colorum reſumerent examinarentque, multa illis occurſura, quæ hactenus nec Mariottus, nec Newtonus notavit, nec proinde ingloriam operam poſiturum, qui hoc argumentum proſequeretur. Nullum nunc Mariottum Academia habet. Quod ſupereſt, vale & Fave.

Dabam *Hanovera* 25. Aprilis 1709.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

(a) *Error eſt aliquis in die vel menſe.*

EPISTOLA CLXXV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De curvis multigibbis.. De CRAIGII *errore. De* PARENTIO *&* LA HIRIO. *De* CLONEMORI *Opere. De Alea. calculo. De* Nic. BERNOULLII *uſu* Artis conjectandi in Jure. *De curva Elliptica ad circularem reducenda.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1709. April. NISI aliunde, ante acceptas Tuas noviſſimas, de optato valetudinis Tuæ ſtatu certior fuiſſem factus; certe diuturnum Tuum Silentium aliquid ſiniſtri de ea judicandi facile præbuiſſet anſam. Gaudeo vero nunc etiam ex Tuis intelligere Te vivere, & valere. Ubi quædam Miſcellanea, ſub auſpiciis Societatis Regiæ impreſſa, lucem viderint, ſpero & mihi Exemplar unum donatum iri. Facile auguror, Te moderatore, nil niſi quod ſelectum eſt, & quod ſapit, ibi contineri. Siquidem ea quoque inſerenda judices, quæ de Multigibbis fuit meditatus, poſſem ſubminiſtrare nova ad eam materiam ſpectantia : ex eo enim tempore multum eam excolui, & promovi. Detexi enim, citra jactantiam, admiranda Theoremata nequidem Circuli tetragoniſmo cedentia : limites quippe, pro Ellipſibus perimetris ad circulares revocandis, non tantum provexi ulterius, ſed & certam eamque facilem Legem, provehendi quouſque lubuerit, erui : habeoque etiam Theorema geometricum (quod applauſum Tuum merebitur) exhibens duos circulos, quantumvis prope æquales, quorum unius circumferentia major, alterius minor eſt Ellipſi propoſita : Aliud vero longe generalius mihi ſuppetit Theorema, quod ſpectat ad quamvis curvam propoſitam intra duos arcus circulares

culares quantumvis ſibi propinquos commutandam: id quod ope 1709.
hujus Theorematis e veſtigio exequi licet. Si primi Tomi impreſ- April.
ſionem non retardarent, poſſem ſubmittere inventa hæc mea prioribus meis adnectenda, vel ſaltem ad calcem totius Tomi ſubjungenda, inſtar appendicis. Sin minus, id ſequenti Tomo commodius; inſeretur. Hoc ſaltem Te rogo, ut, ſi poſſibile ſit, reſponſionem meam in priori publicandam cures, quam nuper dedi Craigio, motus noſtros, Tuum nempe Tractorium, & meum reptorium ſuggillanti. Videbis eam in excerptis quæ hic Tibi mitto, ex litteris (1) quas ſcripſi ad Illuſtriſſimum Burnetum Epiſcopi *Saliſbur.* Filium, qui ſe Craigii diſcipulum dicit, & nuper, per aliquot hebdomades, *Genevæ* veniens, in meis ædibus hoſpitium ſumſit; dein iterum eo reverſus, nunc in *Italiam* profectus, tandem etiam in itinere per *Germaniam* ſuſcipiendo Te ſalutabit. Mitto etiam, quoniam forte non videris, Schediaſma ipſum *Craigianum*, (2) ubi, ex occaſione ſolutionis ſuæ problematis de transformatione curvarum, noſtras methodos per motus reptorium & tractorium, ut ille putat, tanquam minus geometricas, exagitat: Videbis quam . . . . . ille erraverit, & quam ridicula ſit ejus ſolutio, per quam daturus curvam curvæ æqualem, ſed diverſam, ipſe neſcius incidit in eamdem cum data, nec-niſi ſolo axis ſitu diverſam. Quæ ſolutio, cum primo intuitu ſpecioſa valde, ſed inventu obvia ſit, ante decem fere annos me ipſum [niſi ſtatim paralogiſmum animadvertiſſem] decepiſſet, quemadmodum revera poſtea Moivræum, qui in eamdem ante Craigium incidit, ita faſcinavit, ut etiam vulgaſſet, niſi, ea mihi prius per litteras ſignificata, ex errore ſuo ipſum extricaſſem; pro quo mihi gratias egit. . . . . Itaque Craigius, qui noſtras ſolutiones, ut minus geometricas, ſuæ criſi ſubjicere voluit, ſuam prodidit nuditatem; atque adeo noſtrum Problema, quod tam facile & ſua appli-

(1) *Vid.* Miſcell. Berol. Tom. I. p. 184. *vel* Joh. Bernoullii Opp. Tom. I. N°. LXXXII. p. 451.
(2) Joh. Bernoulli Opp. Tom. I. N°. LXXXI. pag. 449.

Digitized by Google

1709. April. applicatione quaſi indignum prædicabat, tamen tandem, invitis omnibus ſuis methodis, irreſolutum relinquit. Hinc vides quam infeliciter motum reptorium, & quæ inde deduxi miranda Theoremata, ſua cenſura perſtringere auſus fuerit. Neceſſe itaque eſt, ut veritas contra CRAIGIUM vindicetur, ipſius vero error publice refellatur, ne apud ignaros aliquid ponderis inveniat, quod in præjudicium motus mei reptorii [inventi certe utiliſſimi] præcipitanter nimis, & ut ipſe poſtea in privatis ad BURNETUM litteris faſſus eſt, ſine prævio examine deblateravit. Hoc vero commode fiet, ſi contrahas quæ in reſponſione ad BURNETUM dedi, & poſtea ſubnectas iis quæ de multigibbis communicavi; quæ utique ejuſdem ſunt materiæ, nempe ex motu reptorio fluentia.

Diſquiſitiones PARENTII (1) non vidi, ſed ab HERMANNO audivi quam acerbe tractet, non me tantum [quod me non adeo offenderet] ſed & Te, aliosque Viros de re mathematica tam præclare meritos. Tranſmiſit mihi HERMANNUS excerpta quæpiam ex ejus libro, ubi refutare conatur meum quondam ſpecimen Dioptrico-catoptricum. Sunt autem nihil, præter puras putas cavillas; unde quilibet perſpiciet hominem hunc nihil aliud in animo habere, quam ut aliena extenuet, ſua vero extollat. Mihi vero indignus eſt cui meo nomine reſpondeam, ideoque miſi quoſdam obſervatiunculas ad Dnum HERMANNUM, ut, ſi forte inveniat occaſionem, alio ſub nomine publici juris faciat. . . . .

Quod LA HIRIUS dicit, ſe præſente, a MARIOTTO exploratum eſſe colorem radii lucis prima refractione genitum, mutari in alium refractione ſecunda: vereor ne id . . . . . dictum ſit ad elevandam NEWTONI doctrinam elegantiſſimam de radiorum coloribus.

REMUNDUS DE MONTMORT ſcripſit nuper mihi ſe ad me miſſurum librum ſuum cujus Titulus *Eſſay d'Analyſe ſur les jeux*

(1) *Recherches de Mathematique & de Phyſique, par Mr. Parent* 12° Paris 1705. 2. vol. & *poſtea* ibid. 1713, 3 Vol.

jeux de hazard .... Fratris mei Filius ad prelum pa- 1709.
rat Diſſertationem inauguralem Juridicam de ſimili materia, nem- April.
pe, *De uſu artis conjectandi in jure* (1), ubi tractandas ſuſcipit quæſtiones varias in Jure agitari ſolitas, præcipue circa abſentes pro mortuis habendos, reditus item vitales &c. adeo ut, quam ego olim ad Medicinam, ille nunc ad Juriſprudentiam non inutiliter applicare inſtituat Matheſin noſtram: quod quidem apud Juriſconſultos [qui hunc tractandi modum inſuper habent] aliquid novi & inſoliti erit. Ubi prelum evaſerit hæc Diſſertatio, eam quoque ad Te mittam; modo mihi commodam mittendi viam indices. Spero illam non diſplicituram. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Baſileæ 15. April. 1709.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus

J. Bernoulli.

P. S. Ne ſpatium hoc vacuum maneat, ecce quoddam ex Theorematibus de quibus ſupra: quod ſi ita judicaveris, poterit ſpecimini de multigibbis ſubnecti; dum ejus demonſtrationem, cum aliis quæ huc pertinent, commodiori tempore ſim daturus. Eſto (*Fig.* 115.) Semicirculus A 4 B, cujus diameter AB, compoſita ex ſemiaxibus alicujus Ellipſis AC, & BC; Sit ſemicircumferentia biſecta continuo in 2, 4, 8, 16. & quotcunque libuerit partes æquales, atque rectarum ductarum ex puncto C, ad diviſionum puncta imparia 1, 3, 5, 7, capiatur media arithmetica, hoc eſt $(C1 + C3 + C5 + C7) : 4$, quæ vocetur M: & rectarum ad diviſionum puncta paria, 2, 4, 6, ductarum auctarumque radio R, ſeu $\frac{1}{2}$ AB ſumatur media arithmetica, hoc eſt $(C2 + C4 + C6 + R) : 4$, quæ vocetur N: dico M & N fore radios duorum circulorum, quorum ille circumferentiam habet majorem, hic minorem quam Ellipſis propoſita. Sunt enim illi duo circuli, circumſcriptus & inſcriptus

(1) *Prodiit Baſileæ* 1709. 4°.

1709. April. curvæ multigibbæ Ellipticam peripheriam æquanti, duplo plurium exiſtenti gibborum quam eſt numerus diviſionum. Unde ſi in 8 partes dividatur circumferentia A 4 B, erunt M & N duo radii duorum circulorum circumſcripti & inſcripti curvæ ſedecigibbæ, quæ ſit Ellypſi æqualis. Eſt vero, ut calculus me docuit, M ad N in minori ratione quam 6000001 ad 6000000, ita ut jam Ellipſis verſetur inter duas circumferentias circulares, quæ inter ſe non differant ſexies-millioneſima ſui parte: Intellige hoc de Ellipſi, cujus axes inter ſe ſunt ut 5 ad 4. Per diviſionis, ſeu biſectionis continuationem, invenientur limites e veſtigio, incomparabiliter propinquiores. Sunt enim, ſicuti in præcedentibus oſtendi, celerrime convergentes. Alia mirabiliora in aliam occaſionem refero.

Intercidiſſe videtur aliqua Epiſtola BERNOULLIANA.

EPISTO-

Digitized by Google

EPISTOLA CLXXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Varia. De æſtimandis reditibus ad vitam. De Logica probabilium.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

QUASDAM ad Te litteras meas periiſſe oportet. Nam certum 1709.
eſt me Tibi hoc anno ſcripſiſſe, & ſignificaſſe reddita mi- Septem.
hi Tua nova de Multigibbis & *Miſcellaneis Berolinenſibus* [quæ nunc ſub prelo ſunt] cum prioribus de hoc argumento ſcriptis, inſertum iri. Nunc ex Tuis noviſſimis intelligo, dubitare Te an quæ 15 Aprilis ad me dediſti ſint reddita. Qui factum ſit ut reſponſio mea perierit, judicare non poſſum. Interea nihil magnopere continebat, quod conſervari mereretur, tantumque ſignificabat deſiderio Tuo ſatisfactum iri. Miror Dnum CRAIGIUM bis in eumdem lapidem impegiſſe. Videtur non ſatis attente verſari in his quæ tractat, quemadmodum & CHEYNÆUS. Diu eſt quod de MOIVRÆO quoque nihil intellexi, neque etiam *Anglicas Tranſactiones* vidi. Etiam Dnus HERMANNUS a multo tempore ſilet, etſi Dnus *Abbas* FARDELLA ſubinde ad me ſcripſerit. *Danum*, per quem mihi Diſſertationem Tui ex Fratre nepotis, juvenis ut apparet, Docti & ingenioſi miſiſti, non vidi, nempe quod me domi non inveniſſet. Gratulor veſtræ Familiæ proventum ingeniorum, & velut hereditariam in matheſi præſtantiam.

In æſtimandis reditibus ad vitam occupati olim fuere, cum HUGENIO, HUDDENIUS non tantum, ſed & Penſionarius *Johannes* DE WIT, cujus breve ea de re extat Schediaſma Belgico Sermone, ſed in uſum popularium, ut intelligerent rei

1709. Septem. æquitatem. Quæ de *Amſtelodamenſi* æſtimatione refert Tuus ex Fratre nepos, credo ex *Huddenianis* computationibus fuiſſe profecta. Quidam FERGUSONIUS Belga ex Scotis oriundus, qui olim aliquot menſibus *Hanoveræ* egit, & librum quemdam Algebraïcum Belgice edidit, multa mihi de WITTII & HUDDENII in hac diſquiſitione meditationibus memorabat, etſi eorum methodos ratiocinationeſque non teneret. Vellem talia ex ſchedis ipſorum eruerentur, neque enim dubito quin plurima inde diſceremus. VOLDERUS jam & FULLENIUS Viri Egregii obiere, ita non exiguam jacturam res mathematica paſſa eſt. Vivamus ſed amice, noſque amemus, & quamdiu Deo viſum erit, in ſtadio pergamus. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 6. Septembris 1709.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Mereri puto Domini Fratris Tui p. m. librum, qui edatur, idque ſcribenti plus ſemel ſignificavi. Sæpe monui deeſſe nobis partem Logicæ de gradibus veriſimilitudinis; æſtimandos autem cenſeo ex gradibus poſſibilitatis, ſeu ex multitudine æqualium poſſibilitatum. Oſtendi olim in ſchediaſmate quodam politico (1) Principis juſſu edito, quaſdam æſtimationes fieri per additionem, quaſdam per multiplicationem.

(1) *Illud quale ſit, non ſatis novi.*

EPIS-

EPISTOLA CLXXVII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De oblata ſibi Cathedra Leydenſi. *De* Craigio, Scheuchzero & Moivræo. *De Agnato ſuo. De* Fratris Arte conjectandi. *De* Wolfio, Hermanno, Gullielmino, Fardella & Contio. *De* Newtoni *Principiis. Deque* Hermanni *Phoronomia.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

Non ſine aliqua ægritudine video commercium noſtrum tam ſegniter procedere; vereor ſane ne tandem prorſus emoriatur. Litteras ſubinde ad Te dedi, ſed raro reſponſionem accipio: dicis quidem in poſtremis quas accepi, quaſdam alias ad me Tuas periiſſe, id quod ab aliquot annis jam ſæpius contigiſſe a Te intellexi; ſecus ac olim, ubi tam accurate litteræ Tuæ mihi tradebantur. 1710. April.

Burnetus, Juvenis egregius, qui noviſſimas meas ad Te detulit, mihi nuper ſcripſit *Hagæ*, & Tuam erga ſe urbanitatem multis deprædicavit, eam præcipue commendationi meæ adſcribens: Quod ſi ita ſit, magnas eo nomine ago gratias Multus eſt Burnetus, ut mihi perſuadeat acceptandam eſſe vocationem *Leydenſem* denuo oblatam: ſubvidi eum ita ſcripſiſſe ex inſtigatione Illuſtriſſimi Obdamii primi Curatoris Academiæ *Leydenſis*; reſcripſi vocationem non diſpliciturum, ſi lautioribus conditionibus offeratur, quæ nimirum mutationis hujus novæ moleſtias & incommoditates, ſane ſummi momenti, nonnihil compenſarent.

An *Miſcellanea Berolinenſia* veſtra nondum evaſerunt prelum, ſub quo ea ſudare dudum eſt quod dixiſti? Quod ſi in

 lucem

1710. April. lucem prodierint, rogo ut mihi quoque aliquod Exemplar mittatur. Spero me ibi viſurum, quæ contra paralogizantem Craigium ad Te miſi: eadem etiam cum totius litis *Graigianæ* narrationem Moivræo tranſmiſi, per Scheuchzerum Juniorem Medicum *Tigurinum* in Orbe erudito non obſcurum, qui nuper iter aggreſſus eſt in *Belgium*, *Angliam* & *Galliam*, forte in tranſitu per *Germaniam* Tui videndi copiam quæret; hunc enim cum-primis ſcopum iſtius itineris habet, ut Viris Eruditis & Celebribus innoteſcat: quamobrem me rogavit, ut quum ad Te ſcripturus eſſem, ſui etiam mentionem injicere, & ſe Tibi in anteceſſum commendare vellem. Anhelat vir bonus aliquam honeſtam ſtationem & Profeſſionem ſibi convenientem; qualem ſi Tu ipſi conciliare poſſes, maxime Tibi foret devinctus, æque ac Dominus Moivræus, inſignis certe Geometra, qui haud dubie adhuc hæret Londini. . . . .

Habet Agnatus meus de quo ſibi gratuletur, quod Diſſertatio a ſe conſcripta Tibi non diſplicuerit. Diſceſſit nuper in *Galliam* abiturus, poſtquam aliquandiu *Genevæ* commoratus fuerit. *Pariſiis* inveniet occaſionem ſtudia noſtra ulterius proſequendi; videbit Mont-Mortium, qui de ſimili fere materia, nempe de ludis a fortuna pendentibus non ita pridem Librum edidit, in quo autem nihil valde ſingulare deprehendi. . . . . Obſervationes meas in hunc Librum Authori tranſmiſi (1), quoniam Judicium meum de eo à me petiit. Fratris mei Opus poſthumum, ſi ultimam manum vidiſſet, & lucem publicam aſpiceret, foret, haud dubie, omnium, quæ circa hanc materiam prodierunt abſolutiſſimum: ſed dubito an unquam proditurum ſit, per neſcio quam . . . . heredum ſuſpicionem. Vidit manuſcriptum Hermannus, cum, rogante vidua, ſtatim poſt obitum mariti, hujus ſchedas & chartas in ordinem redigeret. . . . .

Audeo ad Te mittere Epiſtolam hanc adjectam, & inſcriptam Cl. Wolfio; rogo ut illam ipſi tranſmittas, per tutiſſimam viam: Reliqui eam apertam, ſub ſigillo, quod vocant, volante, quod,

(1) *Opp.* Tom. I. N°. LXXXIV. pag. 453-468.

quod, lectione peracta, obſerabis: invenies ibi quædam etiam ad 1710. Te pertinentia, circa æſtimationem virium........, Illius *Aëro-* April. *metriam* Tibi quoque viſam non dubito.......

Ab Hermanno noſtro interdum accipio Litteras; noviſſimæ, quas ab eo habeo, datæ ſunt 15. Februar: hujus anni. Statio *Lugdunenſis* ipſi ſalivam movet, cum qua libenter *Patavinam*, in qua nunc eſt, commutaret: hoc equidem *Lugdunenſibus* indicavi, me ipſis commendaturum aliquem virum, qui me deficientem facile reſarciat: Interim in hunc uſque diem a me non deſiſtunt, neſcio qua de me opinione occupati. Rumor quidem erat Keilium ex Anglia illuc vocatum iri, quod vix credo.

Guillelminum, relicta ſua Cathedra, acceptaſſe munus Archiatri apud *Magnum Etruriæ Ducem*, cum annexo ſalario annuo 1600 Piaſtrarum Florentinarum, forte jam audiveris; ſed & Fardella Guillelmini exemplum imitatus, in Catalauniam ſe contuliſſe dicitur, quid ibi facturus neſcio.

De....... *Abbate* Conti Nobili *Veneto* mihi multa narrat Hermannus, & de ejus peritia in reconditiore Geometria. Cæterum vero multos jam in *Italia* eſſe, qui in hac ſcientia excellant, non audivi: in *Gallia* non-nihil excolitur, ſed non eo ſucceſſu quo vellem: Floret felicius, ut videtur, in *Anglia* & *Scotia*: quantum valeat in *Germania* noſtra mihi ignotum eſt.

An ſecunda Editio *Principiorum Philoſophi orum* Newtoni comparuerit, utpote quam ſub prelo eſſe jam diu intellexi, fortaſſe Tibi innoteſcit; aut eam omnino jam vidiſti: cujus videndi & ego magno deſiderio teneor. Moivræus enim, jam ante annum, mira mihi de ea jactitabat. Curioſus ſum videndi num Author in hac ſecunda Editione correxerit quoſdam errores........ quos ego in prima animadverti.

Hermannus ſcribit, quod & ad Te ſcriptum non dubito, ſe parare aliquod Opuſculum ſub titulo *Mechanicæ fluidorum* (1); quod

(1) *Hæc eſt ejus* Phoronomia, *quæ demum* A°. 1716. *Amſtelodami prodiit in* 4°, *in qua non de fluidorum modo, ſed & ſolidorum viribus & motibus agit.*

quod erit Collectio eorum quæ de hac materia in variis operibus diſperſa ſunt. Quod ſupereſt, Vale, vir ampliſſime, & Fave.

Baſileæ 26. Aprilis 1710.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CLXXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De ſuis occupationibus. De BURNETO, *&* SCHEUCHZERO. *De Logica probabilium. De* HERMANNO. *De* WOLFII *Aërometria. De* NEWTONI *Principiis Philoſophiæ. De ſtudio Mathematico.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor & Amice Honoratiſſime!

1710. Jun. QUOD non ita crebro inter nos commeant. litteræ, faciunt potiſſimum diſtractiones meæ, tam multiplices, ut vix illis ſufficiam. Potiſſimam efficiunt Hiſtorici labores, quos Principes exigunt, in quibus nunc magna cum contentione verſor, ut aliquando illis defungi poſſim; ſed & poſcunt me ſubinde negotia Aulæ, ipſi Principes, *Berolinum*, *Guelfebytum*. Accedunt litteræ ex multis locis, de rebus non tantum mathematicis & philoſophicis, ſed & de pertinentibus ad jus publicum, ad res ſacras, ad Hiſtoriam, ad antiquitates, litteraſque elegantiores. Etiam nummi & inſcriptiones interdum mecum communicantur. Multum etiam temporis detrahunt allocutiones peregrinantium, qui ſubinde ad me adeunt, nec honeſte repelli poſſunt. Subinde

Digitized by Google

ſubinde etiam in chartam conjicio novas, quæ forte incidunt 1710.
cogitationes, ne plane pereant; ſed vix aliquid elaborare potero Jun.
in alio genere, antequam Hiſtoricis laboribus fuero defunctus, quod intra biennium fiet, Deo volente; modo ſcilicet valetudo & vita eo-uſque durent. Sane valetudine nunc iterum percommoda utor, etſi hac hyeme Arthriticos aſſultus, aliaque incommoda ſenſerim.

Dominus Burnetus per aliquot ſeptimanas apud nos egit, & humanitatem Tuam, communicandique facilitatem, ut cæteras dotes taceam, pro merito laudavit. Mecum ſubinde egit, ſed non tam crebro licuit ac voluiſſem. Certe de variis locuti ſumus. Diſcedens, litteris *Hanoveræ Guelfebytum* ſcriptis, a me hiſtoricas quaſdam notitias deſideravit. Reſcripſi ut tunc quidem poteram, ſed an reſponſum meum acceperit, neſcio; nam ex quo *Hanovera* diſceſſit, nihil ejus vidi, & quæ in *Batavis* agat pro parte ex Tuis intelligo. Facit recte, & pro gratitudine quam Tibi debet, quod rem Tuam apud illos curat. Ego de negotio tali conſilium dare non audeo. Tibi lætiſſima omnia ex animo opto. Excerpta Epiſtolarum tuarum in *Miſcellaneis Berolinenſibus* prodiere (1), etiam quæ ad *Craigianam* controverſiam pertinent. Exemplaria apud Bibliopolas vidi, ſed nullum hactenus *Berolino* accepi: expecto tamen, nec dubito etiam Tibi Exemplum miſſum iri; ita enim dudum conſtitutum eſt, me ſuadente.

Gratiſſima mihi erit etiam junioris Dni Scheuchzeri notitia. Utinam egregiis ingeniis ſemper ſubveniri poſſet; ſed ſcis multa hic in caſu, ſive fortuna ſita eſſe.........

Si Dominus Agnatus Tuus, juri dans operam, urgeat & perficiat cæpta Fratris Tui Domini *Jacobi* Bernoulli circa æſtimationes probabilitatum, faciet rem utiliſſimam. Ego jam a puero hoc argumentum verſavi, tunc imprimis cum juri darem operam, & de conjecturis, indiciis, præſumptionibus, & gradibus probationum minus plenarum, ſemi-plenarum, plenarum,

(1) Tom. I. pag. 173-185. *vel* Opp. Tom. I. N^is^. LXXVII. LXXIX, LXXX, LXXXII, pag. 437-452.

1710. Jun. ſimilibuſque agerem. Nemo enim hoc argumentum melius excoluit quam Jure-Conſulti; ſed illi non ſatis ad certa principia methodumve revocarunt.

Dnus HERMANNUS mihi non ſignificat conſilium ſibi eſſe mutandi *Patavinam* ſtationem: non tamen mirarer, ſi alia non inferiore oblata hoc faceret, cum ad Miniſterium Eccleſiaſticum ordinatus ſit, cujus functiones illo in loco exercere non poteſt. Idem nihil ad me de GULIELMINI mutatione ſcripſit.

Monita Tua ad Aërometriam WOLFII, quæ ipſi tranſmiſi, merentur aliquando ab eo in uſum verti, cum Opuſculum, cætera elegans, incudi reddet. Non legi, ſed volutavi, & cum animadverterem Machinæ, qua vim venti æſtimare inſtituit, aliquid deeſſe, id eum olim monui. Nempe ille venti fluxum continuum concipit, qualis eſt fluminis; ſed revera ventus agit per ſucceſſiones, ut ſic dicam, [Galli dicerent *par bonds*] quæ quo ſunt crebriores, inter idem temporis ſpatium, eo validior eſt ventus, adeoque eſt vis ejus æſtimanda non tantum impetu, ſed & impetuum repetitorum multitudine. Videmus hanc venti indolem, quando in aſſerem ſuſpenſum agit, eumque nunc attollit, nunc non-nihil remittit, cum aquæ jactus aut fluminis eum in eadem obliquitate conſervare poſſit.

Nondum intellexi ſecundam Editionem *Principiorum Mathematicorum* NEWTONI (1) prodiiſſe. Velim diſcere, quos in priore paralogiſmos notaris, *ſcilicet hanc veniam petimuſque damuſque viciſſim. Optimus ille eſt qui minimis urgetur.* Egregia adhuc ab eo præſtari poſſe non dubitem. In *Germania* noſtra nemo fere profundiorem Geometriam ſatis intelligit. WOLFIUS....... cæteris præſtat. Plerique, qui in *Germania* ſtudiis dant operam, vix ad neceſſaria ſufficiunt, ægreque animum attollunt ad ſublimiora; quia ſcilicet per ſtudia non niſi vitæ ſubſidia quærunt. At in illis regionibus, ubi homines locupletes dant

(1) *Ea demum* A°. 1713. *prodiit Cantabrig.* 4°.

Digitized by Google

dant ſtudiis operam, meliora præſtari poſſunt. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Guelfebyti* 6. Junii 1710.

Deditiſſimus

G. G. Leibnitius.

EPISTOLA CLXXIX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Optat videre ipſius Iconem. De vocatione Leydenſi. *De* Scheuchzeri *meritis. De* Poleni *Miſcellaneis. De* Wolfio. *Obſervationes in* Newtoni *Principia Philoſophiæ. De Problemate virium centralium inverſo. De motu Corporum in medio reſiſtente.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

Non opus erat tanta apud me excuſatione; novi enim dudum multitudinem negotiorum Tuorum, & miror qui omnibus ſufficere poſſis: alium certe, præter Te, tot tantiſque laboribus defungendis parem non facile inveniam. Succumberem ego, ſi eodem tempore diverſis adeo ſtudiis implicarer, & ſimul negotiis Aulicis aliiſque obruerer. Quod humeri Tui id ferre valeant, hac præſertim qua es ætate, mirabundus gratulor; ac voveo ut valetudine percommoda, qua nunc uti dicis, porro per longam annorum ſeriem frui poſſis, non ſine ingenti communium noſtrorum ſtudiorum, imo univerſæ Rei Litterariæ bono, Tuorumque omnium amicorum & cultorum, quos inter me primum profiteor, gaudio & delectamento. Unum eſt quod abs 1710. Auguſt.

1710. August. Te jam-dudum deſideravi, & quod hac occaſione non poſſum non aperire, ſcilicet cum Tui videndi ſpes jam omnis mihi videatur præciſa, & hactenus non-niſi mentis & ingenii Tui vaſtiſſimi ideam habeam, vultus vero Tui nullam; ſummopere me beares, ſi effigiem Tuam, vivis, ut aiunt, coloribus pictam tranſmitteres mihi; ſumtus in eam rem quam-lubentiſſime erogaturo, qua cum & aliis Iconibus Virorum quorumdam Illuſtrium, & meorum Fautorum, partim jam comparatis, partim adhuc comparandis, Muſæum meum exornabo.

Ex litteris nuperis Domini BURNETI *Haga* miſſis, intelligo ipſum propediem in *Angliam* trajecturum; dicit quidem Illuſtrem OBDAMUM omnem moturum lapidem, ut me potiri poſſint, melioribus quam hucuſque oblatis conditionibus, ſed expectanda eſſe quoque meliora tempora.

Cura, quæſo, ut *Miſcellanea Berolinenſia* prompte mihi mittantur.

Ut deſiderio meo ſatisfiat SCHEUCHZERUS ſenior [Junior nunc in *Galliis* forte verſatur] ſub prelo habet Phyſicam, ut mihi ſcribit, Tibi dedicandam, quam, more geometrico, ad mentem ſcilicet Modernorum concinnaverit, inventis rarioribus Phyſico-Mathematicis ex optimis Authoribus congeſtis: an autem pro hoc Geometriam profundiorem ſatis poſſideat, de eo valde dubito. Promittit etiam ſe editurum Mappam, quam jam tradiderit ſculptori, *Helvetiæ* univerſæ; eam fore in 4 partes digeſtam, ita tamen ut jungi in unum queant, 56 pollices longam & 40 altam; circumcirca, regionum finitimarum loco, obſervationibus & iconibus ſelectioribus hiſtorico-naturalibus exornatam; continere inprimis obſervationes & correctiones Geographicas, per 16 annorum itinera congeſtas. SCHEUCHZERORUM ſagacitate, ante annum circiter, inventa eſt materia in paludibus *Tigurinis*, idonea ad Turfas conficiendas [*Hollandicis*, ut ipſe ego expertus, non inferiores], quibus nunc paſſim utuntur *Tigurini*, ſumma cum utilitate; viliori enim pretio habentur quam ligna; quo fit ut earum elaboratio & uſus magis ma-

giſ-

Digitized by Google

giſque increbreſcat, &, quemadmodum ſcribit Scheuchzerus, nunc incipiunt, etiam effodere Carbones foſſiles. 1710. Auguſt.

Agnato meo, qui nunc *Pariſiis* agit, præſcripſi monitum Tuum, de perficiendis cæptis circa æſtimationes probabilitatum. Si Tua quæ de hoc argumento quondam excogitaſti, in lucem ederes; forent haud dubie omnium, quæ hactenus habentur, pro more tuo, curioſiſſima & ingenioſiſſima.

Scribit Dnus Hermannus *Marchionem* Polenum Collegam ſuum edidiſſe nuper opuſculum, de *Barometris & Thermometris*, de Machina Arithmetica & Gnomonicis (1). Talem Machinam Arithmeticam, ni fallor, Tu quoque adinveniſti.

Guillelminum diem ſuum obiiſſe idem Hermannus huc perſcripſit. Noſti ſine dubio Fardellam ſtationem aliquam habere in Aula Barinonenſi.

An Dnus Wolfius monita mea in *Aërometriam* ſuam acceperit nondum audivi. Scribit Dnus Menkenius illum velle proficiſci in *Moſcoviam*, ſuam ibi fortunam experturum; forte quod *Halæ* habeat plurimos oſores.

De ſecunda editione Philoſophiæ *Newtonianæ* nihil equidem amplius inaudivi. Quod paralogiſmos attinet, quos olim in prima editione obſervavi, vix annotavi; quare, quantum nunc ſtatim memoria ſuggerit, non niſi unum vel alterum indicabo (2). Poſtquam pag. 48, demonſtravit vim centripetam tendentem ad centrum Ellipſeos, eſſe directe ut diſtantia Corporis gyrantis a centro; concludit, pag. 49. Coroll. 1°. etiam converſam obtinere, hoc eſt, ſi viciſſim vis centripeta ſit ut diſtantia, moveri neceſſario corpus in Ellipſi: eodem etiam modo, quo pag. 50. 51. 52. 53 & 54, demonſtravit vim centripetam tendentem ad umbilicum ſectionis Conicæ eſſe reciproce in duplicata ratione diſtantiarum, concludit pariter pag. 55, Coroll. 1°. Ergo viciſſim curvam, in qua vires centripetæ ſunt in reciproca ratione duplicata diſtantiarum a centro virium, illam curvam eſſe ſectionem conicam. Ego vero dico non legitime colligi poſſe

Ff 3 has

(1) J. Poleni Miſcellanea. *Venet.* 1708. 4°.
(2) *Vid.* Opp. Bernoulli Tom. I. N. LXXXVI. pag. 470.

1710. Auguſt. has converſas, licet harum veritatem, ſingulari quodam calculo, qui alias ad differentias ſecundas deducit haud facile ſeparabiles, compertam habeam. Concluſiones igitur Auctoris vitioſæ ſunt formaliter, quamvis veræ materialiter: demonſtrare enim prius debuiſſet [quod autem non fecit] unicum tantum genus curvarum poſſe datæ legi vis centripetæ ſatisfacere, ſeu eam legem virium ſoli Sectioni conicæ competere, & nulli aliæ curvæ. Noſti enim hujuſmodi Problemata, quæ præſertim deſinunt in æquationes differentio-differentiales, plerumque admittere diverſa curvarum genera; imo quandoque curvas tranſcendentales quaſdam & alias algebraïcas eidem Problemati poſſe ſatisfacere, quemadmodum alibi oſtendi. Quid opus eſt multis? Habemus Exemplum apud ipſum NEWTONUM pag. 47, ubi oſtendit in Spirali logarithmica, centrum habente in centro virium, vim centripetam eſſe in triplicata ratione reciproca diſtantiarum: Potuiſſet enim, eodem jure, ex ea concludere converſam, dicendo, unde viciſſim [uti fecit pag. 49, Coroll. 1°.] ſi vis ſit reciproce ut cubus diſtantiæ, movebitur corpus in Spirali logarithmica centrum habente in centro virium. Interim, ita ratiocinando, Auctor non tantum formaliter, ſed & materialiter enormi modo peccaſſet: nam præter logarithmicam Spiralem, reperio aliud genus curvarum, ubi ſimiliter vis centripeta eſt reciproce ut cubus diſtantiæ a centro. Sic, inter alias quam-plurimas quæ ſatisfaciunt, unam, præ cæteris mirabilem, invenio Hyperbolam ſpiralem, cujus nempe natura hæc eſt, ut rectæ a centro ad curvam ductæ obtineant rationem reciprocam cum angulis quos faciunt cum recta aliqua poſitione data per centrum ducta. Item ſi ad rectam, tanquam ſuper axe, deſcribatur curva algebraïca cujus hæc æquatio $s = (rr - 2aa) : \sqrt{(4a^2 - r^2)}$, ſumtis ſcilicet coordinatis s & r ex centro virium; dico etiam hanc curvam algebraïcam hoc præſtare, ut mobile in illa feratur viribus centripetis diſtantiarum cubis reciproce proportionalibus. En ergo jam tres curvas diverſiſſimorum generum, communi tamen hac affectione gaudentes; quæ igitur ſi in aliqua curva reperiatur, ex hoc ſolo nondum concludi poteſt illam curvam eſſe logarithmicam ſpiralem,

Digitized by Google

lem, potius quam Hyperbolam ſpiralem, aut alteram illam al- 1710.
gebraïcam, aut aliam etiam quam exhibere poſſem. Ita quoque Auguſt.
non procedit NEWTONI concluſio ad ſtabiliendas ſuas propoſitiones converſas, etſi veræ ſint; quia prius non demonſtravit leges illas virium centripetarum (quod ſane demonſtratu difficillimum eſt) ſolis ſectionibus conicis competere.

(1) Pag. 260, prop. 10, Problema hoc, quo quæritur, tum medii denſitas in locis ſingulis, quæ faciat ut Corpus quodvis in data quavis linea curva moveatur, tum corporis velocitas in iiſdem locis, ſupponendo reſiſtentiam ſe ſe habere ut medii denſitatem & quadratum velocitatis conjunctim: Hoc Problema, inquam, mihi non recte ab Auctore ſolutum videtur. Quamquam autem multis in locis evidentia deſideratur, Ubi tamen præciſe erratum ſit non facile detegitur. Quidquid ſit, ex ſolutione Auctoris manifeſte contradictorium ſequitur. Nam pag. 265, ubi applicat ſolutionem generalem ad circulum, invenit denſitatem proportionalem tangentis longitudini TC, & velocitatem proportionalem ipſi $\sqrt{BC}$, quod etiam ita eſſe per meam ſolutionem invenio: ſed quando habet reſiſtentiam, eſſe ad gravitatem, ut OB ad circuli ſemidiametrum OK, hoc verum eſſe non poteſt; quod ita facile probo; cum enim vis gravitatis abſoluta ſit ad eam ejus partem, qua ſecundum tangentem curvæ urgetur mobile, (quamque NEWTONUS vim motricem vocat), ut ſinus totus ad ſinum inclinationis tangentis ad horizontem, hoc eſt, ut OC, ſeu OK, ad OB: eſſet itaque gravitas ad reſiſtentiam, ut gravitas ad vim motricem: adeoque reſiſtentia æqualis vi motrici, & ſic quantum de velocitate per reſiſtentiam quolibet momento amitteretur, tantumdem per vim motricem reſarciretur: hinc ergo velocitas foret æquabilis, & tamen dicit decreſcere in ratione ipſius $\sqrt{BC}$; adeoque ſibi contradicit. Ego per meum ſolvendi modum, qui valde naturalis videtur, invenio reſiſtentiam ad gravitatem ut 3OB ad circuli diametrum AK, ex quo ſequitur reſiſten-

(1) *Vid. Opp.* Tom. I. N°. LXXXVIII. pag. 502. & N°. XC. pag. 514. & ſeq.

Digitized by Google

1710. ſiſtentiam ad vim motricem eſſe ut 3 ad 2, hoc eſt in conſtan-
Auguſt. ti ratione ſeſqui-altera; & ſic reſiſtentia ſemper majori exiſtente vi motrici, velocitas decreſcere debet; quod cum vera ſolutione optime conſiſtit. Cæterum generaliſſima mea ſolutio ita ſe ha-
Ta. XXII. bet. Sit (*Fig.* 116.) ALK curva quæcunque data; vocetur gravitas G, reſiſtentia R, denſitas D; ſit etiam abſciſſa (LO — CB) $= x$, applicata (OB) $= y$; radius evolutæ in C $= r$; velocitas in C $= v$: dico fore $vv = Grdy : ds$; D $= (Gdx - vdv) : Grdy$, & $R = (Gdx - vdv) : ds$. Nota quod per ds intelligo elementum curvæ ſeu $\sqrt{(dx^2 + dy^2)}$. Hinc, data curva LCK per æquationem, ratio dy, dx, ds, dv, exprimetur quantitatibus finitis & ordinariis; viciſſim vero determinatur curva, ex data lege denſitatum. Hiſce Vale & me ama.

Dabam *Baſileæ* ad d. 12. Auguſti 1710.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimum.

J. Bernoulli.

EPIS-

EPISTOLA CLXXX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Promittit ſuam Iconem. De Phyſica mathematice ſcribenda. De POLENI *machina arithmetica. De ejus in* NEWTONUM *Obſervationibus. De* MARIOTTI *experimento circa Colores. Varia. De* NUGUETO. *De ſua cum* STAHLIO *controverſia. De* HARTSOEKERO.

Vir Celeberrime & Nobiliſſime, Fautor Honoratiſſime!

MAGNÆ mihi ſemper voluptati ſunt litteræ Tuæ; adde quod fructum nunquam non afferunt inſignem, & non pænitenda docent: Utinam vicem Tibi reddere poſſem. Sed ita ſunt res meæ, ut vix amplius cogitationem adhibere ad ea liceat, quæ magna attentione indigent, ut ſolent Analytica & Geometrica noſtra. 1710. Octob.

Multa Tibi debeo, quod benevolentiæ erga me Tuæ ſignificationem eo-uſque porrigis, ut etiam icona vultus habere expectas. Etſi enim parum in ea re momenti ſit, inde tamen intelligo, quam mihi faveas, qui animum etiam ad hæc demittis.

Sereniſſimus Dux ANTONIUS ULRICUS *Guelfebytanas* ditiones regens, juſſit nuper ut pingar, & pictura Bibliothecæ ejus Celebri inſeratur; id ubi fiet, ſimul tabulam exprimi curabo in uſum Tuum.

Spero *Miſcellanea Berolinenſia* tandem ad Te perveniſſe, in quibus maxime diſplicent creberrimi Typorum errores; cætera mediocria ſunt.

Phyſica more Mathematico conſcripta res eſt magna & expetenda. Initium ſimilis operis nuper Vir doctus ex *Batavis* ad me miſit, cujus nomen nunc non ſuccurrit, quia domo abſum,

1710. Octob. ſed multa habet circa naturam corporis motuſque, quibus minime aſſentior, quod etiam non diſſimulavi. Interim animandi ſunt ad urgendum propoſitum, quicunque talia moliuntur, inprimiſque Doctiſſimus SCHEUCHZERUS noſter, a quo plurima egregia expecto. *Honoratus* FABRIUS & *Carolus* RENALDINUS & *Franciſcus*. LANA, & nuper *Johannes Chriſtoph rus* STURMIUS amplis Operibus ſimilia egere ; & licet non ſemper ſcopum ſint aſſecuti, plerumque tamen nos aliquid docent : itaque vellem STURMII Phyſicam poſthumam prodire.

POLENI *Patavini*, Viri, ut apparet, docti ingenioſique, libellus ad me pervenit. Sed Machina ejus Arithmetica plurimum differt a mea: nam, ut video, ex ipſius ſtructura, ſi 365 multiplicare velis per 24, & initio quidem per 4, tunc multiplicabitur per 4 primum 5, deinde 6, tandem 3. ſed apud me 365 ſimul multiplicatur per 4. Imo ſi adeſſet 1984736 5, totum hoc ſimul per 4 multiplicaretur, ita numerus magnus & parvus, eodem tempore per notam datam multiplicantur. Atque hinc etiam credo Dnus POLENUS Machinam non-niſi ad tres notas produxit.

Gratias ago multiplices, quod Tuas ad *Neutonianum* Opus, ſane inſigne, animadverſiones mecum communicaſti ; optarem Tibi totum examinare vacaret, quod nec ipſi ingratum futurum ſcio. In corpore tam pulchro,

—————— non ego paucis
Offendar maculis, quas aut incuria fudit,
Aut humana parum cavit natura:

Scis inter ipſum & MARIOTTUM controverſiam fuiſſe circa rem facti. NEWTONUS negat radium per refractionem coloratum rurſus nova refractione colorem mutare. Nam in refractione ſeparationem radiorum primitivorum fieri putat. MARIOTTUS in *Tentamine de coloribus* (1) contrarium ſe expertum ait; &

(1) *Traité ſur les Couleurs* Part. I. pag. 226, 228. Ed. 1717. Leyde. 4°.

Digitized by Google

& alii ex Academia *Pariſina* Regia obſervationibus ejus affuere. 1710. Octob.
Vix tamen auſim credere Newtonum hic labi, in re tam capitali, & quam tanto ſtudio excuſſit. Interim apud *Pariſinos* reſumi experimenta ſuaſeram. Sed reſpondit Fontenellius, habere quemque quod agat; quaſi aliquid utilius agere poſſint, quam quo principia maximi momenti conſtituantur. *Berolini* Dnum Angicourtium *Gallum*, Virum ingenioſum & bene animatum, hortatus ſum, ut experimenta inſtituat, quibus res facti extra dubitationem magis magiſque collocetur (1).

Diu eſt quod Dnus Hermannus ad me non ſcripſit; ſed & Dnus Burnetus ex *Batavis*, neque ad me, neque, quantum intelligo, ad alios amicos, quos *Hanovera* habuit, litteras dedit; quod negotiis ejus tribuere malo quam oblivioni noſtrum.

Regina Hiſpaniæ per miniſtrum ſtatus *Welfebytanum* Dnum de Im-Hof mihi ſignificari juſſit, affuiſſe Dnum Fardellam, & litteras etiam a me attuliſſe, & commendationis noſtræ rationem habitum iri. Plura de ipſo ignoro, neque enim ipſe nobis ex *Hiſpania* ſcripſit, ſed fortaſſe Dnus Hermannus plura intellexerit. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Guelfebyti* 15. Octobris 1710.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

P. S. Hac æſtate *Hanovera* tranſiit *Gallus* quidam Dnus Nuguet, ut ſe appellabat. Is ſe ferebat authorem novi experimenti circa Phoſphorum mercurialem *Pariſiis* a ſe oſtenſi. Exponere id promiſerat, ſed ad me non rediit. Facile, opinor, quid rei ſit *Pariſiis* intelliges. Neſcio an videris ſcripta medica *Georgii Erneſti* Stahlii Profeſſoris *Hallenſi*, qui quamdam, ſuo more, Philoſophiæ & Medicinæ reformationem molitur, miraſque habet ſententias de anima, & contra Philoſophiam me-

(1) *Id per innumera, dehincque inſtituta Experimenta, nunc indubium eſt.*

1710. Octob. chanicam, negans ſpiritus animales, ſpernens utilitatem Anatomiæ exquiſitioris, aliaque Paradoxa defendens, & tamen applauſores invenit. Nobilis quidam Vir, mihi & ipſi amicus, cum coram a me intellexiſſet mihi has ſententias non placere; effecit ut quædam annotata mitterem, quibus Dnus STAHLIUS non ſine ſupercilio reſpondit. In eo ſum ut replicem. Omnia Tibi aliquando occaſione data mittam, qui & ipſe medicus es, & judicium tuum exquiram. Interea rogo, ut *Stabliana* inſpicias, præſertim Theoriam ejus medicam (1) nuper editam, ſi apud vos inveniuntur. Dnus HARTSOEKERUS a me objectiones in ſuas conjecturas petiit. Dedi pauculas, quas inſeruit, [me recte non nominato], & refutavit in ſuis declarationibus, [*Eclairciſſemens* (2)].

(1) G. Er. STAHLII *Negotium Otioſum, ſeu Sciamachia adverſus poſitiones Theoriæ Medicæ veræ a Viro quodam Celeb. intentata*, &c. Halæ 4°. 1720.

(2) *Eclairciſſemens ſur les conjectures Phyſiques* Amſt. 1710. 4°.

EPIS-

EPISTOLA CLXXXI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Gratias agit pro Icone promiſſa. De Miſcellaneis Berolinenſibus. *De cæruleo* Berolinenſi. *De Phyſica mathematice ſcribenda. Obſervationes aliæ in* Newtoni Principia. *De* Mariotti *experimento circa Colores. De* Nugueto *&* Stahlio.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

SI quid voluptatis & fructus ex litteris meis percipis, ut qui- 1710.
dem dicis, habeo certe de quo mihi gratuler; ita enim ſco- Decem.
pum meum egregie conſecutus mihi videor; Orbi ſcilicet erudito, Tibique præſertim, qui meritis Tuis in eo præ cæteris emines, aliquid gratum & utile præſtare in ſummis votis ſemper habui. Iniquus autem eſſem ſi a Te, hac qua es ætate, exigerem quæ magna attentione indigent, ut ſolent Analytica & Geometrica, poſt tot exantlatos labores, quibus univerſam Rem litterariam æternum Tibi devinxiſti. Scio, & in me ipſo expertus novi, quantum fervor ille & pertinax indagandi ſtudium cum annis juvenilibus paulatim abeat & langueſcat. Marceſcit animi vigor, in corpore debili & longis infirmitatibus attrito, quanquam nondum 44 annum compleverim; quo fit ut neſcio quæ gravis inertia artus meos infeſtet, & hinc animum quaſi ſuffocet, priſtina alacritate privatum.

Mirifice me delectabis, & pro inſigni benevolentiæ ſigno habebo, ſi vultus Tui imaginem, ut polliceris, mihi tranſmittere dignaberis, hac quidem tabula, cum aliis Virorum Illuſtrium iconibus, Muſæum meum exornare conſtitui: Paucis ante diebus, accepi in hunc finem *Pariſiis* pictas effigies Bignonii,

1710. Decem. MALEBRANCHII, & VARIGNONII, ſed HOSPITALII, ejuſque Uxoris, fœminæ in Mathematicis non parum doctæ, Icones cum aliis dudum habeo, NEWTONI quoque, ſi potero, mihi comparabo.

Accepi demum nudius tertius, *Miſcellanea Berolinenſia*, miſſu *Cl.* JABLONSKI; cui, quæſo, data occaſione, gratias meo nomine referas, cum cultu meo officioſiſſimo. Perluſtravi, quamvis hucuſque obiter; multa inveni elegantia & minime ſpernenda: facile quidem ſuſpicor Tibi hujus libri curam incubuiſſe: Dedicatio & Præfatio, quas a Te profectas credo, quantum quidem intelligo, ſunt elegantiſſimæ latinitatis; ſtilus planus & facilis, ſed ſimul terſus & caſtus, uniformis & ſimplex, & tamen ſublimis, video Te ſelectiora tantum edere voluiſſe. Plurima de Tuis interſperſa obſervo, utilia ſane & curioſa; placet hiſtoria de Phoſphoro *Brandiano* (1), antea non ſatis mihi cognita. Quod ea occaſione, Phoſphori mei mercurialis tam honorificam mentionem injicere voluiſti (2), maximas ago gratias. Quæ de ſymboliſmo calculi algebraïci & infiniteſimalis, in comparatione potentiarum & differentiarum habes (3), nondum exhauriunt omnia quæ ante hos quindecim annos inter nos fuerunt agitata. Forte oblitus es temporis longinquitate, quod tunc elicuerim modum applicandi hæc, retrogrado ordine, ad ſummationes perficiendas, dum ſcilicet d^{-1}, d^{-2}, d^{-3}, aliud nihil eſt quam $\int^{+1}$, $\int^{+2}$, $\int^{+3}$, &c. unde mihi regula ſubnata eſt [ſi meminiſſes, nam Tecum communicavi] differentialium ſummam, vel integrale $\int y\,dx$, univerſaliter per ſeriem exprimendi; quæ quidem eadem fuit, quam paulo ante, ſed alia diverſiſſima via inventam, in *Actis* edideram (4): alia præterea circa hunc ſymboliſmum tunc notavimus, quorum in *Miſcellaneis* jam pariter non meminiſti; forte quod brevitati ſtudere voluiſti.

(1) *Miſc. Ber.* Tom. I. Part. II. N°. I. pag. 91.
(2) Pag. 98.
(3) *Ibid.* Part. III. N°. 1. pag. 160.
(4) *Vid. Epiſt.* X. & XI. & XII.

luiſti. Inveni in illis quoque deſcriptionem Machinæ tuæ arithme- 1710.
ticæ, ejuſque uſus, qui facilis eſt, &, ut dicis, infanti incul- Decem.
rabilis, adeoque hoc nomine Machinæ *Polenianæ*, cujus quidem nihil vidi, multum præferenda eſt: ſed optandum eſſet, ut etiam ſtructuram internam ſpectandam dediſſes; alioquin ab oblivione non vindicatur tua machina, contra hortatum inſignium illorum quos nominas, Virorum. In ſerius exhibitis reperio notitiam Cæculei Berolinenſis nuper inventi (1), ſed ſimiliter non dicitur, quid ſit, vel ex quo paretur: habet ita Lector curioſus notitiam ſine notitia. Ad propagandas ſcientias & artes pro bono publico, eduntur, ut in Præfatione dicitur, hæc *Miſcellanea*, & ad ſua in communem utilitatem conferenda invitantur curioſi; hæc ergo in hoc libro non eſſent celanda, ſed propalanda, ut alius anſam habeat ea ad majorem perfectionem perducendi: hoc enim pacto, non alio, in publicum redundat utilitas. Memini apud BOYLÆUM de coloribus me legere ex viridi æris & ſale ammoniaco, per aliquod tempus in fimum ſepulto, obtineri elegantiſſimum cæruleum: tale quid ego quoque expertus, ſcilicet viride æris, vel vitriolum Cypricum in pulverem contritum, & ſpiritu urinæ vel ſalis ammoniaci aſperſum, exhibuit cæruleum amæniſſimum & puriſſimum, ipſo ultramarino elegantius: ſed color non eſt durabilis; quippe qui exhalante ſpiritu, & ipſe paulatim evaneſcit, Tanto itaque gratior eſſet deſcriptio ipſius arcani de hoc cæruleo conficiendo, quod durabile dicitur, & ultramarino decies viliori pretio parabile, præter reliquas quæ de eo prædicantur virtutes. Quod ſi detrectet Inventor arcanum ſuum mecum communicare, [quanquam a me, qui alius ſum profeſſionis, nihil damnoſum ſibi metuendum habet], vellem ſaltem ſcire, ubinam & quo pretio hoc cæruleum venale proſtet.

Qui Phyſicam conſcribere ſuſcipit ſine cognitione matheſeos, næ is nugas agit: multi quidem ſuas nobis Phyſicas jactant principiis geometricis ſuperſtructas; contra quæ tamen ubique peccant, & aperte monſtrant ſe Leges mechanicas non intelligere. In

(1) *Ibid.* pag. 377.

1710. Decemb. In horum numerum refero VILLEMOTUM *Gallum*, cui, ut apparet, curta fuit ſuppellex in Geometricis: ejus certe Libellum de Syſtemate mundi (1) non magni-facio. Videtur Auctor voluiſſe laureolam in muſtaceo quærere; & Iliada conſcribere poſt HOMERUM. De Phyſica poſthuma Chriſt. STURMII nihil ſcivi; extat quidem ejus *Phyſica Electiva* (2) opus magnum in 4°, ut & alia minor in 8°. erothematice conſcripta. De tertia nihil mihi conſtat.

Non equidem dicis, quid de animadverſionibus meis ſuper quibuſdam locis Operis *Newtoniani* judices; olim examinavi totum fere opus, & plurima annotavi, quæ cenſuram mererentur; ſed iſtæ notæ ſchedulis conſignatæ, inter adverſaria latitant, ex quibus recolligere difficile jam foret. Præter illa quæ nuper communicavi; ecce quædam alia, quæ alia quærenti in manus mihi inciderunt (3). Pag. 331. Auctor, aquæ de Vaſe dato per foramen effluentis, motum definiturus, concludit tandem, aquam effluentem motu ſuo ſurſum verſo, perpendiculariter ſurgere ad dimidiam altitudinem aquæ foramini incumbentis; id quod eſt contra receptam omnium de hydraulicis ſcriptorum opinionem, qui volunt aquam effluentem ſurſum verſam ad totam illam altitudinem aſſurgere poſſe, ſeu quod eodem recidit, aquam ea velocitate effluere, quam acquireret grave libere cadendo ex ea altitudine aquæ foramini vaſis incumbentis pag. 373 (4). Hypotheſis hæc, qua ſupponitur reſiſtentiam illam ex defectu lubricitatis partium fluidi, cæteris paribus, proportionalem eſſe velocitati, qua partes fluidi ſeparantur ab invicem, non eſt veriſimilis: quin potius quadrato velocitatis reſiſtentia illa ſtatuenda eſt proportionalis; habet enim utique rationem compoſitam ex ratione velocitatis, & ex ratione ſuperficiei aſperæ æqualibus temporibus ſuperatæ: ſunt autem ſuperficies æqualibus temporibus ſuperatæ ab

(1) *Nouveau Syſtême ou nouvelle explication du mouvement des Planetes, par Mr.* Phil. VILLEMOTS *de* Lyon. 1707. 12°.

(2) J. Chr. STURMII *Phyſica electiva ſive hypothetica*, Tom. I. Norimb. 1697. 4°. Tom. II. Nurimb. 1722. 4°. *Vid. Epiſt. ſeq.*

(3) *Vid.* Joh. BERNOULLI Opp. Tom. II. N°. XCIX. pag. 208.

(4) *Vid.* Opp. Tom. III. N°. CXXXVIII. Art.16. & *ſeq.* p. 143. & *ſeq.*

Digitized by Google

ab æqualibus figuris ut ipſæ figurarum velocitates, quas unifor- 1710.
mes ſuppono; unde oritur ratio reſiſtentiarum in ratione duplica- Decem.
ta velocitatum. Pag. 374. *unde cum impreſſiones ſint* &c. duplex hic latet error; primo enim, impreſſiones qua orbes ſe mutuo per frictionem impellunt, non ſunt utique, [ut autor ſupponit] in ſola ratione virium reſiſtentium, ſed ſimul etiam earumdem diſtantiarum a centro orbium, per naturam vectis, in quo virium momenta creſcunt in ratione diſtantiarum ab hypomochlio, & in rotis, vel orbibus in ratione radiorum: Deinde, vires reſiſtentiarum non tantum ſunt ut contiguæ ſuperficies, & harum translationes ab invicem ſimpliciter ſumtæ, ſed ut contiguæ ſuperficies, & [quemadmodum ſupra ad autoris hypotheſin annotavi] harum translationum, hoc eſt, velocitatum relativarum, quibus orbes a ſe invicem ſeparantur, quadrata. Interim, quod mirabile hic accidit, duo hi errores ſe mutuo reſtituunt, faciuntque ut tempora periodica ſe habeant ſicuti in propoſitione aſſeritur. Sed pag. 376, ubi eoſdem errores commiſit Auctor, hi jam ſe mutuo non compenſant, adeoque abludit a vera ratione temporum periodicorum partium fluidi in vortice infinito, per globum aliquem circa axem ſuum moventem agitato. Invenit enim hæc tempora periodica in ratione quadrata diſtantiarum à centro ſphæræ: Ego vero in ratione ſeſquiplicata earumdem, prorſus conformiter phænomenis Planetarum & ſatellitum, & ita vortices *Carteſianis*, contra opinionem auctoris, qui falſo ſuo Theoremati innixus eos convellere conatur, pag. 381. & 382, mirifice aſtruuntur & confirmantur: de quo multum ſine dubio gloriatus fuiſſet Cartesius, ſi ſeſquiplicatam illam rationem temporum periodicorum, quæ per obſervationes Planetis competunt potuiſſet demonſtrare partibus fluidi vorticis ab attritu ſe mutuo impellentibus identidem neceſſario ineſſe: quod certe adverſus Newtonum ſerio ad animum revocari meretur a *Carteſianis*, ſi vortices ſuos, [quos ille ideo tantum explodit, quaſi nimirum phænomenis non reſponderent] ab impacta incongruentia vindicare velint. Pag. 422. Videtur hic minus recte ſupponi canalem

1710. Decem. cylindricum, cum præſtet adhiberi conicum verticem in centro Terræ habentem. Plura nunc non ſuppetunt.

Quod attinet ad radium coloratum, de eo quod nempe nova refractione colorem non mutet; NEWTONO plene aſſentior; habeo in eam rem proprias obſervationes, jam olim inſtitutas, quas Tecum communicarem, niſi nimium excreſcerent litteræ; & quidem puto me poſſe oſtendere, in quo MARIOTTUS, qui contrarium aſſeruit, deceptus fuerit; ſumendo ſcilicet [quod obſervanti facile contingere poteſt, niſi cautiſſime procedat,] radium alium pro eo quem mutati coloris credidit.

Miror audaciam *Galli* illius NUGUETI nugatoris, qui ſe Autorem Phoſphori mercurialis apud Te jactare non erubuit: hujus nomen ne fando quidem audivi; ſcripſi nuper VARIGNONIO, ut me doceret quid hominis ſit iſte: non capio autem quid intelligas, quando dicis Te facile opinari quid rei ſit.

Mira mihi narras de Paradoxis STAHLII Profeſſoris *Hallenſis*; ejus quidem ſcripta nondum vidi, ſed quanquam hujuſmodi nugas legere non valde geſtiam, gratum tamen erit Tua, quæ ipſi repoſuiſti, inſpicere, de quibus libenter judicium meum communicabo. BAGLIVI Medicus *Italus* negat pariter ſpiritus animales concurrere ad motum muſculorum, quos certa quadam criſpatione contrahi putat, in ſimili opinione fuit STENO. Vale & Fave.

Baſileæ 10. Decembris 1710.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA

Digitized by Google

EPISTOLA CLXXXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Miſcellaneis Berolinenſibus. *De* VILLEMOTO & STURMIO. *De reſiſtentia ex defectu lubricitatis. De* STAHLIO & HERMANNO, & HARTSOEKERO.

Vir Celeberrime & Nobiliſſime, Fautor Honoratiſſime!

GAUDEO Tibi non plane diſplicuiſſe *Miſcellanea Berolinenſia*; mihi in iis maxime diſplicet multitudo erratorum typographicorum, cætera pleraque tolerabilia ſunt. Quod ſi multa ineſſent Tuis ſimilia, facile hæc noſtra *Pariſinis Londinenſibus*que certarent. Nunc vero, ut in aurem dicam, pauci ſunt *Berolini*, qui aut poſſint aut velint aliquid præſtare dignum memoratu. Itaque mihi hoc, quicquid eſt, vix precibus, objurgationibuſque extundere licuit, ut tandem aliquod ſpecimen extaret, & ut ſic dicam, obligatio continuandi imponeretur. 1711. Febr.

Symboliſmum calculi algebraïci & infiniteſimalis dare volui ſimpliciter; de cætero memini inter nos de eo agi, & Te uſum aliquem ad Theorema illud ſuppeditare, ubi ſumma per differentias omnium graduum colligitur; quod non Tu ſolummodo alia plane via habueras, ſed & ego multos ante annos adhuc diverſa, ductaque ex ſolis proprietatibus numerorum, quam & Tecum communicare memini, cum mihi Theorema primum a Te repertum ſignificaſſes (1).

Conſtructio machinæ meæ arithmeticæ paucis deſcribi non poterat; conſervari autem poterit non tantum tali deſcriptione,

 ſed

(1) Vid. Epiſt. X, XI, XII.

Digitized by Google

1711. Febr. ſed & actu ipſo. Habeo enim elaboratam, etſi ab artifice non optimo, unde id ago ut perfecte elaboretur.

Cærulei Berolinenſis curabo aliquid ad te tranſmitti. Notitia data eſt τοῦ ὅτι, ſed non τοῦ διότι; neque enim in meo arbitrio eſt extorquere ab hominibus, quæ illi tanquam arcana vindicant. ſed & Iconis meminero.

Ego quoque Villemoti libellum non magnifacio, in quo nec umbram demonſtrationis invenire potui Et miratus ſum Dnum Fontenellam, iſtas eſſe aliquid, putaſſe, nugas.

Per Sturmii Phyſicam poſthumam intellexi continuationem Operis Phyſici majoris (1), quod cœpit, ſed quod morte ejus abruptum fuit. Aiunt tamen in Schedis repertum eſſe ſic ſatis promotum, atque adeo dignum eſſet ut edatur, quia diligens certe eſt in colligendis & dijudicandis iis quæ profundam meditationem non poſtulant.

Optandum, eſt, ut Tua ad *Newtonianum* Opus monita colligantur in unum, & ipſi illi egregio Viro privatim mittantur, vel ad emendanda vel ad explicanda ſua. Quod ad reſiſtentiam attinet ex defectu lubricitatis ortam, ſepoſito fluido, concipiamus globulum in tapete aliquo ferri. Patet amiſſas in globulo vires eſſe æſtimandas numero exiguorum pilorum elaſticorum, quos flectere globum oporteat, ducto in vim unicuique horum pilorum impenſam. Idque pendere a longitudine itineris, itaque celeritates amiſſæ ſunt longitudinibus percurſis proportionales. Sit velocitas integra g, reſidua v, erit amiſſa $g - v$; ſit longitudo percurſa l, erunt $g - v$, ut l; ergo $-dv$ ut dl; ſed dl; ſunt ut vdt, ergo fit $-dv$ ut vdt, ſeu æqualibus ſumtis temporum elementis, ſunt diminutiones velocitatum in quovis momento velocitatibus ipſis proportionales. Idem eſt ſi globo, qui in medio fertur, tribuas aſperitatem, nam aſperitates ſunt colliculi elaſtici, qui radendo medium non-nihil deprimuntur & reſurgunt. Et ſi fluido tenacitatem aliquam tribuas, res eodem redit, concipi enim poteſt, quoties mobile a contactu partis fluidi ſe liberat, toties abrumpere fila viſcoſa, quibus retinebatur. Porro

(1) *Vid. Epiſt. præc.*

Porro ſi, omiſſa tenacitate, ſolam conſideres in medio reſiſtentiam quæ oritur ex mole, dum, verbi gratia, globus in fluido motus partem fluidi loco pellere cogitur; itidem conſtat, licet ex alio principio, diminutiones celeritatum æqualibus temporum elementis eſſe celeritatibus proportionales. Hinc cum globus tormento emiſſus tranſit per aërem, reperi olim, quodcunque adhibeas genus reſiſtentiæ, ſive a mole aëris, ſive ab aſperitate globi & aëris tenacitate, ſemper tamen imminutionem celeritatis, quam quovis momento ſentit globus, eſſe proportionalem celeritati ejus reſiduæ. Sed hæc a Te optime dijudicari poterunt, qui etiam docebis, quatenus Tuis, *Newtonianiſve* conſentiant. 1711. Febr.

Mihi quoque viſum eſt Newtoni Experimentis circa colores, quippe per tot annos crebro repetitis, magis eſſe, fidendum; etſi La Hirius Mariotto [Viro equidem non ſpernendæ diligentiæ] teſtimonium perhibeat.

Facile aſſentiar Stenonio, nervos agere per criſpationem quamdam; ſed illa ipſa criſpatio, ni fallor, niſi per fluidum commeans explicari non poteſt, uti funes aqua, crines calore contrahuntur.

Videbo an & quid ad replicam meam duplicaturus ſit Stahlius; & faxo, ut cuncta Tibi communicentur, ubi deſcripta fuerint. Sed interim deſidero, ut quæ ejus ad vos forte pervenere, inſpicere poſſis, inprimis juſtum Opus Phyſiologicum. Nam cætera fere Diſſertationibus Academicis, magno numero ab eo editis, continentur. Modus ejus ſcribendi eſt paulo perplexior.

Diu eſt quod nihil a Dno Hermanno noſtro intellexi: Spero tamen valere eum & vigere, & ad Te ſubinde crebrius ſcribere quam ad me remotiorem. Scripſerat mihi olim *de Fluidorum motu* aliquid ſe meditari (1), quæ materia ſatis eſt elegans; Catenariam quoque, velariam, & ſimilia etiam, ubi ad differentias differentiarum deſcendendum eſt, velle ſe demonſtrare ad Veterum morem; quia is modus ſcribendi ab *Italis* magis intelligitur. Hoc conſilium non eſt ſpernendum; etſi enim nobis id agere non vacet, lubentiſſime tamen alios hunc laborem

Hh 3 ſibi

(1) *Vid. Epiſt. CLXXVII.*

1711. Febr. ſibi ſumere patiemur. Sperabam tale a La Hirio, ſed ille ſpem meam deſtituit, & in Opere de Epicycloïdalibus revera infiniteſimales adhibet inter demonſtrandum, etſi hoc diſſimulet.

Dnus Burnetus Epiſcopi Filius, ex quo hinc diſceſſit, huc non ſcripſit, & litteris meis, quibus ad interrogationem quamdam ejus reſponderam, nihil repoſuit. Ut adeo ignorem quid agat, & utrum adhuc in *Batavis* verſetur, an ad *Anglos* redierit.

Dnus Hartsoekerus objectiones quaſdam meas ſuæ appendici conjecturarum [*ſuites des conjectures Phyſiques* (1)] cum reſponſionibus inſeruit. Sed obiter tantum minuta quædam tetigeram circa ſalia, circa mineralia, &c. Nunc cum a me intellexiſſet, mihi atomos perfecte duras, & primum elementum perfectæ fluiditatis non probari, expreſſit a me rationes judicii mei, ſcripſi ei, mihi rationem duritiei, ut omnia corporea, videri explicandam per cauſam mechanicam nempe per motum conſpirantem, qui per ſeparationem turbetur, quam etiam Tuam eſſe ſententiam aliquando intellexi (2). Ille in reſponſione fingit ſe non intelligere quid monſtri ſit motus conſpirans, & dubitare an non coincidat cum quiete *Carteſiana*. Dixeram, ſi durities ſit qualitas quædam occulta primitiva, non poſſe explicari niſi per miraculum. Itaque neceſſe eſſe ut explicari poſſit per Mechaniſmum. Ille negat meum principium, quod omnia corporea mechanice ſint explicanda: prima enim illa pendere a voluntate Dei. Quaſi voluntas Dei non nitatur rationibus ſumtis ex natura ſubjecti, aut quaſi Deus aliquam actionem producens in corporibus, non producat per modos naturæ eorum congruentes. Sed & multa alia promit, per quæ apparet in primis philoſophandi principiis haud parum ab ipſo aberrari, quanquam id

(1) *Vid.* Memoires de Trevoux 1712. *Mars & Avril.* & Journal des Sav. Ed. *Holl. Dec.* 1712. & *Janv.* 1713.
(2) *Vid. Epiſt. LV. & LVI.*

Digitized by Google

id ei ſit cum multis aliis commune. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 10. Februar. 1711.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

EPISTOLA CLXXXIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

De Hartsoekeri *cavillationibus. De* Hottingeri *adverſus* Copernicum *diſputatione.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

Quas ad Te dedi, 10 Decembris anni proxime elapſi, Tibi traditas eſſe ſpero; ad eas itaque me refero. Haſce autem nunc ſcribere volui, ut *Hermannianas*, quas ecce, nuper ad me miſſas, aliqua mea Epiſtola comitarer, adjecto quoque excerpto ex litteris Dni Hermanni ad me datis; ex quo videbis ineptam Hartsoekeri arrogantiam in ſuggillandis noſtris inventis. Si bilem ſuam in me tantum & in Phoſphorum meum effudiſſet, poſſem forte propriam injuriam concoquere, crederemque me ipſi alicubi, quamvis inſcium, offenſæ occaſionem dediſſe. Sed quid cenſes, quod egregios Viros, imo Te ipſum, & Newtonum tam indigne tractaverit? Ferendum non eſt hominem modice doctum, ſine Matheſi, & ſine ulla profundiore notitia, cui nihil eſt præter mediocrem vulgaris Phyſicæ notitiam, & in vitris poliendis aliquantillam peritiam, tam contumelioſe loqui, non dico de me, ſed de Viris iſtis egregiis, & de re mathe- 1711. Febr.

matica

1711. Febr. matica tam præclare meritis & in dies merentibus. Quid abſurdius ſimul & acerbius ab eo dici potuiſſet, quam NEWTONI librum [Opus certe omni laude majus] continere meras nugas, minus valentes quam Veterum qualitates occultas: Item duodenos quoſdam Mathematicos [in quibus Te ſine dubio complectitur] congreſſos eſſe, & iniiſſe ſpeciem quamdam ſocietatis, vel commercii Encomiaſtici, quo ſe laudibus & elogiis mutuis cumulent & obruant, alioſque imperitiores, ne ignorantes videantur, in ſimilem Elogiorum cantilenam pertrahant, ut Orbis eruditus ſaltem putet eos quoque initiatos eſſe in iſtis myſteriis. . . . .

. . . .

Quod vero attinet ad Phoſphori mei inventionem, quam adſcribit PICARDO, nimis quantum invidiam ſuam prodit, ſed Clar. HERMANNUS, ut ex hoc excerpto patebit, meam fecit Apologiam, quam vellem in aliquo *Diario*, vel in *Actis* publicari, ut obtrectatori os obturetur. Quid enim aliud eſt quam obtrectatio, hominibus ingerere, quaſi eſſem plagiarius, & obſervationem *Picardianam* mihi attribuiſſem, ſuppreſſo ejus nomine; cum tamen eum diſerte nominaverim, dixerimque obſervationem *Picardianam* mihi occaſionem duntaxat ſuppeditaſſe ad ejus Phænomeni, fortuito caſu detecti, cauſam inveſtigandam, omnia Barometra poſtea luminoſa reddenda, & tandem Phoſphorum portatilem perpetuum inde conficiendum: hæc autem, in quibus inventum meum conſiſtere facio. . . . . . . ſilentio præteriit. Interim Tibi judicandum relinquo, an-non & Tua res hic verſetur, dum ſententiam Tuam, mihi perhonorificam, in nuperis *Miſcellaneis Berolinenſibus* de hoc Phoſphoro latam, ſeverus noſter Ariſtarchus evertit, & ita Tibi mali laudatoris notam tacite inurit. Hoc unum adhuc addo, quod ſimile non inepte huc quadrat, nempe ſi Inſulæ Americanæ a COLUMBO primitus, & quidem ex deliberato conſilio detectæ, non tamen impedierunt quominus poſtea *Americus* VESPUTIUS Terræ continentis detectionem, ſui nominis appellatione, ſibi vindicaret; quidni majori jure mihi debetur Phoſphori mercurialis inventum, quamquam ex fortuita PICARDI obſervatione deductum? Re enim

compa-

Digitized by Google

comparative ſumpta, major videtur progreſſus a lumine caſuali PICARDI, ad univerſalem Phoſphorum mercurialem parandi artem a priori inventam, quam, ſi parva magnis componere fas eſt, ab Inſulis COLUMBI, non caſu ſed de induſtria detectis, ad Terram continentem AMERICI. 1711. Febr.

Intelligo Te in commercio litterario eſſe cum *Salomone* HOTTINGERO medico *Tigurino*. Scire autem Te velim, cum, ex occaſione alicujus Diſputationis hic habitæ de Mundo (ubi Author *Copernicaniſmum* adſtruens, ex *Coſmotheoro* HUGENII Planetis incolas adſcribit) eam, inquam, nempe HOTTINGERUM conſcripſiſſe nuper ad refutationem illius aliam Diſputationem ſub titulo *Libri Naturæ ex Pſalmo XIX* &c. in qua *Copernicaniſmum* convellere volens, eum ſacræ ſcripturæ adverſari contendit: argumenta autem quibus utitur ſunt ...... ut facile conjicies, talia quæ dudum ſunt obſoleta & exploſa...... Cæterum bonus HOTTINGERUS de rebus Aſtrononicis diſſerens, tam inconcinne & fere pueriliter loquitur, ut facile pateat, eum non intelligere Elementa Sphærica; imo nequidem terminos artis callere: Sic paſſim confundit Æquatorem cum Meridiano, Eclipticam cum Æquatore, & ſolem dicit cognominari ab Aſtronomis lineam Eclipticam, & hujus farinæ plura ...... Quod ſupereſt, Vale, vir Ampliſſime, & favere perge.

Baſileæ 28. Februar.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CLXXXIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Societate Berolinenſi. *De* HARTZOEKERO, & HOTTINGERO *De* REGINALDI Analyſi demonſtrata.

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor & Amice Honoratiſſime!

1711. Mart. NOVISSIMAS meas Tibi recte redditas ſpero. Interea alias a Te gratiſſimas cum incluſis Hermannianis, hic loci, id eſt *Berolini* accepi. Poſtquam enim Rex Societatem ſcientiarum nuper, proximo poſt anniverſarium Coronationis die, ſolemniter inaugurari curavit, ſtatisque vicibus congreſſus haberi juſſit, huc excurrendum mihi putavi, ut conferrem aliquid ad ejus vigorem. Sed, ut facile intelligis, deſunt nobis in his oris, a quibus aliquid magnopere expectes: inprimis Botanici, Anatomici, Chymici, a quibus aliquid ſingulare præſtetur. Non eſt tamen ſpernenda detectio novi Cærulei, cujus ſpecimen mitto. Color meliorem in ipſo uſu ſe exhibet quam primo aſpectu apparet. Matheſis profundior in his oris adhuc propemodum ignoratur. Sed cum Dominus STURMIUS *Johannis Chriſtophori* Filius, hactenus *Francofurti ad Oderam* Profeſſor, ſtatione illa deſerta officium Architecti apud Ducem *Megalopolitanum* in ſe receperit, me & amicis monentibus, de HERMANNO noſtro acciendo cogitatur; eumque in finem & a WOLFIO & a me ad ipſum datæ ſunt litteræ.

Dnus HARTSOEKERUS in aliis taxandis paulo eſt liberior, & licet me non nominaverit, facile tamen intelligo, me ejus aculeis

leis tactum fuiſſe. Cæterum meas quaſdam objectiones deſideravit, eiſque in ſua Conjecturarum illuſtratione, licet me non nominat o, reſpondit. 1711. Mart.

Si vindicare tuum voles Phoſphorum, ut ſcribis, de quo illum præcipitantius judicaſſe manifeſtum eſt; putem convenientiſſime id fieri poſſe in ipſis *Novellis Reipublicæ litterariæ*, ubi aculei in Te ſunt recenſiti. (1) Sed majus præterea operæ pretium foret, ſi conjecturas ejus Phyſicas aliquando per otium percurreres, & animadverſiones in eas dares: Inde enim utilitas non ſpernenda nobis accederet. Ea maxime profutura & Te digna ratio foret ulciſcendi Virum, non tam verbis quam rebus ipſis. Et video multos ipſa ſcriptoris audacia capi, qui de rebus abſtruſiſſimis tanquam compertis pronuntiat, ut ex ipſo Naturæ ſacrario, concilioque Deorum recens egreſſus videatur.

Cum Dno. *Salomone* Hottingero *Tigurino* Medico nullum mihi litterarum commercium eſt. Eum olim apud nos tranſeuntem videre memini. Serus admodum venit, quiſquis hodie in Copernicum ſcribit. Inaudiveram aliquid de *Tigurina* in eum tempeſtate, ſed Theologum aliquem ſeveriorem & ſacris naturæ non initiatum eam excitaſſe credebam; de Medico nihil Tale ſuſpicatus fuiſſem. Ego magis venia quam ira. dignos cenſeo, qui hic bono animo peccant, ſed non bono judicio. Doctiſſimo Scheuchzero de tali judicio conquerenti in eoſdem ſenſus ſcribo.

R. P. Reyneau *Analyſin* (2) nunc demum Berolini vidi apud amicum, & agnoſco in ea multa eſſe non ſpernenda, tum ab auctore conſiderata, tum ex optimis ſcriptoribus ſumta, quos vellem ubique indicaſſet. Quanquam erga Te, meque, & alios etiam optime ſe ſe geſſerit, & labores noſtros commendaverit, vellem

(1) 1710. Jun. pag. 619.
(2) *Analyſe demontrée*. Paris. 1708. 4°. 2. Vol.

Digitized by Google

tamen generaliter fontes indicari. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Berolini* Martii 1711.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Id ago ut *Miſcellaneorum* voluminis novi materia colligatur, & rogo ut aliquid conferas, HERMANNUMque in idem invites.

EPISTOLA CLXXXV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad Epiſt. CLXXXII & præcedentem.

De Miſcellaneis Berolinenſibus. *De* STURMIO, & SCHEUCZERO. *De reſiſtentia ex defectu lubricitatis. De motu muſculorum. De* HERMANNO; LA HIRIO, & HARTZOEKERO. *De Profeſſoribus* Francofurtanis & Patavinis. *De P.* REGINALDI Analyſi demonſtrata.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1711. April. POSTRIDIE quam nuperas meas cum *Hermannianis* ad Te dimiſi, accepi gratiſſimas tuas die 10°. Februar: datas. *Miſcellanea Berolinenſia* Tua inſtigatione prodiiſſe nullus dubitavi, ea de re Tibi non parum devinctus eſt Orbis eruditus; eoque magis quod ut dicis, obligatio continuandi jam impoſita eſt. Multa certe in hoc primo Tomo, interque ea Tua imprimis, quibus mea nollem accenſeri, publica luce digniſſima deprehendi, & ideo *Pariſinis*, *Londinenſibus*ve nihilo inferiora. Cæterum

Digitized by Google

rum multitudo ſphalmatum typographicorum, prout recte mones, non nihil deturpat hoc Opus.] 1711. April.

Cæruleum *Berolinenſe*, quod promittis, grata mente accipiam: ubi obtinuero, conabor id propius examinare, & in ipſum, ſi pote, arcanum penetrare.

Icon Tua, quam expectare facis, utinam cito! me ſupra modum beabit, quod officii genus omni, & quo ipſe juſſeris, pacto demereri ſtudebo.

De Sturmii Phyſica poſthuma edenda adhuc nihil audivi, foret haud dubie digna quæ ederetur (1). Tecum omnino ſentio fuiſſe Virum diligentiſſimum in colligendis quæ profundam meditationem non poſtulant, cui etiam ſatis judicii fuit in diſcernendis bonis a malis, quamvis eum non ſemel paralogizantem deprehenderim; exempli gratia, in reddendis rationibus vectis homodromi & heterodromi; item phænomenorum Cameræ obſcuræ, vel Lanternæ magicæ. De reliquo neſciverim hodie quemquam qui ſuppleat iacturam Sturmii, niſi is ſit Scheuchzerus noſter ſenior, Vir ſane, etſi a propriis inventis non valde clarus, miræ tamen ſedulitatis & indefeſſi laboris in conſcribendis obſervationibus, tam a ſe in itineribus ſuis de induſtria inſtitutis, quam ab aliis factis; item in componendis libris circa varia objecta, ſicuti qui hactenus ab eo editi ſunt abunde teſtantur: Et nuper admodum ejus *Phyſica Germanica* altera vice recuſa, cujus Tomus primus Tibi & mihi dedicatus eſt, alter vero Schrockio Naturæ curioſorum Præſidi, & Zwingero noſtrati: non vero dubito quin Auctor ipſe hoc Tibi jam ſignificaverit, ſimul & librum tranſmiſerit. Sicubi pro ipſo ſtatio ſe offeret, minus commode enim in Patria vivit, opus ſane laude dignum, ſi quid ſapio, faceres, ſi eam illi procurares.

Quædam ex notatis meis ad *Opus Newtonianum* intermiſcui nuper ſcripto meo, continente ſolutionem Problematis inverſi virium centripetarum (2), & cum Academia *Pariſienſi* communi-

(1) *Edita eſt Norimb.* A°. 1722. *in* 4°. *Vid. Epiſt.* CLXXXI. CLXXXII.

(2) *Vid. Opp.* Tom. I. N°. LXXXVI. pag. 470.

Digitized by Google

1711. municando, quoniam ita occaſio ferebat, ſed Dnus. VARIGNONIUS, cui ſchediaſma miſeram, delevit illa, ſubtimens ſcilicet ne NEWTONUS cenſuram, licet amicam, iniquius laturus eſſet.
April.

Quæ de reſiſtentia ex defectu lubricitatis habes, videntur feſtinanter ſcripta, neque ea qua opus eſt attentione adhibita; imo ſi mentem Tuam rite capio, deſtruunt quæ, ante complures annos, cum de æſtimatione virium ageretur inter nos, in ipſiſmet Tuis litteris ad me ſcripſiſti. ut mox videbis. *Concipiamus*, inquis, in litteris Tuis noviſſimis, *globulum in tapete aliquo ferri; patet amiſſas a globulo vires eſſe exiſtimandas numero exiguorum pilorum elaſticorum, quos flectere globum oporteat, ducto in vim unicuique horum pilorum impenſam, idque pendere a longitudine itineris.* Hæc quidem veriſſima ſunt, ſed neſcio quomodo cohæreat quod ſubdis; itaque *celeritates amiſſæ ſunt longitudinibus percurſis proportionales*. Videtur potius concludi debuiſſe vires amiſſas eſſe longitudinibus percurſis proportionales: noſti autem vires utique non eſſe ut celeritates. Vel ſi mavis celeritates amiſſas conſiderare, dicendum fuiſſet, quod eodem recidit, *celeritates amiſſæ ſunt temporibus impenſis proportionales*, ſicuti videre eſt in aſcenſu gravium, quorum celeritates eadem lege, Te ipſo quondam aſſerente, decreſcunt; ac globuli per medium pilis æqualiter elaſticis obſitum penetrantis; adeoque computatio nunc aliter eſt inſtituenda, & quidem ſic. Sit velocitas integra globuli g, reſidua v, celeritas amiſſa $g - v$: ſit tempus impenſum t; Erunt $g - v$ ut t; ergo $- dv$ ut dt: hinc ſequitur æqualibus momentis, æquales fieri diminutiones velocitatum, non vero, ut Tu concludis, diminutiones velocitatum in quovis momento proportionales eſſe ipſis velocitatibus. Olim ſaltem aliter ac nunc ſcripſiſti, ſic enim in litteris 29 Julii 1695 (1) habes. *Suppoſito* (*Fig.* 117.) *quodlibet medii punctum* C *eſſe uniformiter elaſticum*; *ſi* AC *ſit ſpatium percurſum*, *erit* CH, *potentia amiſſa*, *applicata trianguli* BAP, & CE *velocitas reſidua*, *applicata parabolæ* BED, *cujus vertex eſt* B. Quod

TA. XXII.

(1) *Epiſt.* XV.

Quod ſi nunc conſideretur reſiſtentia, quatenus oriunda ab aſ- 1711.
peritate corporis moti, vel a tenacitate fluidi; fateor idem eſſe, April.
ac ſi ſolum ſupponatur æquabilis medii elaſticitas; revera enim aſperitates comparari poſſunt cum colliculis elaſticis, qui, radendo medium, nonnihil deprimuntur & reſurgunt; tenacitas vero conſiſtit in difficultate abrumpendi fila viſcoſa, quoties mobile a contactu partis fluidi ſe liberat, quibus filis retinebatur. Sed ſi abſtrahendo ab aſperitate & tenacitate, conſideremus ſolam reſiſtentiam, quæ oritur ex medii mole removenda; dum verbi gratia globus, in fluido motus, partem fluidi loco pellere cogitur; aſſeris itidem conſtare, licet ex alio principio, diminutiones celeritatum æqualibus temporum elementis eſſe celeritatibus proportionales. Quodnam hic intendas principium ego non aſſequor; interim mihi videtur, in hac ſuppoſitione, aliud principium non eſſe quærendum quam hoc; quod nempe reſiſtentia fluidi ſit in duplicata ratione velocitatis; id quod vulgo ab omnibus admittitur, & ſingulari modo ex ipſa Tua virium æſtimatione demonſtrari poteſt. Hoc igitur principio aſſumpto, facile eſt oſtendere decrementa celeritatum, æqualibus temporum elementis, eſſe non ipſis celeritatibus, ſed quadratis celeritatum proportionalia; ideoque etiam eſſe ut vires reſiduas. Sit enim mobile m; ſpatium percurſum s; velocitas v; vis reſidua f; tempus t; per regulam æſtimandarum virium, f eſt ut vv, adeoque $-df$ ut $-udu$: eſt vero per principium hic aſſumtum $-df$, hoc eſt imminutio virium ut $vvds$: ergo etiam [propter ds ut vdt] ut v^3dt, unde $-udu$ ut u^3dt, hoc eſt $-du$: uu ut dt: ideoque, tempuſculis æqualibus, decrementa velocitatum $-du$, ſunt ut earumdem quadrata vv. Ipſum vero principium, de reſiſtentiis fluidorum quadratis velocitatum proportionalibus, ſi bene memini, non tantum conceſſiſti, ſed & olim in litteris Tuis ad me demonſtraſti. Neſcio itaque quomodo nunc dicas, *Te olim reperiſſe, cum globus tormento emiſſus tranſit per aërem, quodcunque adhibeatur genus reſiſtentiæ, ſive a mole aëris, ſive ab aſperitate globi, & aëris tenacitate, ſemper tamen imminutionem celeritatis, quam quovis momento ſentit*

De LA HIRIO nihil boni, hanc in rem, expecto: Sunt. . . . . 1711.
. . . . April.
omnia quæ de Epicycloïdibus & de figura dentium in rotis habet, ab aliis, & imprimis à ROMERO *Dano*, expiſcatum eſſe intellexi. Quantitates infiniteſimales inter demonſtrandum adhibet quidem; negat tamen hoc. . . . .

De HARTSOEKERO in præcedentibus meis. Videtur homo ſimilis LA HIRIO, cui ſcilicet ſuum tantum placet, alienum diſplicet. Duritiem explicandam eſſe per motum conſpirantem, non tantum mea eſt ſententia, ſed & ſtudioſis meis, in Collegiis philoſophicis, nunc ita inculcavi per plures annos, ut hic, & in *Batavis*, hæc opinio jam ſatis invaluerit. Interim quid mirum HARTSOEKERUM ἀγεωμέτρητον in primis philoſophandi principiis aberrare.

Hucuſque ſcripſi hanc Epiſtolam cum ecce poſtrema Tua, d. . . . Martii data, traditur mihi, ad quam, ob inſtantem Tabellarii abitum, multis reſpondere non licet; nec etiam multis opus eſt, cum in hac ipſa quædam contineantur quæ reſponſionis loco eſſe poſſunt. Dicis Te mihi mittere ſpecimen *Berolinenſis*, cærulei, ſed non addis quando & qua occaſione. Dubito valde, an HERMANNUS STURMIO ſuccedere voluerit; nam, ratione ſalarii, pinguiori, ut puto, fortuna gaudet magis *Patavii*, quam qua gaviſurus eſſet *Francofurti*. Quocirca, egregia foret occaſio commendandi ad hanc ſtationem SCHEUCHZERUM noſtrum; vel, ſi eam ipſi non ſatis convenire cenſeres, commendare poſſem agnatum meum *Nicolaum* BERNOULLIUM. J. V. L. diſputationis illius *de Uſu artis conjectandi*, quæ Tibi non diſplicuit, Auctorem; cujus ingenium in Mathematicis perſpectum Tibi jam eſt, per inventionem Regulæ *Newtonianæ* de inveniendis quantitatum algebraïcarum diviſoribus, & à ſe amplificatæ, atque per alia quoque ſpecimina.

Bene mones de HARTSOEKERO, cogitabo de ea re. P. REYNALDI Analyſis non eo eſt loco apud me, quo forte ſperavit. Video bonum Virum ſuſcepiſſe quædam ſupra vires, quæ

nempe non ſatis intellexit. Sic mera eſt *Mataiologia* quæ de Catenariis garrit, & de Iſochroniſmo; ſimilis ſane Gregorio Catenariam quondam .... ſolvere conanti. Reliqua quæ bona ſunt in hac Analyſi, partim ex meis, ſibi, cum olim in prædio *Marchionis* Hospitalii eſſem, & Reynaldus nos inviſeret, cui ſcripta mea commodaveram, ſuppeditatis, partim ex aliis exſcripſit. Hiſce autem. Vale & Fave.

Baſileæ 8. April. 1711.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. Bernoulli.

EPISTOLA CLXXXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Hermanno *ad* Francofurtanam *&* *Nic.* Bernoullio *ad* Patavinam *Profeſſionem vocandis. De nervorum contractione, &* Römeri *morte, &c.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1711. August. Cum Rex *Boruſſiæ* nunc domum ex *Batavis* redeat; & cum eo Dominus *Baro* de Prinz Miniſter Regius, qui rerum Academicarum curam gerit; ſpero negotium Dni Hermanni noſtri perfici poſſe, ut *Francofurtum ad Oderam* vocetur. Dudum enim litteris ſcriptis non ad me tantum, ſed & ad alios oblationem accepit. Et diſpiciendum putem, an-non ei ſubſtitui apud

apud *Patavinos* poſſit Tuus ex Fratre Nepos, qui nuper ni fal- 1711.
lor, in *Gallia* egit. Id ſi Tibi e re videtur, communicanda Auguſt.
erunt conſilia cum ipſo Domino Hermanno; & ſi quid conferre potero, faciam lubens, datis, ſi vobis videbitur, litteris ad Inclytum Virum *Bernardum* Trevisanum, quem ob nobilitatem & Doctrinam apud Curatores Academiæ aliquid poſſe non dubito. Sed vellem non præcipitari diſceſſum Dni Hermanni, &, ſi fieri commode poſſit, annos ei præſtitutos abſolvi; ita enim diſcedet optima Reipublicæ gratia, eritque in commendando validior. Et puto non multum abeſſe eum a meta, & facile fieri poſſe, ut aliquod adhuc temporis ſpatium effluat antequam *Francofurtanum* negotium penitus conficiatur. Sed hæc Tibi ſcribo, fortaſſe enim ipſe mallet diſcedere maturius. Itaque Tu pro prudentia Tua cum eo ages. Optimum meo judicio erit, ut ipſe Curatoribus ſignificet appropinquare terminum temporis, in quod operam addixerit: ſe vero dubitare an res domeſticæ ferant ut diutius in *Italia* hærere poſſit: itaque conſilium ſuum mature aperire voluiſſe, ut tempeſtive de ſucceſſore cogitari queat: inde per occaſionem oſtendere poterit eſſe Juvenem præclare verſatum in rebus mathematicis profundioribus, qui ſibi ſparta digniſſimus videatur, & quem nominaturus eſſet, ſi res in ſuo arbitrio foret. Eum ubi nominaverit, non dubito, quin valiturum ſit vel ipſum *Bernoullianum* nomen. Hæc conſilia mea aperire Tibi volui, quia deſiderare videbaris ut præclaro illi juveni proſpiceretur. Non dubito quin futuri ſint *Itali* non-nihil in Analyſi noſtra verſati ad ſpartam illam *Venetam* aſpiraturi, ſi diſceſſus Dni Hermanni innoteſcat. Itaque conſultum erit, ut prematur, donec præparata ſint omnia.

Mitto ſpecimen Coloris *Berolinenſis*, quem Tibi non diſpliciturum puto.

Puto a me in prioribus feſtinatione erratum circa reſiſtentiam tapetis, & rectiora eſſe quæ olim ſcripſi, uti ipſe probe judicas. Oblitus eram doctrinæ meæ veteris, & neſcio quomodo alia plane a me dicta conſtitutaque putabam.

Digitized by Google

1711. August. Ut pili a calore criſpantur, contrahunturque, ita ſimile aliquid in nervoſo genere ab influxu liquoris cujuſdam ſubtilioris facile crediderim. Hoc ergo cum doctrina de ſpiritibus animalibus non pugnat; nec puto STENONEM ſpiritus animales negaſſe.

ROMERUM obiiſſe non ſine dolore intellexi: ingentem ejus obitu jacturam paſſa eſt res mathematica, ſed maxime Aſtronomia.

Scribitur mihi *Pariſiis* Dnum. Patrem REYNALDUM librum de Calculo moliri (1); novumve an renovatum non ſatis exprimitur. Prodit etiam nova editio Operis *Malebrancani de inquiſitione veritatis.* Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 14. Auguſti 1711.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *La Science du Calcul des Grandeurs en general.* Paris 1714. 4°.

EPISTO-

Digitized by Google

EPISTOLA CLXXXVII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſionibus Francofurtana & Patavina. *De Cæruleo* Berolinenſi, &c.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

QUæ mihi perſcripſiſti nuper de ſtatu futuræ vocationis Clariſſimi HERMANNI ad ſtationem *Francofurtanam*, ea cum ipſo communicavi, ſerio hortatus, ut conſilio Tuo morem gerat, neque præcipitet diſceſſum; cum præſertim aliquod temporis ſit effluxurum, antequam *Francofurtanum* negotium, ut dicis, penitus conficiatur; eoque magis, quod terminus temporis, cui ſe adſtrinxit HERMANNUS, nondum expiravit. Tuam interim, quam offers operam in procuranda Agnato meo ſucceſſione HERMANNI, acceptamus animo gratiſſimo, ſive id fiat litteris ad Inclytum Virum *Bernardum* TREVISANUM dandis, ſive alio modo quem conducibiliorem judicaveris. Scimus enim commendationem Tuam fore efficaciſſimam; utpote ſine qua HERMANNUS ſuam Stationem *Patavinam* non obtinuiſſet, nec obtineret *Francofurtanam*. Dubito vero, an hanc ſit amplexurus, etſi ſerio velit; vereor enim ne reluctantem habeat Patrem ſuum, qui ipſum in Patriam revocatum deſideraret; hac præſertim occaſione, qua in Academia noſtra aliquot Profeſſorum ſedes vacant; quanquam non adeo magna ſpes pro illo affulgeat. Quidquid autem contigerit, ut *Francofurtum* ire, vel non poſſit, vel non velit, in omnem eventum Benevolentiæ Tuæ commendatum volo Agnatum meum. Hic certe non minus feliciter ſpartam mathematicam exornabit, quam vel HERMANNUS, vel 1711. Octob.

1711. Octobr. quiſquam alius; & qui nondum complevit annum vigeſimum quintum, ubi ad maturiorem ætatem pervenerit, nullus dubito, quin *Bernoullianum* nomen (ſi quid valet) ſit egregie tuiturus, eique augmentum non ſpernendum additurus.

Cæruleum Berolinenſe, cujus ſpecimen miſiſti, pro quo debitas exſolvo gratias, videtur elegantiſſimum: an vero requiſitam habeat durabilitatem in picturis, ubi cum aliis coloribus permiſcetur, aut etiam in illuminationibus mappis Geographicis ſuperinducendis, hoc tempus docebit. Nonnihil ejus aqua gummata dilutum, & chartæ candidæ illitum radiis ſolaribus expoſui, viſurus num quid de vivacitate ſua amiſſurum eſſet; deprehendi revera aliquantulum expalluiſſe. Dedi quoque aliquid noſtro cuidam pictori, periculum ejus facturo cum oleo; laudavit coloris elegantiam, ſed putat nihil aliud eſſe quam Indicum arte quadam præparatum. Promiſiſti mihi tuam Iconem, cujus oblitus eſſe videris. Ego vero magno teneor deſiderio: quare permittas, ut Tibi memoriam refricem: pretium Pictori ſolvam, vel ſolvi curabo lubentiſſime.

Gaudeo Te revocaſſe ea quæ in prioribus feſtinanter ſcripſiſti, circa reſiſtentiam, poſtquam monui ea non cohærere cum iis quæ olim ad me de eadem materia ſcripſeras. Ita enim nunc non fiet, ut quod privatim, etiam publice Tibi excidat, in veritatis præjudicium, & in ipſorum Tuorum aſſertorum deſtructionem; nihil magis cum quærant adverſarii, quam ut in noſmet ipſos vertant arma noſtra, ſicubi vident aliquam contradictionem ex feſtinatione commiſſam.

Clariſſimus HERMANNUS ſcribit ſe aliquid parare pro ſecundo Tomo *Miſcellaneorum Berolinenſium*: ubi ſcivero hujus Tomi impreſſionem imminere, aliquid pariter & ego ſubmittam, quod ſi dignum judicabitur, inſeri poterit. Interim Vale & Fave.

Baſileæ. 3°. 8bris 1711.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo

J. BERNOULLI.

EPIS-

EPISTOLA CLXXXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſionibus, &c. deque valetudine ſua.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

REDUX Torgavia, ubi Nuptiarum Czarigenæ ſolemnia ſpectavi, & ipſi magno *Ruſſorum* Czari collocutus ſum, Tuas inveni, incluſasque ad Dominum MENCKENIUM miſi. 1711. Decemb.

Ad illuſtriſſimum virum *Bernardum* TREVISANUM non ante de re nota ſcribam, quam ubi ſimul Dnus. HERMANNUS noſter animum abeundi ſuum declarabit.

Si conſtet Dnum. HERMANNUM ad *Francofurtenſes* non iturum, ſperem de Domino Agnato tuo utiliter agi poſſe; neque enim res præcipitabitur.

Credo Dnum. HERMANNUM ab annorum præfixorum exitu non multum abeſſe. Itaque, ni fallor, poterit mentem abeundi commodo tempore declarare, ſed ita ut ſimul ſignificet terminum præfixum a ſe expectatum iri. Id enim ad bonam fidem & dignitatem pertinet, eoque facilius audiemur pro alio agentes. Omnia igitur cum illo & deinde mecum recte conſtitues; neque enim dubito quin, pro gratitudine ſua, Tibi & Tuis faveat.

Pictori, qui Iconem meam nuper paravit male ſucceſſit.

Cæruleum *Berolinenſe* ex Indico eſſe non putem.

Diu nihil intellexi de ſtudiis, præſertimque de rebus mathematicis

1711. Decembr. maticis, ſed Tuo favore diſcere potero quid geratur. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 3. Decembr. 1711.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Incipio arthritide per varias partes, nempe pedes, manus, genua vagante, nonnihil vexari. Haud quidem diu durat, & fere quindecim diebus perfungitur, & eſt tolerabilis; ſed vereor deteriora; mala partium ſolidarum, maxime membranacearum, præ cæteris curatu difficilia ſunt.

EPISTOLA CLXXXIX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſione Patavina. *De* HARTZOEKERO. *De Transformatione Curvarum. De Experimentis* Londini *factis circa aëris reſiſtentiam, ejusque per metallum candens tranſitu, atque refrangibilitate fluidorum pellucidorum. De Problemate* Praga *miſſo. De* VARIGNONII *Reſponſione ad* GRANDIUM. *De ipſius valetudine.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

EX quo poſtremas Tuas accepi, advolarunt quoque litteræ à Clariſſimo HERMANNO, aliæque ex aliis locis, ex quibus quod ad ſtudia noſtra ſpectat Tecum jam libenter communico, etſi non magni ſint momenti. Et quidem quod ad HERMANNUM attinet; ille probat conſilium Tuum de non declarando animo ſuo abeundi, niſi paulo tantum ante terminum ſibi præ-

fixum

Digitized by Google

fixum. Et promittit ſe omnia tentaturum, ut ſucceſſio Agnato meo facilitetur. Credit quoſdam ex ipſis *Italis* ſuæ ſtationi vacaturæ inhiaturos: inter alios præſertim *Verzaglium* meum quondam diſcipulum........., Dubito etiamnum, an unquam ſit iturus *Francofurtum*, cum Parentis ſui venia; quare ſi aliquando conſtiterit meam me non fefelliſſe ſuſpicionem, operam Tuam non male collocabis in ſubſtituendo meo Agnato, qui Tibi ad ultimum vitæ halitum devinctus erit; negandum quippe non eſt ſtationem *Francofurtanam* multum eſſe præferendam *Patavinæ*. 1712. Januar.

Scripſit mihi HERMANNUS ſe Apologiam noſtram ſuſcepturum contra PARENTIUM & HARTSOEKERUM, ſub forma Epiſtolæ Anonymi ad Anonymum, ut ſcilicet inventa tum Tua, tum *Hugeniana*, *Newtoniana*, & mea contra hos ſuggillatores vindicet. *Guido* GRANDUS Monachus, in Solutione (1) Problematis mei de transformatione curvarum eumdem paralogiſmum commiſit, quem MOIVRÆUS & CRAIGIUS, quemque hic nuper publice agnovit in *Tranſactionibus Anglicanis*, (2) ubi ſimul revocavit quod contra ſolutionem meam genuinam per motum reptorium inventam, quam mechanicam eſſe prædicaverat, protruſit in lucem. Ad hanc palinodiam, quam urſi, ſine dubio ægre deſcendit........ oportet ut præterea confiteatur ſe igitur hoc Problema de transformandis curvis, quod ut leve quid traducebat, non ſolviſſe, nec hodienum ſolvere potuiſſe.......... ut inpoſterum diſcat cohibere judicium de rebus nondum ſatis attente examinatis.

Accepi nuper litteras a Nobil. BURNETO ex Anglia, qui, ſtudio Theologico relicto, Juridicum amplexus eſt: ſcribit, Cl. MOIVRÆUM ad prelum parare librum aliquem de Alea (3) (*ſur le hazard*) qui multo latius ſe ſit extenſurus, quam liber ille Gallicus, Auctore MONTMORTIO, qui ante aliquot annos

(1) In *Appendice II.* ad *quadraturam Circuli & hyperbolæ* editam *Piſæ*. 1710 4°.

(2) N°. 323. Vid. etiam *Joh.* BERNOULLI *Opp.* Tom. I. N°. LXXXIII. p. 452.

(3) Conſtituit eximius ille libellus Num. 329. integrum *Tranſactionum Philoſoph.*

1712. Januar. nos in lucem prodiit. Communicavit præterea experimenta quædam a ſocietate *Londinenſi* facta, circa deſcenſum gravium: Globum ſcilicet ex argento vivo (haud dubie acalgamato (1), quod non addit) diametri $\frac{8}{10}$ pollicum, & ponderis 908 granorum, deſcendiſſe per 220 pedes anglic., quatuor minutis ſecundis; ſed Globum vitreum diametri $1\frac{1}{10}$ poll. gran. 510, per eamdem altitudinem deſcendiſſe $8\frac{1}{2}$ ſecund: ita ut hic, plus quam duplo majori tempore opus habuerit, quam ille; quod reſiſtentiæ aëris, quæ majorem effectum habuit in vitrum quam in mercurium, eſt adſcribendum. Diſcrepantiam autem tam ſenſibilem non credidiſſem. Alterum experimentum erat, quod aër perflans metallum aliquod candens (forte liquefactum) ad reſpirationem ſit inutilis: (2) Item quod refrangibilitas in diaphanis fluidis, non gravitati ſpecificæ, ſed eorum inflammabilitati proportionetur. Sed non ſatis capio, unde enim aqua duceret ſuam refrangibilitatem, ſiquidem inflammabilis nullo modo dici poſſit.

Accepi nuper ſub involucro, ſed ſine adjectis litteris, ſchedam aliquam impreſſam ſub hoc titulo Columna Herculea, *ſeu Problema Pragenſe*, *Auguſtiſſimo Romanorum Imperatori* Carolo VI. *ſubmiſſe conſecratum*, *omnibus Geometris in Arenam anni* 1712 *propoſitum*. Ipſum vero Problema, quod auctor tribus diſtichis concepit, eſt valde triviale; ut mirer ipſum non puduiſſe id in publicum ſpargere: huc enim redit. *Invenire ſphæram, cujus ſuperficies, una cum ſuperficie dati alicujus Cylindri recti (excluſis baſibus), æqualis ſit ſuperficiei globi dato Cylindro circumſcripti.* Forſitan etiam ad Te exemplar aliquod miſſum eſt. Interim aliquis ex Diſcipulis meis ſolutionem ſuam, in ſimili ſcheda conſcriptam, protinus *Pragam* remiſit, ſub hoc titulo: Columna *Herculea*, *ſine labore Herculeo ſuperata*; *ſeu Problematis Pragenſis*, *Auguſto Romanorum Imperatori* Carolo VI. *conſecrati ſolutio*, & *conſtructio*, *intra minus quam ſemi-*

(1) Globus erat vitreus argento vivo plenus. Vid. *Tranſ. Phil.* N°. 328.
(2) *Ibid.*

ſemiquadrantem horæ inventa & exhibita ab infimo Mathematum Tyrone; una cum duplici Problemate; altero longe ultra fretum Herculeum petito, & Problematiſtæ redhoſtamenti loco, viciſſim in ſtrenam propoſito. Duo autem iſta Problemata ita ſonant. *Invenire Rhumbum, qui tranſeat per data duo loca, longitudine & latitudine differentia.* 2°. *Determinare Rhumbum breviſſimum, a loco dato ad Meridianum poſitione datum*: Videbimus quantus vir ſit *Pragenſis*. Miſiſſem Tibi ſchedam integram mei Diſcipuli, niſi id moleſtum Tibi fore metuiſſem. 1712. Mart.

Ecce hic ſchediaſma, quod nudius-tertius accepi a Cl. Varignonio, continens reſponſionem ejus ad *Guidonis* Grandi *librum*, *De infinitis infinitorum.* Rogat ille, ut porro mittatur *Lipſiam*, *Actis* inſerendum; (1) optatque, ut ſi liber Grandi nondum eſt recenſitus, ejus recenſio & reſponſio hæc in eodem menſe prodeant. Cum non dubitem Te demereri velle Cl. Varignonium, curabis ut res ad ipſius votum ſuccedat. Meditatus ſum novam & facilem rationem explorandi fluidorum gravitates ſpecificas, ope Pendulorum, & longe quidem accuratius quam per vulgaria illa inſtrumenta (*peſe liqueurs*) hactenus uſitata; forte aliquid de ea re ad *Acta* mittam, (2) aut ad *Miſcellanea Berolinenſia*, ſi ea continuantur.

Doleo Pictori, qui Iconem Tuam paravit, male ſucceſſiſſe; an autem ea potiundi nulla ſpes ſupereſt! Nullone pretio habenda? ægre intellexi, nec ſine dolore Te incipere vexari Arthritide vaga. Species eſt Podagræ, cujus ego jam aliquot inſultus habui, ex quo in Patriam reverſus ſum: noſti vero quod de ea non male ominentur Medici, ſi ea demum venit, hac qua Tu es ætate. Summitates urticarum, menſibus vernis collectæ, & inter duo folia chartæ exſiccatæ, a quibuſdam hic ſummo cum fructu tanquam arcanum uſurpantur, ad modum potûs Theæ; certum

(1) Inſertum. eſt A° 1712. *April. pag.* 154.
(2) Vid. *Act. Erud.* 1713. *Febr. pag.* 77. & *Mart. pag.* 155. vel *Opp. Tom.* 1. *N°. XC. p.* 514.

Digitized by Google

certum eſt urticam inſigne eſſe diureticum : oportet autem potum iſtum continuare quotidie per ſat longum tempus. Hisce Vale & Favere perge.

Baſileæ initio anni 1712.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CXC.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſionibus Patavina & Francofurtana. *De ratione inter quantitates poſitivas & negativas imaginaria. De Problemate* Pragenſi, &c.

Vir Celeberrime & Nobiliſſime, Fautor Honoratiſſime !

1712. Mart. SIGNIFICO expeditam jam eſſe vocationem Clariſſimi HERMANNI noſtri ad Academiam *Francofurtanam*, ſed non ideo minus poterit rem tegere *Patavii*, & moram trahere, donec terminus expirarit, atque interim præparare iter Domino *Nicolao* BERNOULLIO. Nec dubito & nominis *Bernoulliani* claritatem, & commendationem HERMANNI ipſius pondus habituram. Quod ſi a me aliquid conferri poſſit, indicabis tempus ac modum.

Antagoniſtæ HERMANNI ad ſucceſſionem haud dubie aſpiraturo oberit opinor admiſſus nuper error, quantum ex Clariſſimo HERMANNO intellexi, & ipſa contra monitorem HERMANNUM impotens acerbitas. Chartas ille Tuas ſecum, ex communica-

Digitized by Google

municatione Tua, ſed non & ingenium judiciumque abſtulit, quod communicare cum ipſo non potuiſti. Fortaſſe e re erit Tuo ac Varignonii judicio errorem quem admiſit damnari, ut qui rem diſcutere ſatis nequeunt ex rationibus authoritate moveantur. Fateor, ſi omnia paria eſſent, *Italum* ab *Italis* extraneo & *Helvetio*, & Religione diverſo prælatum iri; ſed nunc cum nondum apud eos ſatis radicata ſit nova analyſis, recte exteris utentur, donec iis indigere deſinant. 1712. Mart.

Varignoniana ad Grandii objectiones reſponſio in *Actis Lipſienſibus* menſe Aprili comparebit; adjeci Obſervatiunculam (1), notavique; etſi poſſit dici — 1 & ſimiles expreſſiones ſignificare nihilo minora, non tamen dari rationes niſi imaginarias, quarum antecedens aut conſequens ſit quantitas nihilo minor, ſeu rationem — 1 ad 1, vel 1 ad — 1 eſſe imaginariam. Quod inter alia ex eo probo, quia huic rationi vel ſimili nullus reſpondet Logarithmus.

Quia Dnus Hermannus vocatus eſt *Francofurtum*, fortaſſe optimum erit, ut illuc eat *Patavino* tempore expleto; nam ſi recuſet, vereor ne alius irrepat, nec liceat de Dno. Agnato Tuo cum fructu agere. Sed ſi adeat locum, facilius opinor obtineri deinde ſubſtitutio poterit.

Vereor ne in noviſſima Experimenta *Londinenſia* de deſcenſu gravium error irrepſerit.

Pragenſis ille Mathematicus, qui Herculis *Columnas* tranſiiſſe ſibi viſus eſt, fortaſſe Jeſuita aliquis fuerit ex numero mediocrium Geometrarum. Et vereor ne quicquam de Rhumbis intelligat.

Neſcio an habeant *Lipſiæ* librum Grandii, itaque fortaſſe recte illuc aliqua ejus recenſio miſſa fuiſſet; ſed mihi quoque non eſt ad manus.

Pro urticarum remedio gratias ago.

(1) G. G. L. *Obſervatio quod rationes ſive proportiones non habeant locum circa quantitates nihilo minores, & de vero ſenſu Methodi infiniteſimalis.* Act. Erud. 1712. April. p. 167.

Digitized by Google

Spero Dominum Cognatum tuum in poſterum, cum mihi honorem litterarum ſuarum impertietur, aſperſurum aliquid ex ſuæ eruditionis penu, quo doctior fiam. Nam hac etiam ætate diſcere mihi dulce eſt. Quod ſupereſt. Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 16. Martii 1712.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXCI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Profeſſione Patavina.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1712. April. LITTERAS meas nuperas acceperis, quibus ſignificavi vocationem Dni HERMANNI noſtri in Academiam *Francofurtenſem* eſſe expeditam. Nunc addo ipſum Dno WOLFIO Profeſſori *Hallenſi* ſcripſiſſe, mox affore ſeſe ad ſtationem capeſſendam. Spero tamen nihil præcipitaturum, nec ante tempus *Patavio* abiturum, ut benevolentia Procerum *Venetorum* conſervetur, promiſſiſque ſatisfiat, & facilius ſurrogatio obtineri poſſit. Nam *Berolino* non uſque adeo urgebitur, ut veniam maturioris diſceſſionis a *Venetis* petere neceſſe ſit futurum. Credo meas interim litteras ipſi redditas, & non ingratum accidiſſe qualecunque conſilium, ex bono animo profectum, de rebus non præcipitandis, antequam digno ſucceſſori via ſternatur. Nec dubito Te quoque in eumdem ſenſum litteras ad eum dediſſe, omniaque adhuc in integro fore. Ubi ergo intellexero quo res ſit loco, quæque ſit HERMANNI noſtri ſententia, faciam quæ e re fore judi-

judicabitis. Et ſi vobis ita videbitur, ad illuſtrem Virum *Bernardum* Trevisanum pro Agnato tuo ſcribam. Et credo pondus habebit apud ipſum alioſque intelligentes, quod novas Methodos nondum ſatis in *Italia* intelligi ex erroribus tum *Guidonis* Grandii, qui Problema tuum male ſolvit, tum illius diſcipuli Tui, ..., intelligi poteſt. Itaque rectiſſime facient Proceres, ſi vocent peritum veræ Analyſeos, ut radices meliores in *Italia* figere poſſit. Id quoque Hermannus inſinuare poterit. Alioqui vereor ne ſucceſſorem accipiat quem minime velletis. .... Quod ſupereſt, Vale & Fave. 1712. April.

Dabam *Hanovera* 7. Aprilis 1712.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

EPISTO-

EPISTOLA CXCII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Profeſſione Patavina, *hortatur ut medicinæ matheſin applicet. Varia.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1712. Mai. LITTERAS meas Tibi rite redditas puto; nunc ſignifico adveniſſe a Clariſſimo HERMANNO ſcriptas, quibus ſignificat acceptatam a ſe vocationem reſponſione *Berolinum* miſſa; ſummo autem ſtudio operam a ſe datum iri, ut Dominus Agnatus tuus ſurrogari poſſit. Agnoſcit autem ad hoc obtinendum fore conſultum, ut ante præfixi ſibi apud *Patavinos* temporis exitum non diſcedat, quo plus gratiæ & Auctoritatis habeat ſua conterranei commendatio. Sed veretur ne tanta mora ſibi *Berolini* noceat; nam integrum adhuc annum ſupereſſe, in quem *Patavinis* ſit obſtrictus. Itaque petit ut ſententiam meam reſcribam. Reſpondeo mihi videri poſſe diſceſſum bona cum *Berolinenſium* gratia trahi, vel ideo quod negotium *Francofurtanæ* vocationis ad extremum uſque in incerto fuit, non-nullis contra machinantibus. Itaque HERMANNO in ea incertitudine non licuiſſe proſpicere rebus ſuis, & præparare ſe ad diſceſſum, bona cum gratia Procerum *Venetorum* impetrandum, quibus utique paulum ſpatii dandum ſit ad novam vocationem, cum ipſæ leges, quibus illuc vocatus ſit, tale aliquid exigere videantur. Idque me velle in anteceſſum inſinuare *Berolinenſibus*, & oſtendere pene impoſſibile fore HERMANNO *Francofurtanam* ſtationem adire hoc anno. Reliquos aliquot menſes deinde ex anno ſequente etiam facile indulgebunt. Quanquam etiam fortaſſe ſi confici interim mature poſſet Domini Agnati tui vocatio, promptior diſceſſus alio ſubrogato minus difficilis futurus eſſet. Cæterum il-

lud

Digitized by Google

illud prudenter monet, Proceres *Venetos* amiſſo GUILLIELMI-NO talem quæſituros Mathematicum, qui etiam circa curam aquarum utilis eſſe poſſit. Itaque magnum pondus habiturum, ſi a Domino Agnato tuo, ſagacis utique ingenii Juvene, tale quid expectari poſſet. Quare mihi in mentem venit, recte illum facturum, ſi quam-primum huic negotio animum applicet, & re Tecum communicata, cui nihil in his rebus arduum eſt, promulſidem aliquam edat in hoc, unde ſpem illi concipere queant, accedente ipſa harum rerum tractatione, futurum illum in eo genere utilem Reipublicæ ſuæ. Et ſane res eſt per ſe egregia, &, non minus ob ſubtilitatem quam ob uſum, ſcitu digna. Si excurreret ad *Batavos*, ibique aquaria opera inſpiceret, id plurimum ad commendationem facere poſſet. Sed hæc mea ſunt cogitata, quæ Tuis ſummitto, profecta ex optimo animo, & vobis & Reipublicæ conſulendi. . . . . 1712. Mai.

. . . .

Dominum Agnatum tuum rogo ut a me ſalutes; is rem gratiſſimam faciet, ſi aliquando meditationes ſuas mecum communicabit, & quæ in re litteraria agantur docebit. Non dubito quin plurimum ei profuerit iter *Pariſinum*. Annon ſperare licet inedita quædam utilia in Domini *Fratris* quondam tui *Jacobi* ſchedis adhuc latentia, in lucem proditura.

Tu quoque, cum multa adhuc præclara haud dubie in numerato habeas, velim ne meditationes tuas perire ſinas, quibus nemo pretium ponere me ſcit melius. Inprimis optem ut cogites de Matheſi magis magiſque ad naturam applicanda. Digna Te ſunt quæ de muſculis dediſti; talia plura dare poſſes, quæ uſum oſtenderent Matheſeos etiam in re medica. Scis magnas nunc eſſe lites in *Anglia*, in *Batavis*, in *Gallia*, de uſu Mechanices in Medicina: quidam negant omnia fieri mechanice in noſtrorum corporum actionibus, in quorum numero eſt STAHLIUS ille, qui per litteras mecum certavit, ſed credo ſemetipſum non ſatis intelligit. Quidam contra omnia putant explicari a nobis poſſe mechanice. Ego neutris accedo: Omnia quidem in his mechanice fiunt, ſed nondum eo uſque profecti ſumus, ut

1712. Mai. ut omnia mechanice explicare poſſimus. Interim non ſpernendum eſt hoc ſtudium Mechanices, ſed magis magiſque excolendum. Videntur in organicis plurima conſtare perpetuis vibrationibus inſenſibilibus, quæ cum videmur quieſcere, a contrariis coercentur. Itaque res vere ad vim elaſticam redit. Ipſam memoriam in vibrationum perduratione conſiſtere ſuſpicor, ut campana pulſata diu adhuc tinnit aſſonatque. Itaque fluido, quod ſpirituum animalium nomine venit, non videmur habere opus, niſi ad ipſam vis elaſticæ rationem reddendam, quæ tamen ad praxin neceſſaria non eſt, quanquam non ſit negligenda ad explicandam ſummam rerum. . . . . .

. . . .

Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 6. Maii 1712.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. An ſcis qui urticarum ſummitatibus cum fructu uſus ſit? Ad Dominum *Bernardum* TREVISANUM, ſcriptis celebrem, cum quo mihi ſubinde litterarium commercium eſt, & Dominum QUIRINUM Nobilem *Venetum* alium, qui mihi eſt amicus, diuque in Aula noſtra egit, in Domini Agnati tui gratiam ſcripſi, & litteras ad Dominum HERMANNUM miſi ab ipſo tradendas.

EPIS-

EPISTOLA CXCIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſione Patavina. *De ratione inter quantitates poſitivas & negativas imaginaria. De Logarithmis Numerorum negativorum. Aliud Problema* Pragenſe. *De infuſione ſummitatum urticarum. De uſu Matheſeos in re Medica. De cauſa elateris.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

AD ternas, quas abs Te accepi, litteras nunc una vice reſpondeo. Gratum fuit intelligere vocationem HERMANNI ad Academiam *Francofurtanam* tandem expeditam fuiſſe; ejus me antea certiorem fecerat Clariſſimus WOLFIUS, qui, miſſo ad me protinus Apographo Epiſtolæ Regiæ ad HERMANNUM datæ, ſimul me rogaverat ut illud porro mitterem ad eumdem, majoris ſecuritatis gratia; ut ſi forte Autographum ipſum per aliam viam miſſum intercideret, ſaltem illud alterum ad manus ejus pervenire poſſet. Intellexi poſtea utrumque HERMANNO rite traditum & vocationem acceptatam, & ita quidem, ut ex inſtigatione Cl. WOLFII, hac adhuc æſtate diſceſſum *Patavio* ſibi ſuſcipere proponeret. Nunc vero uti videt hoc fieri non poſſe, ſalva Procerum *Venetorum* benevolentia, quibus in ſex annos ſe addixit, mutavit ſententiam, conſtituitque ſextum etiam annum, qui termino adhuc deeſt, in ſtatione ſua complere, Tuo conſilio & hortatu, ut puto, inductus, qui ipſi perſuaſiſti nihil eſſe quod diſceſſum valde urgeat, eumque facile trahi poſſe, bona cum *Berolinenſium* gratia. Sic itaque non dubito poſſe HERMANNUM paulatim *Venetorum* animos lucrari pro 1712. Mai.

Digitized by Google

1712. Mai. Agnato meo ſibi ſurrogando, quando præſertim acceſſerit Tua commendatio, quæ præ omni alia plurimum virium & efficaciæ habebit. . . . .

. . . .

Non male ſuades ut Agnatus mechanicæ aquariæ ſe applicet; idem & ego ſuaſi; quod tantum effecit, ut forte brevi ad *Batavos* ſit excurſurus, ibique, quæ ad hanc rem ſpectant, accuratius explorare poſſit. . . . . Cæterum Agnatus jam nuper ad Tuas reſpondit, is ſalutem officioſiſſimam cum cultu ſuo per me Tibi dicit. . . . .

. . . .

Non prorſus Tecum ſentio, rationem -1 ad 1, vel 1 ad -1 eſſe imaginariam, ex eo quod huic rationi nullus reſpondeat Logarithmus; ſupponis enim numerum negativum nullum habere Logarithmum; cujus contrarium ego ſic probo. Eſto x numerus variabilis, per infinite parva creſcens, cujus Logarithmus ſit lx; dico eumdem lx reſpondere ipſi $-x$, æque ac ipſi $+x$: hoc eſt $lx = l-x$: Nam ſcis dlx eſſe $= dx : x$, hoc eſt differentiale alicujus Logarithmi haberi dividendo differentiale numeri per ipſum numerum; cum itaque $dx : x$ ſit $= -dx : -x$; patet propoſitum. Ecce rei connexionem $dlx = dx : x = -dx : -x = dl-x$: Ergo etiam $lx = l-x$: Unde vides, (*Fig.* 118.) curvam Logarithmicam ABC habere ſuam comparem $\alpha\beta\gamma$, ut, exempli gratia, Hyperbola ſuam oppoſitam; ita ut, ſumta BE pro unitate, EF ſit Logarithmus non tantum ipſius CF, ſed & ipſius γF, quæ deſignat numerum prioris negativum.

Tab. XXII.

Miſſa nuper ad me eſt altera Scheda, continens ſolutionem Problematis *Pragenſis* ab *Auſtriaco* quodam; a quo etiam proponitur viciſſim idem Problema, ſed non-nihil auctum, de conſtruenda nempe baſi ex ſemiglobo truncato columnæ ſubſternendæ, cujus ſuperficies, cum ſuperficie columnæ & globi impoſiti, habeant rationem continuam. Videtur uterque, & Problematiſta & Solutor, ad eumdem ordinem Geometrarum referri debere; nam tri-

trivialia ſunt utriuſque, & a neutro ſolutionem Problematis de Rhumbis ſperare poſſum. . . . . 1710. Octob.

Quæris in poſtremis Tuis, an ſciam qui urticarum ſummitatibus cum fructu uſus ſit: reſpondeo me ex ore quorumdam audiviſſe, qui in ſe ipſis experimentum cum ſucceſſu fecerunt; ita ut jam paſſim ejus uſus apud nos invaluerit, & ipſe Ego jam per aliquot hebdomadas eodem utar, ut nimirum mature occurram podagræ jam aliquoties ſe mihi manifeſtanti, & pectoris fluxionibus, quibus ſæpe vexor; contra quas & reliquos pectoris affectus inprimis urticæ commendantur: videbo quantum mihi profuerint.

Quæ de uſu Matheſeos in Re medica mones, utilia ſunt, de quibus aliquando cogitabo. Sunt ſane mihi multa, quæ olim conſcripſi, ſed indigeſta, Phyſico-Medico-Mechanico-Mathematica. Ubi vacaverit, aliquid in ordinem redigam: *Miſcellaneis Berolinenſibus*, ſi continuarentur, inferendum. Etiam ego ſum in opinione organica corpora naturalia conſiſtere in perpetuis vibrationibus ſe mutuo coercentibus, & a quadam elaſticitate originem habentibus; ita ut adſit quædam veluti actio & reactio inter partes, quarum quamdiu altera alteri non prævalet, machina quieſcit: ſicuti aër condenſatus, cujus partes ſingulæ ſe mutuo urgent viribus æqualibus, & tota tamen moles quieſcit, quamdiu vas ubi incluſus probe undiquaque munitum & obturatum eſt. Quod ejus elaterium attinet; habeo cauſam Phyſico-Mechanicam (1) ad explicandam ejus proprietatem, quod vires aëris elaſticitatis ſint ejuſdem denſitatibus proportionales, cæteris paribus; hoc eſt, ſervato eodem caloris gradu: cujus rationem evidentem & claram nemo dedit. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Baſileæ 25. Maii. 1712.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus

J. BERNOULLI.

(1) *Hanc habes in Append. ad Diſſertat. de Motu.* Opp. Tom. III. N°. CXXXV. pag. 83.

EPISTOLA CXCIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Logarithmis Numerorum negativorum. De Muysii Elementis Phyſices. *De ſua cum* Hartsoekero *controverſia.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1712. Jun. ITa eſt ut ais. . . . . :
. . . .
Venetiis aut *Patavii* nihil amplius intellexi.

Miror Te, pro acumine Tuo, non vidiſſe, haud poſſe dari Logarithmum τῦ — 2, quia non poteſt dari Logarithmus τῦ $\sqrt{-2}$, qui eſſet prioris dimidius. At dicis; differentiale numeri $-x$, quod eſt $-dx$ diviſum per numerum $-x$, dabit elementum logarithmicum $-dx:-x$, ſeu $dx:x$. Sed hæc regula, quod differentiale diviſum per numerum dat differentiale Logarithmi, & quævis alia de Logarithmorum natura & conſtructione non habet locum in numeris negativis, ut reperies, ubi demonſtrare voles.

Ipſa etiam figura oſtendit non poſſe perveniri ad Logarithmum -1, vel ſimilem; quia x (*Fig.* 119.) ordinata logarithmica LL non poteſt ita decreſcere ut evaneſcat tandem, ſeu perveniat ad 0, & deinde tranſeat in contrariam partem, ſeu ad -1, ut fit (*Fig.* 120.) in curva CC. Nam ad hoc obtinendum debuiſſet curva Logarithmica ſecare axem, qui tamen ei eſt aſymtotos. (Ta. xxii.)

Si *Leydam* adhuc cogitas, ſuggero vocationem aliquam ibi eſſe debere Tibi convenientem, nam Muysius, cujus *Elementa Phyſi-*

Digitized by Google

Phyſices (1) forte vidiſti, *Franekeræ* Medicinæ Doctor & Ma- 1712.
theſeos Profeſſor, illuc, ut intellexi cogitat, & vocari ſperat. Jun.
Itaque non eſſet differendum, ſi quid moliris. Elementorum ejus ſuperbus eſt titulus, ait enim methodo mathematica eſſe demonſtrata, ſed ego in illis plus ſubtilitatis, quam ſoliditatis deprehendi. Recte quidem contra vacuum & Atomos pugnat, ſed male extenſionem habet pro ſubſtantia, & ab ea derivat impenetrabilitatem vel ἀντιτυπίαν, cum tamen corporis extenſio nihil aliud ſit, quam repetitio ſeu diffuſio Antitypiæ; atque ita extenſio non eſt primum ſed aliquid ſupponit. Recte quidem contendit duritiem in corporibus a motu oriri, ſeparationem impediente; ſed an rem ſufficienter explicaverit dubito. *Anglorum* tamen jactatam pro vacuo demonſtrationem recte mihi refutare videtur.

Fuit mihi cum Hartsoekero quædam per litteras concertatio (2). Contendit ille eſſe quaſdam atomos in perfecto aliquo fluido omni cohæſione carente natantes, & ex his duobus omnia oriri. Ego nec perfectas atomos, nec perfectum fluidum admitto, putoque in omni corpore eſſe aliquem cohæſionis & aliquam fluiditatis gradum, extrema autem iſta cum Legibus naturæ pugnare.

Litteras noſtras amicus communis in *Galliam* miſit, fortaſſe pro parte illic *Trivultiano* diario inſerendas........... Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 30. Junii 1712.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

(1) *Elementa Phyſices methodo mathematica demonſtrata &c. Amſtel.* 1711. 4°.

(2) *Journal de Trevoux*, 1712. *Mars & Avril. & Journal des Sçavans. Ed. Holl. Dec.* 1712, *& Janv.* 1713.

EPIS-

EPISTOLA CXCV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Profeſſione Patavina & HERMANNO. *Varia.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1712. Jul. EPISTOLAM à præclariſſimo HERMANNO noſtro accepi, qua in ſententiam meam ſe concedere, & differre velle digreſſum, & de tuo Agnato Domino *Nicolao* BERNOULLIO commendando ſollicitum fore perſcripſit. Non dubito quin idem Tibi quoque ſignificarit. Puto autem recte facturum, ſi Curatoribus Academiæ ſignificet, finito penſo diſcedendum ſibi, & privatis ſermonibus id agat ut de ſucceſſore quem vellemus cogitetur. Si adeſſet Dnus *Abbas* FARDELLA, rem credo non difficulter conficeremus; ſed ille, *Barcinone* gravi morbo tactus, vereor ut ſuperſit. Ego interim amicos *Berolinenſes* monui, ut curent ne quid Dnus HERMANNUS ex mora detrimenti capiat.

Ait Dnus HERMANNUS ſeſe habere Demonſtrationem quamdam novam ſententiæ meæ Dynamicæ, quod vires ejuſdem corporis ſint ut quadrata celeritatum. Ejus demonſtrationis cognoſcendæ ſum percupidus, præſertim ſi differat ab iis quas hactenus adhibuimus, partim a priori, partim a poſteriori.

Non dubito quin Dominus Agnatus tuus præclaros, pro ingenio ſuo, in rebus mathematicis progreſſus facere pergat; & huic multa commendare poteris, quem Tibi agere minus vacabit. Unum opto, ut de rebus medicis cogites paulo attentius, diſpiciaſque an ad aliquod Inſtitutionum rudimentum ſive tentamentum ſaltem conjecturale perveniri poſſit. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 6. Julii 1712.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S.

P. S. Incluſas ad Dominos Turretinum & Scheuchzerum curari peto. Vereor ne nova pax *Anglicana*, ſi longius ſerpit, etiam *Helvetiæ* circulos turbet. Hactenus *Batavi* ſeſe fortes oſtendunt.

EPISTOLA CXCVI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentes.

De Agnato ſuo & Hermanno. *De Logarithmis Numerorum negativorum. De* Muysii Elementis Phyſicæ. *De* Collinsii *Commercio Epiſtolico.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

AD binas Tuas poſtremas reſponſum debeo: in poſteriori- 1712.
bus incluſas alias ad Turretinum, rite curavi, ſed ad Aug.
Scheuchzerum, quas dicis, nullas inveni; fortaſſe oblitus es includere . . . .

. . . .

Agnatus meus fortaſſis jam eſt in *Anglia*. Accepi nuperrime litteras ab eo *Roterodamo*, in quibus ſe procinctum ſignificat ad transfretandum in *Angliam*; rogatque ut ſibi condones, quod ad litteras Tuas ad ſe datas nondum reſponderit; ſe id facturum quam-primum iter ſuum in *Angliam* abſolverit. . . . . Quamprimum ad Hermannum ſcribam; rogare non obliviſcar, qualem habeat novam Demonſtrationem ſententiæ Tuæ dynamicæ, quod vires ejuſdem corporis ſint ut quadrata celeritatum. Curioſus quidem & ego ſum cognoſcendi num illa præſtet meæ quam exhibui a priori, communicavique olim cum Voldero, quam viſam laudavit, & ideo ſententiæ Tuæ acceſſit.

 Nondum

Digitized by Google

1712. Aug. Nondum video haud poſſe dari Logarithmum τȣ̃ -2: nego enim quod aſſeris Logarithmum τȣ̃ $\sqrt{-2}$ eſſe prioris dimidium; etſi verum ſit logarithmum τȣ̃ $\sqrt{2}$ eſſe dimidium logarithmi τȣ̃ 2: oportet quippe inſpicere rationem hujus veritatis, & videbis diſcrimen. Ideo ſcilicet Logarithmus τȣ̃ $\sqrt{2}$ eſt dimidium Logarithmi τȣ̃ 2, quia $\sqrt{2}$ eſt medium proportionale inter 1 & 2: ſed $\sqrt{-2}$ non eſt medium proportionale inter -1 & -2, adeoque concludi non poteſt Logarithmum τȣ̃ $\sqrt{-2}$ eſſe dimidium Logarithmi τȣ̃ -2; adeoque quemadmodum Logarithmus τȣ̃ $\sqrt{1 \times 2}$ eſt dimidium Logarithmi τȣ̃ 2, ita quoque Logarithmus $\sqrt{-1 \times -2}$, eſt dimidium Logarithmi -2, hoc eſt, Logarithmus $\sqrt{2}$ eſt dimidium Logarithmi -2, æque ac dimidium Logarithmi τȣ̃ $+2$. Id quod maxime confirmat argumentum in poſtremis meis allatum, eſſe ſcilicet Logarithmum $x =$ Logarithmo $-x$; ex eo quod $dx : x$ ſit $= -dx : -x$. Et ſic numeri alicujus, tam affirmativi, quam negativi, communem eſſe Logarithmum. Miror vero Te velle ex figura contrarium oſtendere, quaſi (*Fig.* 121.) ordinata logarithmicæ LL non poſſit ita decreſcere, ut evaneſcat tandem, ſeu perveniat ad 0, & deinde tranſeat in contrariam partem ſeu ad $-x$, ſicuti (*Fig.* 122.) ſit in curva C; cum ſuppetant tamen innumera exempla quotidie obvia, quæ utramque Tui argumenti partem vacillare evincunt. Primo etenim, curva aliqua in partem oppoſitam ſeu $+x$ in $-x$ tranſire poteſt, ita ut non opus ſit ut evaneſcat, ſeu perveniat ad 0; ſicuti videre eſt in Hyperbola ordinaria, ſuper axe conjugato, cujus pars abſciſſa communis eſt ordinatæ affirmativæ & negativæ, licet nunquam evaneſcenti Secundo, nego Logarithmicam LL non ad alteram partem pervenire λλ, per evaneſcentiam ordinatarum x; hoc enim ſit poſtquam LL excurrit in infinitum, ubi quippe evaneſcit x, ſeu pervenit ad 0, hujuſmodi iterum multa exempla habemus, ſicuti videmus in Conchoïde Nicomedis, cujus (*Fig.* 123.) duæ ſunt partes oppoſitæ ABC & αβγ, ſuper eodem axe DEF & ex eodem polo O deſcriptæ, quæ tamen non in ſe invicem tranſeunt, niſi poſt excurſionem in infinitum. Habes itaque exem-

TAB. XXII

exemplum in hac altera curva, cujus æquatio [poſitis ordinatis 1712.
x & z] $xx = a^4 : (az + zz)$ ſeu $x = \pm aa : \sqrt{(az+zz)}$; Aug.
oſtenditur eam habere duas partes convergentes in infinitum, dum interim ordinata quælibet x affirmativa, oppoſitam habet x negativam, plane ut in Logarithmica fieri ſtatuo. Quæ omnia, ubi perpenderis, forte mutabis opinionem, & quæ in noviſſimo *Actorum* Aprili, nuperrime tantum mihi viſo, hac de re habes, retractanda ultro fateberis. . . . .

Vidi Muysii *Elementa Phyſices*, & perluſtravi. . . . .
. . . .

Auctorem nunquam vidi tot verba facientem de rebus nihili; videtur id ſolum affectaſſe ut Opus ſcriberet diffuſum & mole amplum, unicam ibi deprehendi demonſtrationem geometricam, quam hauſit ex Keilio; hic vero ſine dubio ex *Newtonianis*, ſcilicet de Tautochroniſmo Cycloïdis. Muysius enim ut ſuſpicor, non admodum profunde in Geometriam penetravit. De Hartsoekero idem fere ſentio; habet tamen in experimentalibus plus dexteritatis, ſed etiam in refutando plus . . . . quam Muysius, atque plus. . . . .

In Litteris noviſſimis Burneti ſequentia inveni ad Te ſpectantia. *L'on eſt occupé préſentement à la Société* [de Londres] *à démontrer, par des Lettres originale, que la Méthode des fluxions a été connue plus de 7 ans, avant que Monſieur* Leibnitz *en ait rien publié, & que Monſieur* Leibnitz *en pouvoit avoir vû les principes chez un Monſieur* Collins, *qui les avoit à* Londres, *dans le tems que Monſieur* Leibnitz, *y a été, & qu'e ſuite, par des Lettres, il a demandé des éclairciſſemens, qui montroient qu'il n'entendoit pas encore la matiére, cinq ans après que Monſieur* Newton *l'a fait voir complette à ſes amis. Cette controverſe a été cauſée par les Meſſieurs de* Leipſic, *qui ont critiqué mal à propos le Livre de Monſieur* Newton *ſur les quadratures*, & de Enumeratione

Nn 2 cur-

Digitized by Google

curvarum. Tuum eſt videre quomodo hanc Anglorum ambitionem retundas. Interim Vale & Fave.

Baſileæ 13. Auguſt. 1712.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. Bernoulli.

EPISTOLA CXCVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Nicol. Bernoullio *& Profeſſione* Patavina.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1712. Aug. NOn dubito, quin Dnus Hermannus noſter Tibi ſignificaverit, quid cum Domino *Bernardo* Trevisano ſit locutus, & quid ille ſuaſerit. Significavit autem mihi e re fore, ut Dominus Agnatus tuus apud Legatos *Venetos* in *Batavis* & *Gallia* agentes de meliore nota commendetur, & præſertim apud *Dominum* Ruzinum Procuratorem S. Marci, nunc *Ultrajecti* Reipublicæ cauſa agentem, quia ille ipſe etiam Reformator eſt ſtudii *Patavini.* Itaque ſcripſi ipſe ad Dominum *Baronem de* Bothmar Legatum Electoris mei, ut rem *Domino* Ruzino commendare vellet. Sed cum Botmarus *Hagæ*, Ruzinus vero *Ultrajecti* eſſet, ille huic excerptum ex Epiſtola mea mitti curavit, reſponſum autem fortaſſe non feret, donec ipſe Bothmarus negotiorum cauſa *Ultrajectum* excurrat. Interea volui ne hoc neſcires, ut per amicum aliquem in *Batavis* aut *Ultrajecti* poſſis invigilare negotio, efficereque ut Dominus Ruzinus a Peritis intelligat quod res eſt, quantum ſcilicet familiæ veſtræ debeant Litteræ mathematicæ, & quantum a Juvene doctiſſimo Agnato tuo ſit expectandum; Ita confirmabuntur aliorum teſti-

teſtimonio quæ ego perſcripſi. E re etiam erit Dominum 1712.
Emum Legatum Sereniſſimæ Reipublicæ *Venetæ* ad Regem Chriſ- Aug.
tianiſſimum de eadem re edoceri, ut ſuffragio quoque ſuo votis noſtris accedat. Id vero ut agas, Tibi per Varignonium alioſque amicos *Pariſiis* perfacile erit. Denique ſi ipſe Agnatus tuus iter in *Batavos* faceret, & rei aquariæ cognoſcendæ operam ocularem daret, ſeque in Illuſtris Ruzini gratiam coram inſinuaret, minus eſſet de ſucceſſu dubitandum. Ego ſtudium ejus in rem aquariam impenſum ex præſumta voluntate ejus, litteriſque Tuis jam tum in meis commendavi. Vale.

Dabam *Brunſvigæ* 31. Auguſti 1712.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

EPISTOLA CXCVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad penultimam.

De BERNARDO & MUYSIO. *De Commercio Epiſtolico* Anglorum, &c.

Vir Nobiliſſime, & Celeberrime!

1712. Septem. VIx litteras ad Te dimiſeram cum alias a Te accepi; vellem ſciviſſe iter in *Batavos* Domini agnati Tui, monuiſſem enim ut Illuſtriſſimum RUZINUM *Ultrajecti* adiret; ſed hoc fortaſſe in reditu fieri poterit; Dominus HERMANNUS publicationem diſceſſus ſui nondum maturam putat. Puto Dominum Agnatum tuum hydragogicæ praxi [hydraulicam non intelligo] utiliter operam daturum.

BERNARDUS, quam *Lugduni Batavorum* Cathedram nactus ſit, Phyſicam an Mathematicam non bene memini; illud pro certo nuntiatum eſt, MUYSIUM illuc aſpirare, Phyſicam, Medicam, an Mathematicam ſperet, aut non additum eſt, aut ego oblitus ſum. Fateor in ejus opere multum evanidæ ſubtilitatis, parum rerum notatu dignarum comparere.

Anglorum quorumdam vanos conatus rideo; nunquam illi monſtrabunt quæ jactant, niſi aut verba mea corrumpant, aut perverſe interpretentur: Valde mihi declinare videtur doctrina in *Anglia*; nec tot egregiis Viris defunctis pares, aut vel longo proximi intervallo ſucceſſere. Scilicet nunc ingenia politicis, nugis, aut theologicis controverſiis diſtinentur: Succeſſioni legibus ſtabilitæ merito timetur, quando illi apud quos eſt poteſtas nihil agunt quod ad eam firmandam facere poſſit, multa faciunt aut patiun-

Digitized by Google

patiuntur, quæ ad infirmandam; ſed hæc Divinæ Providentiæ 1712.
ſunt commendanda. . . . . Septemb.

Ais Dominum Agnatum Tuum mihi ſcripturum itinere *Anglico* confecto; vellem ei ex *Batavis Angliaque* ſcribere vacaſſet, aut vacaret, tum in rem ſuam, tum in gratiam meam.

De nullo logarithmo τῦ — 1 vel τῦ — 2, &c. habes ſchedam adjectam. Quod ſupereſt, vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 18. Septembris 1712.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

S C H E D A.

De nullo Logaritbmo τῦ — 1, vel τῦ — 2. &c. *cujus mentio fit in præcedente Epiſtola.*

Scheda de nullis Logarithmis numerorum negativorum.

SERIES Logarithmorum eſt ſeries numerorum progreſſionis Arithmeticæ reſpondens ſeriei numerorum progreſſionis geometricæ, quorum unus aſſumi poteſt unitas, & alter numerus aliquis poſitivus, verbi gratia 2. Ubi pro Logarithmo unitatis aſſignari poteſt 0, pro Logarithmo vero ipſius 2 numerus quicunque, ſed ponamus unitatem eſſe Logarithmum ipſius 2.

Porro manifeſtum eſt in ſerie hac geometricæ progreſſionis nunquam, aſſumtis quotcunque tertiis proportionalibus, perveniri ad numerum negativum. Videtur quidem ad eum perveniri poſſe aſſumtis mediis proportionalibus, nam in noſtra hac ſerie datur 1, 2, 4; jam medium quod ſumi poteſt inter 1 & 4 videtur eſſe tam + 2 quam — 2, quia tam + 2 quam — 2 in ſe ductum dat + 4. Verum incommodum hic oritur, quod — 2 non poteſt

Digitized by Google

poteſt eſſe in progreſſione geometrica in qua eſt $+ 2$, qualis nempe [ex hypotheſi] eſt noſtra; cum $- 2$ non ſit potentia ipſius 2, ſecundum exponentem quemcunque, ſeu non ſit 2^e quod tamen de quovis numero Logarithmum recipiente dici poteſt, qui proinde in hanc ſeriem 1, 2, 4 &c. quantum opus ultro citroque continuatam vel interpolatam cadit ſaltem æquivalenter. Nempe ſi fiat $x = 2^e$, erit $e = \text{Log } x$, poſito ſcilicet Log. 1. eſſe 0, & Log. 2. eſſe 1. Cum ergo non dari poſſit e, in æquatione $- 2 = 2^e$, conſequens erit, logarithmum $- 2$ eſſe nullum. Atque hinc etiam fit ut $- 2$ non poſſit eſſe ordinata ad Aſymptoton Logarithmicæ, in eadem ſerie conſiſtens cum 1 & 2, ſeu non poſſit eſſe x in æquatione ad Logarithmicam $x = 2^e$.

Sed idem oſtenditur adhuc facilius ex natura quantitatum imaginariarum. Si $- 2$ habet logarithmum, utique hujus Logarithmi dabitur dimidium. Is autem eſt Logarithmus numeri, qui ductus in ſe ipſum dat $- 2$, ſeu eſt Logarithmus ipſius $\sqrt{- 2}$. Sed $\sqrt{- 2}$ eſt numerus impoſſibilis; ergo dimidium Logarithmi $- 2$ eſt impoſſibile. Sed cujus dimidium eſt impoſſibile, debet eſſe ipſum impoſſibile. Itaque impoſſibilis eſt Logarithmus ipſius $- 2$.

Cæterum ipſa harmonia Logarithmorum & numerorum hæc illuſtrat: Ductio in ſe ipſum in numeris repræſentatur per multiplicationem in Logarithmis; multiplicatio in numeris repræſentatur per additionem in Logarithmis; poſitio in numeris repræſentatur per ipſum Logarithmum.

Ipſi n^e reſpondet	e Log. n.
nn	Log n + Log n.
n	Log. n.

Contra extractio in numeris repræſentatur per diviſionem in Logarithmis, diviſio in numeris repræſentatur per ſubtractionem in Logarithmis. Sed per quid repræſentatur negatio in numeris? Reſpondeo id non poſſe inveniri, quia in deſcendendo ab extractione

tione per diviſionem & ſubtractionem, non poteſt aliquid inveniri quod ſit ſubtractione inferius.

Ipſi $\sqrt[e]{n}$	reſpondet	Log. $n : e$
$n : n$		Log. n — Log. n
$-n$		quid?

Ex his etiam intelligitur, etſi poſſit dici -2 in ſe ductum dare 4, non tamen apte dici, -2 eſſe medium proportionale inter 1 & 4, & in univerſum numeri negativi non intrant in rationes, etſi quodammodo in calculum intrent, quod etiam nuper in *Actis Eruditorum* aliunde comprobavi. Unde confirmatur, non dari Logarithmos negativorum; uti viciſſim excluſio Logarithmorum a negativis, confirmat negativos non ingredi rationes vel proportionalitates.

Si quis defendat Logarithmum τῦ $\sqrt{-2}$ non eſſe dimidium Logarithmi τῦ -2, etſi logarithmus τῦ $\sqrt{2}$ ſit dimidium logarithmi τῦ 2; & pro ratione diſcriminis alleget, quod $\sqrt{2}$ ſit media proportionalis inter 1 & 2, ſed $\sqrt{-2}$ non ſit media proportionalis inter -1 & -2: reſponſio eſt facilis, utrique eſſe commune, ut radix ſit media proportionalis inter 1 & id cujus eſt radix; nempe ut $\sqrt{2}$ ſit media proportionalis inter 1 & 2, & ut $\sqrt{-2}$, ſit [vel certe fingatur] media proportionalis inter 1 & -2. Sed hinc utrobique ſequitur, logarithmum mediæ fore dimidium poſterioris; nam logarithmus mediæ proportionalis inter 1 & 2 [id eſt ipſius $\sqrt{2}$] eſt (log. 1 + log. 2): 2. Sed log. 1. eſt 0; ergo log. mediæ inter 1 & 2 eſt (log. 2) 2. Similiter log. mediæ proportionalis inter 1 & -2 [id eſt ipſius $\sqrt{-2}$] eſt (log. 1 + log. -2) : 2, id eſt [ob log. $1 = 0$] (log. -2): 2. Res etiam ſic patet; cum -2 ſit $= \sqrt{-2}$ in $\sqrt{-2}$, erit log. $-2 =$ log. $\sqrt{-2}$ + log. $\sqrt{-2}$. Ergo log. $\sqrt{-2}$ eſt dimidius log. -2.

Digitized by Google

EPISTOLA CXCIX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad penultimam.

De Agnati ſui itinere in Angliam. *De Filio ſuo* Nicolao. *Varia.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1712. ſeptemb. EX noviſſimis Tuis, die 31. Auguſti datis, video Te, eo die, nondum accepiſſe litteras meas, 13. die ejuſdem menſis ſcriptas: ſpero illas Tibi nunc traditas, & quæ ibi de Logarithmis numerorum negativorum habui a Te probatum iri. Significabam Agnati mei adventum in *Batavos*; nunc ejuſdem commorationem *Londini* ſignifico. Laudat valde NEWTONI, HALLEII, & MOIVRÆI humanitatem, qua fuerit exceptus....... Interim quod tantam Agnati mei curam geras, & tanto ſtudio ejus negotium amplectaris, ille certe prolixam adeo benevolentiam nunquam ſatis deprædicare, nedum demereri poterit: ego vero, tanquam mihi exhibitam, gratus agnoſco, atque rogo ut eamdem mihi proporro conſerves pro commendando aliquando Filio meo (1), Juveni octodecim annorum, qui in mathematicis aliquid promittit, modo ſpes me non fallat. Quod de Anglorum æmulatione nuper perſcripſi ex litteris *Burnetianis* exceptum; nunc diſtinctius narrare poſſum...............

Cæterum audio HALLEIUM ſub prelo habere veterem aliquem auctorem MENELAUM (2), de Trigonometricis & Aſtronomi-

(1) *Nicolao* BERNOULLI *Joh. Filio.*
(2) *Is non prodiit.*

Digitized by Google

nomicis; ediſſe nuper Apollonium (1), quem mihi miſſurus ſit Newtoni *Princip. Phil.* alteram Editionem proximo Novembri lucem viſuram: Avide videbo, num, quos in prima editione animadverti, errores nunc correxerit. Vale Vir Ampliſſime, & Fave.

Baſileæ 24. Septembris 1712.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. Bernoulli.

EPISTOLA CC.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Hiſtoria Calculi differentialis quæ in Anglia *paratur.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

Novissimas meas, quibus adjecta erat ſcheda de Logarithmis negativorum Tibi redditas non dubito. 1712. Octob.

Expectabo quæ *Angli* ſint daturi circa Calculi differentialis Hiſtoriam. Si me non tangunt, nec mihi imputant perſona mea animoque indigna, facile patiar ut ſe jactent: ſin me offendunt, audient fortaſſe quæ nollent. Memini olim litteras me recepiſſe ab Oldenburgio, ex quibus apparebat Newtonum tunc ſummam rei in ſeriebus ponere, & putare ſoluta eſſe Problemata, quæ huc reduxiſſet. At longe aliud oſtendit differentialis methodus. Tentandum ſcilicet eſt, ut Problemata, ſi non poſſunt

 re-

(1) Apollonii Pergæi *Conicorum lib.* 8. & Sereni *Antiſſenſis de ſectione Coni & Cylindri lib.* 2. Oxon. 1710. fol.

revocari ad conſtructiones ordinarias, ſaltem revocentur ad quadraturas: Et ſunt gradus in ipſis tranſcendentibus quadraturis. Itaque neſcio an NEWTONUS tam mature ad methodum illam Fluxionum, quam vocat, pervenerit. Quæ in *Newtonianis* animadverteris intelligere gratum erit. Quod ſupereſt Vale & Fave.

Dabam *Hanovera* 10. Octob. 1712.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CCI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad ante-penultimam & præcedentem.

De Logarithmis numerorum negativorum. De NEWTONI *errore in comparandis ſeriei infinitæ terminis cum differentialibus omnium graduum.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1712. Nov. OPTASSEM quoque ut Agnatus meus Tibi jam ex *Batavis* ſcripſiſſet: Spero nunc factum quod intermiſerat: Hæret adhuc in *Anglia* forte tamen brevi *Belgium* repetiturus. . . . . . .
. . . .

Schedam Tuam de Logarithmis numerorum negativorum perlegi quidem; ſed, quod pace Tua dixerim, nihil inveni quod eorum impoſſibilitatem probet. Hoc unum efficis omnibus Tuis argu-

argumentis, ut oſtendas non dari tranſitum ex ſerie numerorum 1712.
affirmativorum in ſeriem negativorum, hoc eſt, aſſumpta unitate Nov.
(nempe + 1) pro initio ſerieī numerorum, nullum numerum negativum ex illa ſerie inveniri poſſe, adeoque nullos eorum logarithmos hoc caſu exiſtere; quod quidem non nego. Sed hoc non impedit, quominus numeri negativi ſuam peculiarem conſtituant ſeriem, aſſumta pro eorum initio unitate negativa, (nempe — 1), & ita quidquid de Logarithmicis affirmativorum probaveris, idem & in Logarithmos negativorum quadrabit. Ut verbo dicam, quilibet numerus affirmativus idemque negativus habent communem Logarithmum, ſeu Log. τῦ $+ n =$ Log. τῦ $- n$: quod ut demonſtrem, ulterius Tibi, ut ſpero, deinceps non diſſenſuro, hoc tantum faciam, ut probem (*Fig.* 124.) Logarithmicam ABC habere alteram oppoſitam αβγ pro conjugata, TA. XXIII.
ſuper communi aſymtoto LMN; quæ duæ partes ſunt habendæ ejuſdem curvæ, ſicuti duæ Hyperbolæ oppoſitæ non-niſi unam efficiunt curvam: unde conſtabit (aſſumptis AL pro + 1, & αL pro — 1) LM, LN, &c. fore Logarithmos numerorum, tam affirmativorum MB, NC &c. quam negativorum Mβ, Nγ, &c. Hoc vero commode oſtendi poteſt, ſi inſpiciamus modum aliquem generandi Logarithmicam, ex cujus generationis continuatione patebit duplicitas hujus curvæ ſuper communi aſymptoto. Conſideremus hunc in finem (*Fig.* 125.) Hyperbolam P TA. XXIII.
QG cum oppoſita pqg, ſuper aſymptotis orthogonalibus Rr, Ox, ſe mutuo ſecantibus in T. Aſſumta ad arbitrium applicata PR, pro prima & invariabili; ex ſingulis punctis S, E, s, e, &c, tam ſupra quam infra aſymtoton OX; eductæ intelligantur applicatæ SQ, EG, sq, eg, &c. & in illis ſumantur partes SF, EH, proportionales areis hyperbolicis RSQP, REGP, hoc eſt ut $SF \times C$ ſit $=$ areæ SP, & $EH \times C =$ areæ EP; unde manifeſtum eſt curvam exinde generatam RFH fore Logarithmicam. Attendamus nunc ad ejus generationem eamque continuemus quouſque poſſumus; primo clarum eſt, quo major ſumitur RS tanto majorem fore SF; donec tandem S attingente T, areaque per conſequens hyperbolica TP evadente infinita, etiam applica-

1712. Nov. plicata TO, in quam abit SF evadit infinita; adeoque Logarithmicæ aſymptotos. Sed pergat nunc punctum S progredi [quid enim hoc impedit?], atque jam pervenerit in e; vides nunc aream hyperbolicam ipſi Re competentem, eſſe partim affirmativam infinitam TP, partim negativam infinitam Tg; adeoque = TP — Tg = (facta TE = Te) EP; & ipſam applicatam EH = eh; & ſimiliter, ubi punctum mobile progrediendo pervenerit ad *S* ita ut TS = Ts fiet applicata sf = SF; Unde nova Logarithmica hrf oritur, quæ cum priori HFR unam tantum curvam conſtituit, nempe RF HOhfr; ſicuti duæ Hyperbolæ oppoſitæ PQG & pqg unam tantum efficiunt curvam nempe PQGOXgpq. Nam uterque ramus RFH & hfr generantur eadem lege ejuſque continuatione, ita ut quemadmodum primo creſcunt applicatæ SF, EH in infinitam TO; poſtea, eodem ritu, ab infinita To iterum decreſcant in eh, sf, &c. cum itaque ſumptis TR pro unitate affirmativa, & Tr pro unitate negativa, EH, SF exprimant Logarithmos numerorum affirmativorum; exprimient eadem vel ipſis æquales eh, sf Logarithmos numerorum Te, Ts qui reſpectu alterorum TE, TS, ſunt negativi. Verum igitur eſt, unum eumdemque Logarithmum reſpondere duobus numeris æqualibus, uni affirmativo, alteri negativo, hoc eſt Log. $\bar{\tau\upsilon} + n =$ Log. $\hat{\tau\upsilon} - n$. *QED.*

Communicavi Tecum jam olim, ſi recte memini, quædam quæ in *Newtonianis* animadverti. (1) Animus mihi eſt, Menckenio ita rogante, aliquid ad *Acta Lipſ.* mittere, de motu projectilium; (2) ubi quoſdam errores Newtoni notabo, quos oſtendam originem traxiſſe ex prava Serierum applicatione; in quibus ſummam rei illum poſuiſſe rectiſſime dicis. Sed & hoc ipſum graviſſimum errorem peperit, qui late ſerpit, & omnes fere ejus ſolutiones circa hanc materiam in applicatione inficit. Error autem in hoc conſiſtit, quod pag. 263 ſtatuit, ad haben-

(1) Epiſt. CLXXIX & CLXXXI.

(2) 1713. Febr. pag. 77. & Mart. pag. 155. *Vid.* Opp. Tom. 1. N°. XC. pag. 514. & ſeq.

habendas fluxiones ulteriorum graduum alicujus quantitatis fluentis (utor nunc ipſius loquendi modo) conjiciendam eſſe quantitatem fluentem in Seriem per extractionem radicis; tunc enim fore primum ejus Seriei terminum ipſam quantitatem fluentem, ſecundum vero ejus fluxionem primam, tertium fluxionem fluxionis, vel fluxionem ſecundam, quartum fluxionem tertiam &c. Hoc eſt, ſecundum noſtrum exprimendi morem, ſi differentianda ſit, exempli gratia, x^n, ſcribendum eſſe $(x+dx)^n$, hocque, per extractionem, vel potius per evolutionem, in Seriem conjectum, nempe hoc modo $(x+dx)^n = xn + \frac{n}{1} x^{n-1} dx + \frac{n.(n-1)}{1.\ 2} x^{n-2} dx^2 + \frac{n.(n-1)(n-2)}{1.\ 2.\ 3} x^{n-3} dx^3 +$ &c. exhibere differentias omnium graduum, in infinitum continuatas, ipſius x^n: quod autem, exceptis primo & ſecundo terminis, de reliquis omnibus falſum eſt: docet enim communis differentiandi regula differentias continuatas hanc exhibere ſeriem, $x^n dx^0 + n x^{n-1} dx + n(n-1) x^{n-2} dx^2 + n(n-1)(n-2) x^{n-3} dx^3$ &c. quæ cum priore duos præcedentes terminos tantum communes habet, reliquos omnes diverſos; unde ſuſpicari fere licet NEWTONUM, tum temporis fluxionum continuandarum ideam nullam adhuc claram habuiſſe. Quid enim opus habuiſſet confugere ad radicum extractionem, ſi differentiationum naturam ſatis perſpectam habuiſſet; ut adeo non ſit, cur valde glorietur de Seriebus ſuis, cum ipſum tam facile in errorem abripuerint. Quod ſi ita libuerit, mittam Tibi ſcriptum cum paravero, priuſquam *Lipſiam* eat, ut examinare poſſis, & ſi quid aliud in mentem venerit de Tuo adjicere. Scribit Agnatus meus (quem nunc ſecundum litteras ejus modo acceptas ad *Batavos* reducem credo) alteram editionem *Princip. Philoſ. Nat.* NEWTONI, hoc adhuc menſe publicatum iri: num vero hos, aliosque errores, in hac editione, correxerit Author non addit; neque etiam quid novi acceſſerit; aut an apertius jam expoſuerit Regulam ſuam quam pag. 254 fatetur a Te prius communicatam, dum ipſe eamdem adhuc celaret, *Data* nempe *æquatione quotcunque quanti-* 1712. Febr.

1712. Novmb. *quantitates fluentes involvente, fluxiones invenire, & vice verſâ*; Et num felicius res ipſi ceſſerit in applicatione ejus ad differentiationum continuationem. . . . .
. . . .
Quod ſupereſt, Vale quam-optime & me amare perge.

Baſileæ 11°. 9bris 1712.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimum.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CCII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Logarithmis numerorum negativorum. De Errore NEWTONI. *ejuſque fluxionum methodo.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

NIHIL aliud revera volo, quam quod cóncedis, non dari tranſitum pro Logarithmis ex ſerie numerorum affirmativorum in Seriem negativorum. Atque ita ſi ſit æquatio generalis, $2^e = x$, poſito, in caſu $x = 1$, fore $e = 0$, & in caſu $x = 2$ fore $e = 1$, non poſſe aſſignari e, cum $x = -1$. Neque ego alium Logarithmum cogito, quam qui tali æquatione comprehendi poteſt.

Recte facies, & ex uſu publico, ſi ad *Acta Lipſienſia* mittes quæ de motu projectilium notaſti, haud dubie præclara & ſingularia. Non examinaveram Series *Newtonianas*, perſuaſus talem Virum in talibus labi non potuiſſe. Eo magis miror hos lapſus, & Tecum ſuſpicari incipio, ſerius ipſi innotuiſſe. Differentiandi

tiandi artem, quam vult videri. Etiam Hugenius, ubi primum in *Wallisianis* Operibus viderat notas novas *Newtonianas*, miratus fuerat, quod ex ipſo Opere *Principiorum Newtoniano* non ſatis hujus methodi veſtigia apparerent. Fere enim ibi conſtant omnia illis methodis, quæ dudum Hugenio innotuerant. Nec poſt publicatam Newtoni Methodum, quam vocant, fluxionum, quicquam fere præſtitere *Angli* in hoc genere, quod non ex noſtris ſit ſublectum. *David* Gregorius etiam in paralogiſmos fuit prolapſus, cum Catenariam inveſtigavit & propriam demonſtrationem attentavit (1). . . . . 1713. Januar.

. . . .

Quod ſupereſt, Vale & Fave, & rem in multos adhuc annos valens florenſque bene gere, ſimulque ſalve a

Initio anni 1713.

Tibi Deditiſſimo.

G. G. Leibnitius.

(1) Vid. Epiſt.LXXVIII. LXXXI.

Digitized by Google

EPISTOLA CCIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Logarithmis Numerorum negativorum. De NEWTONI *in* Actis Lipſienſibus *refutatione. De Calculo differentiali & fluxionum. Varia.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1713. Febr. SI nihil aliud contendis, quam non dari tranſitum pro Logarithmis ex Serie numerorum affirmativorum in Seriem negativorum; hoc eſt, non poſſe, exempli gratia, ſumi Logarithmum medii proportionalis inter numerum affirmativum, & alium negativum; hoc certe nihil extraordinarii eſt, quod non competat applicatis cujuſcunque curvæ duas partes oppoſitas habentis. Sit enim (*Fig.* 126.) talis curva EAF, cujus axis AD, duæ applicatæ affirmativæ BC & DE, aliaque negativa DF. Datur ſane abſciſſa AG reſpondens *mediæ* proportionali inter BC & DE, ſed nulla datur AG reſpondens mediæ proportionali inter BC & DF; etſi interim negari non poſſit eamdem abſciſſam AD reſpondere utrique applicatæ, & affirmativæ DE, & negativæ DF. Haud ſecus ſe res habet in numeris, eorumque Logarithmis: numeri namque deſignantur per applicatas Logarithmicæ, & eorum Logarithmi per abſciſſas. Jam vero in noviſſimis meis oſtendi Logarithmicam revera habere duas partes oppoſitas, ab utroque axis latere, ita ut eidem abſciſſæ, hoc eſt, eidem Logarithmo, duæ reſpondeant applicatæ, ſeu duo numeri, affirmativus unus, alter negativus. Atque hoc eſt quod negare videbaris, numeros ſcilicet negativos habere Logarithmos. Quod vero attinet ad id quod dicis, ſi ſit æquatio generalis $v^e = x$ poſito

to in caſu $x = 1$, fore $e = 0$, & in caſu $x = 2$, fore $e = 1$; 1713. Febr.
non poſſe aſſignari e cum $x = -1$; hoc quidem verum eſt in illa ſuppoſitione, quæ eſt arbitraria, ſed ſi ſupponatur (ſicuti ſupponere licet) in caſu $x = -1$, fore $e = 0$; poteſt utique aſſignari e cum $x =$ numero negativo; & hoc eſt quod ego volui.

Miſi nuper ad *Acta Lipſienſia*, (1) quæ notavi de motu projectilium, & alia huic materiæ affinia. Monui NEWTONUM quorumdam ſuorum errorum, verbis tamen molliſſimis, ne Virum hunc offenderem, mihi alioquin ſatis benevolum, ut-pote qui me noviſſime Societati Regiæ Londinenſi ultro propoſuit, atque cooptari fecit; quam dignitatem etiam Agnato meo brevi conferendam promiſit, qui præterea humaniſſime ab eo fuit exceptus & habitus, cum non ita pridem in *Anglia* degeret. Quomodo vero quæ ad *Acta* communicavi, ubi ad Te pervenerint, ſint placitura, lubentiſſime intelligam, non dubitans quin, quod contra NEWTONUM habeo, aſſenſum tuum eliciat. Interim ſecunda Editio *Princip.* NEWTONI, quæ jam præterito Novembri in publicum expectabatur, non-niſi hoc demum menſe Februario prodibit, MOIVRÆO ita mihi ſcribente; cujus retardationis cauſa eſt ſine dubio, quod Agnatus meus unum alterumve ex erroribus ſupra memoratis, ab ipſo NEWTONO non animadverſis, ipſi aperuit, atque ita anſam præbuit eos revidendi, corrigendi, & correctionum ſchedas Libro (qui jam fere erat impreſſus) inſerendi; qua de re NEWTONUS, quod mature adhuc ſatis fuerit præmonitus, mihi per Agnatum meum gratias agere voluit; quanquam multum abſit, quominus ipſi omnes, quos potuiſſem, lapſus indicaverim. COLLINSII hiſtoria calculi differentialis, cum mihi ſcriberet MOIVRÆUS noviſſime, nondum erat evulgata, eam autem ſequenti hebdomada, poſt litterarum ſuarum ſcriptionem, dicebat certo prodituram. Ad Te perveniet illa citius ſine dubio quam ad me. Agnatus meus nunc agit in Gallia apud MONTMORTIUM, & quidem in ipſa ar-

(1) 1713 Febr. pag. 77 & Mart. pag. 155. Vid. Opp. Tom. I. N°. XC. pag. 514. & ſeq.

1713. Febr. ce *Montmortiana*, haud procul *Lutetia*, adhuc per menſem forte ibi commoraturus. Parat MONTMORTIUS alteram editionem Libri ſui de Alea & ſorte; (1) NICOLIUS vero & DE LAGNI conſcribit uterque Hiſtoriam, ille de Cycloïde, hic de Quadratura Circuli, utrique ſuppetit abundans materia.

Paralogizavit utique *David* GREGORIUS in definienda Catenaria, & ego primus, ni fallor, Tibi indicavi ejus paralogiſmum. Non multum abeſt, quin Tecum opiner calculum fluxionum ex calculo differentiali fluxiſſe, & illum hunc pro parente habere, tametſi hoc diſſimulent *Angli*: itaque lubens videbo, quomodo hi partus ſui primogenituram ſint probaturi, ex prædicta illa COLLINSII hiſtoria. Nam quod hanc in rem conſpicitur in Operibus *Va iſianis*, parum evincit ætatem; aliaque igitur fortiora argumenta expecto .... ſcribit HERMANNUS ſe proximo menſe Aprili iter in Patriam redauſpicaturum eſſe, atque librum, quem ibi paraverit, hic Se typis commiſſurum. De cætero, Vale, & me amare perge.

Baſileæ 28. Februar. 1713.

Amplitudinis Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

(1) *Quæ priori multo auctior prodiit Pariſiis.* 1713. 4°

EPISTOLA

EPISTOLA CCIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Nic. Bernoullio. *De Commercio Epiſtolico* Collinsii.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

. . . .

. . . .

SPero Dominum Agnatum tuum in *Batavis* rei hydragogicæ practicæ operam dediſſe. Id enim in commendationis parte reponebatur. 1713. Mart.

Videbimus quid daturæ ſint nobis litteræ *Collinſianæ*, in quibus quidam *Angli* reperiſſe putant, non quod Pueri in Faba. Ego tuas ad *Newto iana* annotationes avide expecto, alia nunc non attingo. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Viennæ Auſtriæ* 25. Martii 1713.

Deditiſſimus.

Godefridus Gulielmus Leibnitius.

EPISTOLA CCV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad penultimam.

De ipſius & Agnati ejus in Societatem Londinenſem *receptione. De Calculi differentialis hiſtoria. De Logarithmis Numerorum negativorum. Varia.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1713. April. GRATULOR Tibi receptionem in Societatem Regiam *Anglicanam*, vel potius gratulor Societati, cui ornamentum addis. Magis eſt cur gratuler hunc honorem Tuo ex Fratre Nepoti; huic enim non tantum decus, ſed etiam auctoritatem addet apud Curatores *Patavinos.* Spero eum in *Batavis* cogitaſſe non-nihil de praxi fluminum regendorum. Nam ut ex Dno HERMANNO intelligo, competitor quidam apud *Patavinos* hoc uno ſe jactat potiſſimum.

Dnus NEWTONUS merito Te ſibi obſtringere voluit: Quæ in ipſius *Principiis* notaveris in *Actis* videre gratum erit.

COLLINSIUS obiit quæſo, antequam Calculus differentialis innoteſceret; ſed ille cum OLDENBURGIO, WALLISIO, NEWTONO, me, aliiſque commercium aliquod litterarium exercebat in rebus arithmeticis, geometricis, analyticis. Quid inde elicituri ſint ad natales novæ Analyſeos *Anglicanos* ſtabiliendos, apparebit, ubi prodierit hoc Commercium. Ego neſcio utrum ante Te ſim conſpecturus, cum tam longe abſim a domo.

Vereor ut NICOLIUS Cycloïdis, LAGNIUS Tetragoniſmi circularis bonam dent Hiſtoriam, niſi nobiſcum communicent.

Conce-

Digitized by Google

Concedis mihi, ut video; *ſi ſit æquatio generali* $2^e = x$, *ponaturque in caſu* $x = 1$ *eſſe* $e = 0$, *& in caſu* $x = 2$ *[ſi placet] eſſe* $e = 1$, *tunc ſequi, non poſſe aſſignari e, cum* $x = -$. Sed addis *hanc ſuppoſitionem Logarithmorum pro numeris poſitivis eſſe arbitrariam, nam retenta æquatione generali* $2^e = x$, *poſſe aſſumi, ut e ſit o, cum* $x = -1$. Verum enim-vero, ut taceam priorem ſuppoſitionem eſſe magis naturalem, conſiderandum eſt 1° in poſteriore effici ut logarithmus aliquis quantitatis affirmativæ, negativæ, & impoſſibilis ſit idem. Nam cum duplum & dimidium ipſius o ſit o, erit o logarithmus tam ipſius -1, quam quadrati ejus $+1$, & radicis quadraticæ ejus $\sqrt{-1}$. 1713. April.

Et 2°. Sequetur hoc amplius, 2^0 non eſſe quantitatem fixam, ſed infinitos habentem ſignificatus, nam non tantum 2^0 erit $= -1$, ut ſupponebatur, ſed erit $2^0 = +1$ & $= \sqrt[2]{-1}$, & $= \sqrt[4]{-1}$ & $= \sqrt[8]{-1}$ & ſic in infinitum Et ita niſi 2^0 ſit quantitas ambigua, hæc omnia coincident inter ſe. Sed ſi initio tantum ponamus $2^0 = 1$, nihil tale occurrit, quia, quæcunque potentia aut ſuppotentia ipſius 1 eſt 1, non vero quævis potentia aut ſuppotentia ipſius -1 eſt -1.

Fit etiam 3° per hypotheſin logarithmorum pro negativis, ut fiat tranſitus a negativis numeris ad poſitivos, & contra. Nam ſi duplices logarithmum numeri negativi, habebis logarithmum quadrati a numero poſitivo; exempli gratia ſi $x^e = -2$ erit $x^{2e} = +4$; ſed hunc tranſitum Tu ipſe improbas, vel ex ſpectata natura curvæ.

Præterea 4°, logarithmis negativorum admiſſis, habentur & logarithmi poſſibiles impoſſibilium, qui erunt dimidiati logarithmi negativorum; ſed ſumtis logarithmis non-niſi poſitivorum, nunquam venietur ad logarithmos poſſibiles impoſſibilium.

Denique 5°. Admiſſa hypotheſi logarithmorum pro negativis, fiet falſum quod conceſſiſti. Nam conceſſiſti ab initio, incompatibilia eſſe $2^e = 1$ & $2^e = -1$, ita ut *e* poſſit aſſignari. Sed ſi admittas hypotheſin $2^0 = -1$, fiet etiam $2^0 = 1$.

Ergo

Digitized by Google

1713. April. Ergo compatibilia ſunt $2e = 1$ & $2^e = 1$ poſito $e = 0$ contra conceſſa.

Ex his omnibus vides hypotheſin de Logarithmis numerorum negativorum non tantum eſſe parum naturalem & inutilem, ſed etiam non admittendam. Hinc etiam & aliunde quoque ſtatui, proportiones non habere locum in quantitatibus negativis; nec dicendum eſſe -1 ad $+1$ ut $+1$ ad -1, licet productum ex extremis hic faciat æquale producto ex mediis; quia identitatis rationum fundamentum eſt in ſimilitudine, quæ hic nulla eſt. Nam quomodo poteſt $+1$ eſſe ad -1, ut eſt -1 ad $+1$, cum prior ratio ſit majoris ad minus, poſterior minoris ad majus. Etſi ergo verum ſit eſſe æquales has duas fractiones $\frac{+1}{-1}$ & $\frac{-1}{+1}$, non tamen fractiones idem ſunt ac rationes, licet hæ per illas indicentur. Ex quibus intelligitur, in ipſis rei Analyticæ fundamentis aliqua adhuc neglecta fuiſſe.

Spero Dominum HERMANNUM noſtrum jam apud vos eſſe, & iter ſuum *Berolinenſe* acceleraturum; ita enim omnino opus eſt; & rem Cathedræ *Patavinæ* in ſtatu quem volumus collocaſſe. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Viennæ Auſtriæ* 26. Aprilis 1713.

Deditiſſimus

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Pariſiis ad me deſtinati erant loci (1) Dni *Marchionis* HOSPITALII, & *Analyſis* Patris REINEAU; ſed negligentia ſive fraude Bibliopolæ *Galli*, qui in Batavis agit, ad me non pervenere. Itaque rem pergratam faceret Dominns Agnatus tuus, ſi mihi hæc opera afferret, una cum *Monmortiano* opere, ac non-nullis ROLLII, & LAGNII, aut ſimilibus, velut PARENTII *Miſcellaneis*, nam non-niſi *Mechanica* ejus habeo. *Baſilea* poſſent cum tempore *Francofurtum* deferri. Pretium ut par

(1) *Intelligit opus de Sectionibus Coni.*

per eſt, lubens reddam. Quid Blanchinus, vir inſignis & mihi olim amicus, Roma advectus, nunc in *Gallia Anglia*que egerit, noſſe velim: præclarus eſt in Aſtronomia & Antiquitate.

EPISTOLA CCVI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentes.

De Logarithmis Numerorum negativorum. De Collinsii *Commercio Epiſtolico. De primo Inventore Calculi differentialis.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

In penultimis tuis 25. Martii datis, in procinctu ad reditum Te dicebas, qui tamen 26 Aprilis, quo noviſſime ad me litteræ Tuæ exaratæ ſunt, *Viennæ* etiamnum hæſiſti: Ego vero incertus ubinam locorum Te quæram, haſce meas *Hanoveram* dirigam, more ſolito; quæ ut Te ibi offendant reducem, ſalvum, & incolumem, eſt quod ex animo voveo. Biduo poſtquam accepiſſem poſtremas Tuas, Agnatus meus huc appulit ex *Galliis*, ita ut quos petiiſti libros ipſe aſportare non potuerit.......... 1713. Jun.

Inſtantiæ Tuæ & objectiones contra Logarithmos numerorum negativorum, omnes ex eodem falſo principio fluunt, quod ſolo attentionis defectu pro vero aſſumis. Si enim vel tantillum mentem advertere voluiſſes, ejus falſitatem facile detexiſſes. Nunc quidem non litigabo, quod ſuppoſitio Logarithmorum pro numeris negativis, ſit æque naturalis quam altera illa pro numeris poſitivis; definiendum eſſet quid per *naturale* intelligeres; ſi naturale eſt id quod uſu receptum eſt, quod per conſuetudinem eſt introductum; concederem ſuppoſitionem Logarithmorum pro

1713. Jun. numeris negativis minus naturalem eſſe quam illam cui aſſueti ſumus. Sic etiam Logarithmi refluentes [ut vocant] minus naturales erunt, ut & arithmetica Tua dyadica ac Weygelii Tetractys, quæ uſu tamen non carent, licet jam naturalius ſit, [quia uſitatius] uti decem notis numeralibus quam duabus, aut quatuor, vel quinque. Quod vero attinet ad ipſius Principii [quod tacite ſupponis] falſitatem. hæc in eo conſiſtit, quod quæ vera ſunt tantum pro Logarithmis numerorum affirmativorum, ea quoque ad Logarithmos numerorum negativorum applicare velis, non conſiderans ex quo fundamento illa ſint deducta; alias ſtatim vidiſſes cauſam, ob quam applicatio ad Logarithmos negativorum non valeat. Sed reſpondebo κατὰ πόδας ad quinque tuas objectiones.

Dicis 1° *in ſuppoſitione Logarithmorum numerorum negativorum effici, ut Logarithmus alicujus quantitatis affirmativæ, negativæ & impoſſibilis ſit idem*: quod quidem de affirmativis & negativis verum eſt; concedo enim habere communes Logarithmos: ſed conſideremus rationem, ex qua concludis etiam *quantitatis impoſſibilis Logarithmum eſſe eundem; nam cum duplum*, ais, *& dimidium ipſius* 0 *ſit* 0; *erit Logarithmus tam ipſius* -1, *quam quadrati ejus* $+1$, & *radicis quadraticæ ejus* $\sqrt{-1}$. Hic non animadvertis, quod non abſolute eſſentiale ſit Logarithmis, ut duplum alicujus Logarithmi ſit Logarithmus numeri quadrati, & dimidium Logarithmi ſit Logarithmus radicis: Oportet ut attendas, duplum Logarithmi dare proprie Logarithmum ejus numeri qui eſt tertius geometrice proportionalis ad primum numerum [hoc eſt ad unitatem, ſive affirmativam, ſive negativam] & ad numerum propoſitum; qui tertius proportionalis, in affirmativis tantum eſt numeri propoſiti quadratus; in negativis non item. Deinde attendere debes, dimidium alicujus Logarithmi non abſolute eſſe Logarithmum radicis quadraticæ; ſed potius eſſe Logarithmum medii proportionalis inter primum numerum [hoc eſt unitatem, ſive affirmativam, ſive negativam] & numerum propoſitum; qui medius proportionalis in affirmativis tantum eſt radix quadratica numeri propoſiti, non

vero

Digitized by Google

vero in negativis. Quod ſi itaque ratiocinium Tuum recte inſti- 1713.
tuas dicendo : *Nam cum duplum & dimidium ipſius* 0 *ſit* 0, Jun.
erit 0 *Logarithmus tam ipſius* -1, *quam tertii proportionalis ad* -1 & -1, *qui eſt* $-1 \times -1 = +1$, *& medii proportionalis inter* -1 *&* -1, *qui eſt* $\sqrt{(-1 \times -1)} = +\sqrt{+1}$ vel $-\sqrt{1}$; Nihil certe abſurdi inde ſequitur.

Dicis 2° *ſequetur hoc amplius* 2° *non eſſe quantitatem fixam, ſed infinitos habentem ſignificatus ; nam non tantum* 2° *erit* $= -2$, *ut ſupponebatur, ſed erit* $2^{\circ} = +1$ *&* $= \sqrt[2]{-1}$ *&* $= \sqrt[4]{-1}$ *&* $= \sqrt[8]{-1}$, *& ſic in infinitum, & ita niſi* 2° *ſit quantitas ambigua, hæc omnia coincident inter ſe.* Hæc ſecunda objectio eſt tantum Corollarium prioris; illa itaque ſublata, & hæc ceſſat: nego enim 2° fore $= \sqrt[2]{-1}$, & $= \sqrt[4]{-1}$, & $\sqrt[8]{-1}$, &c. ſequitur enim nihil aliud quam quod 2^{e} ſit $= \sqrt[2]{-1 \times -1}$, & $\sqrt[4]{-1 \times -1 \times -1 \times -1}$, & $\sqrt[8]{-}$ &c. quæ omnia faciunt $\pm \sqrt{+1}$, hoc eſt $+1$, vel, quod hic valet, -1, id quod nihil abſonum eſt.

Urges 3° *fieri per hypotheſin Logarithmorum pro negativis, ut fiat tranſitus a negativis numeris ad poſitivos & contra: Nam ſi duplicem Logarithmum numeri negativi, me habere aſſeris, Logarithmum quadrati a numero poſitivo, exempli gratia, ſi* $x^{e} = -2$, *fore* $x^{2e} = +4$: *ſed hunc tranſitum in ipſum negare, vel ex ſpectata natura curvæ.* Verum priſtina recurrit reſponſio : nego ſcilicet duplicando Logarithmum haberi Logarithmum numeri quadrati. Vidiſti enim ex duplicatione illa oriri Logarithmum tertii proportionalis ad unitatem (affirmativam, aut negativam) & ad numerum propoſitum. Sic itaque ſi $x^{e} = -2$ concludendum fore $x^{2e} = -2 \times -2 : -1 = -4$, quod nullum tranſitum arguit a negativis ad poſitivos.

Eadem eſt reſponſio ad Objectionem quartam, quando dicis, *Logarithmis negativorum admiſſis, haberi & Logarithmos poſſibiles impoſſibilium, qui ſint dimidiati Logarithmorum negativorum*; ſupra quippe in reſponſione ad objectionem primam. vidiſti dimidiationem Logarithmi non dare (niſi per accidens) Logarithmum radicis, ſed medii proportionalis inter unitatem (affir-

1713. Jun. mativam; aut negativam) & numerum propoſitum, hic autem medius proportionalis nunquam eſt impoſſibilis.

Quod denique objicis 5°, *admiſſa hypotheſi Logarithmorum pro negativis, fieri falſum quod conceſſerim; nam me conceſſiſſe ab initio incompatibilia eſſe* $2^e = 1$ *&* $2^e = -1$, *ita ut e poſſit aſſignari. Sed ſi admittam hypotheſin* $2^0 = -1$ *fieri etiam* $2^0 = 1$; *ergo compatibilis eſſe* $2^e = 1$ *&* $2^e = -1$, *poſito e* $= 0$, *contra conceſſa.* Eamdem repetis ſequelam quam falſam oſtendi. Ex eo enim, quod admittam hypotheſin $2^0 = -1$, non ſequitur fieri etiam $2^0 = 1$, ſed tantum $-1 \times -1 : -1 = -1$. Ita vides difficultates Tuas omnes dilutas. Non dubito quin ſi cum aliqua attentione rem perpendere velis, mihi ſis aſſenſurus. Volui hac vice diſtincte ad puncta ſingula reſpondere, ut in poſterum lites ſerere circa rem leviculam abſtinamus.

Attulit Agnatus meus *Lutetia* exemplar unum *Commercii Epiſtolici Dni.* Joh. COLLINSII *& aliorum de analyſi promota,* (1) quod *Abbas* BIGNONIUS, qui plura Exemplaria Eruditis diſtribuenda, *Londino* miſſa, acceperat, ipſi tradidit. Legi illud, nec ſine attentione ſufficienti. Diſplicet inprimis modus procedendi parum urbanus; accuſaris ſtatim coram Tribunali, quod ut videtur, ex ipſis Actoribus & Teſtibus conſiſtit, tanquam plagii reus, poſtea productis documentis contra Te, fertur ſententia; cauſa cadis, damnaris. Recenſionem, in *Actis Lipſienſibus*, Januarii 1705 editam, Libri NEWTONI *De numero curvarum ſecundi generis*, deque *Quadratura figurarum*, Tuo ſtylo conſcriptam pronuntiant; imo poſtea Tibi, tanquam Auctori, diſerte imputant. Hæc recenſio inprimis conquerendi anſam præbuit, bilemque movit accuſatoribus tuis ut-pote quam NEWTONI inventis nimium derogare exiſtimant. His itaque permotum fuiſſe KEILLIUM, ut in Epiſtola, in *Philoſophicis Tranſactionibus* impreſſa, NEWTONO quod ſuum eſt vindicaret, oſtenderetque fluxionum Arithmeticam inventam eſſe ante Calculum differentialem;

(1) Editi *Londini* 1713. 4°. & deinde *Ibid.* 1722. 8°.

ſem : Imo hunc poſtea, mutatis tantum nomine & notationis modo, ab illa eſſe mutuatum, & illum Newtono ſubreptum ſub alia tantum facie in *Actis Erud.* a Te editum fuiſſe. Sed ut ego dicam quod de hac re ſentio, quantum quidem ex hac farragine Epiſtolarum conſtare poteſt; videtur Mercator primus Serierum inventor per continuam diviſionem, *Jac.* Gregorius, poſtea hanc materiam excolens, incidit, ut apparet, primus in Circuli Quadraturam Arithmeticam $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} +$ &c, quam Tu, inſcius, ſine dubio, quod jam ante Te fuerit detecta, tanquam Tuam in *Actis* edidiſti; & revera Tua fuit æque ac Gregorii; inveniſti enim (ſcilicet poſterior) æque ac Gregorius; nam *Inveniſſe eſt induſtriæ, ſed primum inveniſſe eſt felicitatis*, ut Wallisius alicubi dicit. Deinde videtur Newtonus, occaſionem nactus, Serierum opus multum promoviſſe per extractiones radicum, quas primus in uſum adhibuit, & quidem in iis excolendis, ut veriſimile eſt, ab initio omne ſuum ſtudium unice poſuit, nec, credo, tunc-temporis vel ſomniavit adhuc de Calculo ſuo fluxionum & fluentium, vel de reductione ejus ad generales operationes Analyticas, ad-inſtar Algorithmi vel Regularum Arithmeticarum & Algebraicarum inſervientes. Cujus meæ conjecturæ validiſſimum indicium eſt quod de litteris punctatis $\dot{x}$, $\ddot{x}$, $\dddot{x}$; $\dot{y}$, $\ddot{y}$, &c. quas pro differentialibus dx, ddx, d^3x; dy, ddy, &c. nunc adhibet, in omnibus iſtis Epiſtolis, nec volam nec veſtigium invenias; imo nequidem in *Princip. Philoſ. Natural*; ubi Calculo ſuo fluxionum utendi tam frequentem habuiſſet occaſionem, ejus vel verbulo fit mentio, aut notam hujuſmodi unicam cernere licet, ſed omnia fere per lineas figurarum, ſine certa Analyſi, ibi peraguntur, more, non ipſi tantum ſed & Hugenio, imo jam antea dudum Torricellio, Robervallio, Fermatio, Cavallerio, & aliis, uſitato. Prima vice hæ litteræ punctatæ comparuerunt in tertio Volumine Operum Wallisii, multis annis poſtquam Calculus differentialis jam ubique locorum invaluiſſet. Alterum indicium, quo conjicere licet Calculum fluxionum non fuiſſe natum ante Calculum differentialem, hoc eſt,

1713. Jun.

1713. Jun. quod veram rationem fluxiones fluxionum capiendi, hoc eſt, differentiandi differentialia, per gradus ulteriores, NEWTONUS nondum cognitam habuerit: quod patet ex ipſis *Princ. Phil. Nat.* pag. 263, ubi pro differentiis, vel incrementis, primo, ſecundo, tertio, quarto &c. alicujus poteſtatis, exempli gratia, x^n, judicat ponendos eſſe ſecundum, tertium, quartum, quintum &c. terminos ipſius $(x+o)^n$ in Seriem expanſæ per extractionem, nempe $x^n + \frac{n}{1} x^{n-1} o + \frac{n.n-1}{1 \quad 2} x^{n-2} o^2 + \frac{n.n-1.n-2}{1. \quad 2. \quad 3} x^{n-3} o^3$, &c. (intelligit per o incrementum conſtans ipſius x, quod nunc notaret per $\dot{x}$). Vides autem, quod vera differentiandi methodus evincit hanc Regulam NEWTONI falſam eſſe. Nam, excepto primo & ſecundo termino, reliqui omnes abludunt a differentialibus ſuperioribus poteſtatis x^n. nam differentialis ſecunda non eſt $\frac{n.n-1}{1.2} x^{n-2} o^2$, ſed ſimpliciter $n(n-1)x^{n-2}o^2$. & differentialis tertia non eſt $\frac{n.n-1.n-2}{1.2.3} x^{n-3} o^3$, ſed tantum $n(n-1)(n-2)x^{n-3} o^3$, & ita de reliquis, & hoc ipſum eſt, quod in nupero meo ſchediaſmate *Actis Lipſienſibus* inſerto jam notavi, ſed ex eo tempore, quo hæc ſcripſeram; animadverti (quod Agnatus meus mihi oſtendit) NEWTONUM in ſuo errore perſeveraſſe, Uſque ad annum 1711, quo Libellus ejus cui Titulus: *Analyſis per quantitatum ſeries fluxiones ac differentiales, cum Enumeratione linearum tertii ordinis*; qui antea Tractatui Optico erat adnexus, fuit recuſus, (1) ut-pote in quo (pag. 64), ſicuti in præcedenti editione Tractatui Optico adnexa, aſſerit adhuc terminos ſecundum, tertium quartum, &c. hujus ſeriei. $z^n + noz^{n-1} + \frac{nn-n}{o \quad 2} ooz^{n-2} + \frac{n^3-3nn+2n}{} o^3 z^{n-3}$, &c. exprimere incrementa primum, ſecundum, tertium &c. ipſius z^n. Sed, quod notandum, in exemplari quod mihi dono miſit per Agnatum meum,

(1) *Londini* in 4°.

meum, ibi calamo adſcripſit altera vice voculam, *ut* : nam ubi 1713.
habebantur hæc verba *tertius* (terminus) $\frac{nn-n}{2} o o z^{n-2}$ *erit ejus* Jun.
incrementum ſecundum, & *quartus* $\frac{nn-3ny+2y3}{6} o z^{n-3}$ erit *ejus incrementum tertium*; Interſeruit *ut*, ſcribendo nunc, *erit ut ejus* &c. Adeo ut errorem ſuum non animadverterit, niſi brevi ante, & forte non-niſi poſt adventum Agnati mei in *Angliam* ex quo alia quoque expiscati ſunt Angli . . . . Conſtat igitur Newtono rectam Methodum differentiandi differentialia non innotuiſſe, longo tempore poſtquam nobis fuiſſet familiaris. Sed cogor abrumpere hac vice; rogo vero, ut quæ hic ſcribo, iis recte utaris, neque me committas cum Newtono ejuſque popularibus; nollem enim immiſceri hiſce litibus. . . . .
. . . .
Alias plura : Nunc Vale & Fave.

Baſileæ 7. Junii. 1713.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. Bernoulli.

P. S. Cl. Hermannus nondum appulit, ſed indies expectatur. . . . .

EPISTO-

EPISTOLA CCVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Logarithmis Numerorum negativorum. De COLLINSII *Commercio Epiſtolico.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1713. Jun. NON vacat nunc diſcutere quæ meæ Doctrinæ de impoſſibilitate Logarithmorum numeris negativis aſſignatorum iterum opponis; ſi quid enim judico, non poteſt facile hic controverſia eſſe, niſi in modo loquendi, res ipſa vero ſatis clara eſt; impoſſibilium quantitatum impoſſibiles eſſe Logarithmos & duplum impoſſibilis impoſſibile eſſe; Logarithmum denique numeri eſſe duplum Logarithmi radicis; plura addi ad ſententiam meam neceſſe non putabam. Si aliter Logarithmum ſumis, ut hæc locum non habeant, nihil hoc ad me. Conceſſiſti, ſi ſit $2^e = x$, & poſito $e = 0$, ſit $x = 1$, non poſſe dari e poſito $x = -1$. Hoc mihi ſufficit, nec aliud intelligo, cum dico non dari Logarithmum negativorum, & in hac mea Logarithmi definitione utique continetur Logarithmum numeri eſſe duplum Logarithmi radicis quadraticæ. Alias tamen tuas Annotationes examinabo. Magis naturale putem appellandum non id cui magis aſſueti ſumus, ſeu quod natura prius eſt & ſimplicius.

Cum heri demum Tuas litteras *Hanovera* acceperim, iiſque ſtatim reſpondere velim, cætera differo.

Angli-

Anglicanum libellum mihi oppoſitum nondum vidi; meren- 1713.
tur illæ inſulſæ rationes, quas afferri ex Tuis conjicio, ſale ſa- Jun.
tyrico defricari. Poterant NEWTONUM ſuum in compoſſeſſione inventi Calculi conſervare, ſed apparet non magis eum cognoviſſe Calculum noſtrum, quam APOLLONIUS cognovit calculum VIETÆ & CARTESII ſpecioſum. Fluxiones cognovit, non Calculum fluxionum, quem demum, ut recte judicas, noſtro jam edito conflavit. Itaque plus juſto ei attribui ipſe, & humanitatis meæ hoc pretium fero.

Scribit mihi Dominus Agnatus tuus, in recenſione *Lipſienſi*, de qua queruntur, valde attolli TSCHIRNHAUSII inventa. Ego non bene memini, ſed ſi ita eſt, facile judicas illam *Newtoniani* libri recenſionem non eſſe a' me; ego enim tam magnifica mihi de Dno TSCHIRNHAUSIO, ut ſcis, non promittebam.

Ubi domum reverſus fuero, KEILII diſſertationem manuſcriptam mihi miſſam inſpiciam, quam ego ut par eſt ſprevi. Volebat, credo, ille ut ferram cum ipſo reciprocarem. Reſpondi ſimpliciter ad amicum, hominem novum & parum verſatum in Hiſtoria inventorum anteriorum, ſomnia ſibi fingere, de modo quo me mea cognoviſſe putat. Juſſu autem Societatis has nugas ad me miſſas non poteram ſuſpicari, etſi miſerit SLOANIUS.

Nunc primum audio GREGORIO attribui meum inventum magnitudinis Circuli: HUGENIUS & quoque alii *Pariſiis* teſtes ſunt inventionis meæ, & modi quo inveni. HUGENII hac de re litteras adhuc inter ſchedas meas eſſe puto. Quin ipſe NEWTONUS inventum meum OLDENBURGIO tunc communicatum in litteris ſuis laudavit, modumque inveniendi meum ſingularem eſſe faſſus eſt. Ignorabat ergo tunc inventionem GREGORII.

Satis apparet NEWTONUM id egiſſe ſuis blanditiis, ut benevolentiam Tuam captaret; conſcium ſibi quam non recto ſtent talo quæ molitus eſt. Ego tametſi nolim, ut in meî gratiam Tibi negotium faceſſas, expecto tamen ab æquitate Tua & can-

1713. Jun. dore, ut profitearis apud amicos quam primum, & publice data occaſione, Calculum NEWTONI noſtro poſteriorem Tibi videri. . . . .

Velim noſſe quid judicent *Pariſini*. VARIGNONIUM pro me ſtare vix dubito; ſed nonnulli alii. . . . . libenter fortaſſe arripient occaſionem carpendi ſibi datam, ſed hæc, credo, a parum intelligentibus fient.

Jam a multis annis hæc *Anglis* nonnullis, etiam inſignibus Viris, vanitas eſt inolita, ut captarent occaſionem res *Germanorum* involandi, & pro ſuis venditandi. BOYLIUS *Glauberianum* inventum nitri regenerati ſibi tribuit; idem totum inventum Anthliæ Pneumaticæ a GERIKIO habuit, & tantum minuta quædam in ejus ſtructura mutavit, & tamen *Angli*, & eorum exemplo alii, verum inventorem ignorantes, Machinam *Boylianam* appellarunt. Ita nunc libenter *Nicolaum* MERCATOREM *Holſatum* gloria primæ inventionis Serierum privare vellent, & mihi indignati ſunt optimi Viri & mihi amici decus vindicanti. Sic HUGENIUS HEURAETII inventum contra WALLISII oppoſitiones vindicavit NEILIO cuidam eas tribuentis.

Dicis a Domino Agnato tuo non tantum NEWTONUM habuiſſe videri quamdam erroris ſui correctionem, ſed & alia nonnulla ab eo expiſcatos eſſe *Anglos*; hæc qualia ſint rogo ut indices, inſervient enim nobis ad cautelam. Spero eis nondum innotuiſſe meum modum tangentes inveniendi curvarum quarumdam non vulgari modo compoſitarum, ex quo deinde præclaras conſequentias duxiſti (1). Nondum enim, quod ſciam, publicatus, ſpero etiam eum Italo illi, cui cum Domino HERMANNO lis fuit, non fuiſſe communicatum. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Viennæ Auſtriæ* 28. Junii 1713.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *Vid. Epiſtol.* LIX, LX, LXI.

EPIS-

EPISTOLA CCVIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Logarithmis Numerorum negativorum. De Commercio Epiſtolico COLLINSII. *De Problemate* ANGLIS *proponendo. De* CHEINÆI *jactantia. De* HERMANNO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

PER me, licet definire logarithmum pro arbitrio Tuo; modo 1713.
non neges [quod ab initio conceſſiſti] aſſumtionem uni- Jul.
tatis affirmativæ pro primo numero eſſe mere arbitrariam; adeoque licere unitatem negativam pro primo numero adhibere, ut ſcilicet ſupponatur log. — 1 = 0; quo fit ut omnia, quæ de logarithmis numerorum negativorum in anterioribus meis litteris ſcripſi, bene procedant; nec tamen inde quod metuis ſequatur, impoſſibilium quantitatum fore poſſibiles logarithmos. Vidiſti quoque quo ſenſu verum ſit, logarithmum numeri eſſe duplum logarithmi radicis, & quam parum evertat exiſtentiam duarum logarithmicarum ſuper eodem axe, a Te primo negatam, a me vero ex ipſa Hyperbolæ natura poſtea demonſtratam. Hoc autem unicum erat quod volebam. Id, ſi mihi nunc concedas, patiar libenter ut reliqua ſint meræ definitionis.

De libello *Anglicano* multa non habeo quod addam jam in ſuperioribus a me dictis; Forte invenies ipſe plura, ubi ipſum libellum videris. Quid *Pariſini* in univerſum de eo ſentiant nondum equidem mihi conſtat. VARIGNONIUM quod attinet, ille in ſuis litteris *Anglorum* procedendi modum eorumque argutas in arrogando prenſationes valde improbat: Optat vero,

 ut

Digitized by Google

1713. Jul. ut in longa poſſeſſione Te non turbaſſent. Quo ipſo mihi in mentem revocavit communem fere ſortem Tibi eſſe cum Principe Tuo, ut-pote quem iniquiores *Angli* dejectum cuperent a ſucceſſione Regni, uti Te a poſſeſſione Tui calculi. Interim non dubito, quin Tibi eum vindicandi ſuperſint argumenta bene multa, tam ex privatis litteris quam aliunde petenda. Quantum mihi de rei veritate innoteſcit, facile judicabis nihil me celaturum, ſive apud amicos, ſive publice, ubi occaſio id poſtulaverit; nec eſt cur timeas aliquid blanditiis a me obtineri poſſe in æquitatis meæ præjudicium. Magni quidem facio NEWTONUM, ejuſque benevolentiam minime contemno, ſed non ſpero eum aliquid præter honeſtatem a me petiturum, uti certe nihil hactenus petiit. Et ſi quis peteret, vel petere ſuſtineret; nihil reſponſi a me aliud referret, quam tritum illud; *Amicus* SOCRATES, *amicus* PLATO, *ſed magis amica Veritas.*

Quæ Agnatus meus *Anglis* communicavit, partim NEWTONI *Principia Philoſophiæ* ſpectant, quorum nonnulla in *Actis Lipſienſibus* videbis; partim alia, quæ ad analyticam non pertinent; ideoque timere non debes revelatum ipſis eſſe modum illum ſingularem tangentes inveniendi curvarum quarumdam, & de differentiationis tranſitu a curva in curvam, hoc eſt, de invenienda differentia inter duas curvas infinite propinquas; quam materiam, ſi bene memini, valde promovi, & ad alia non vulgaria nec facile obvia feliciter applicui. Qualia ſi tentaminis loco *Anglis* proponerentur, foret meo judicio breviſſima via ad os obturandum illis; ſi nimirum infirmitatem ſuam & Calculi ſui, cujus tantopere jactant antiquitatem, inſufficientiam proderent, atque ſic inviti palmam cedere cogerentur: quamobrem Problemata quædam excogitare deberes hac ſola methodo ſolubilia, ut inde diſcerent eſſe quædam ſaltem, quæ nos ſuo Calculo fluxionum non debemus: ſicuti CHÆYNÆUS quondam (1) inepte jactavit, nihil nempe intra hos 20 vel 30 annos prodiiſſe in lucem quæ non ſint iteratæ repetitiones, vel ad ſummum levia tantum Corollaria eorum, quæ NEWTONUS jam-

(1) *In methodo Fluxionum inverſa pag.* 59. & 60.

jam pridem invenerit. Quaſi nobis nihil amplius relictum fuiſſet, vel nullius eſſet pretii, quod ſubinde a nobis publicatum extat, & cujus in *Newtonianis* ne veſtigium quidem videre eſt; qualia ſunt quæ de Catenariis, Velariis, Iſochronis Paracentricis, Brachyſtochronis, de novis proprietatibus Cycloidis, de ejus ſegmentis innumeris quadrabilibus, de Calculo exponentialium ſeu percurrentium, eoſque differentiandi modo, de Coëvolutarum dimenſione, de Motu tractorio, de Reptorio, de Curvarum reductione ad circulares, de earum transformatione, & de innumeris aliis, quæ *Angli* pro parte tractarunt, ſed omni ſuo Calculo fluxionum adjuti irreſoluta reliquerunt, quod vel ex ſolo Problemate Catenariæ & Curvarum transformandarum patet, cui pertinaciter & longo tempore inſudantes, aliud nihil quam turpes paralogiſmos produxerunt. Reliqua vero noſtra ſi ſpernere affectant, qui fit quod ea omnia corradere, & in ſuam linguam convertere non dedignentur; exemplo illius *Angli* nobilis Des-Hayes, cujus extat liber in folio, anglice conſcriptus, (neſcio an videris) continens *Marchionis* Hospitalii Analyſin & reliqua noſtra hinc inde ex *Actis Lipſienſibus* aliiſque Diariis compilata, & omnia verbotenus translata. Præterea nihil fere, vel parum admodum, de *Newtonianis*, ſuisve aliis, Editor admiſcuit, licet prodigus ad-modum ſit in laudes Newtoni, noſtri vero parcus laudator, nec niſi in Præfatione, & quidem ita, ut qui noſtra non cognoverit non facile judicaturus ſit, illa quæ tractat inventa ad nos magis pertinere quam ad alios obſcuri nominis, quorum integram phalangem nobiscum memorat, & tantam multitudinem obtrudit, ut, quemadmodum perſuadere conatur, plagii ſuſpicionem a ſe amoveat. Sed contrarium facit manifeſte, dum veros auctores & inventores ſub nube reliquorum, a quibus nihil mutuatus eſt, abſcondit, & ita quod unicuique debet ſubdole diſſimulat : Num quid iniquius cenſes ? . . . . 1713. Jul.

Cæterum non denegavi Tibi gloriam inventionis quadraturæ circuli per Seriem $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7}$ &c. Dixi tantum ex litteris Gregorii patere Gregorium fuiſſe primum hujus

Digitized by Google

1713. Jul. Seriei inventorem; ſed ipſe videbis quid hac de re ſit credendum, ubi ad manus habueris Libellum Epiſtolarum. Poteſt eſſe, ut GREGORIUS invenerit prius, quod Tu poſtea etiam Tuo marte inveniſti, & inſcius quod ante Te jam fuerit ab alio inventum. Interim, ſi per litteras probare potes ipſum NEWTONUM Te primum credidiſſe Inventorem, & inventum laudaſſe, hoc in rem Tuam apprime faciet ſimulat enim NEWTONUS, in aliquibus litteris in Libello iſto publicatis, ſe non adeo magni-facere hanc Seriem, ob ſegnem admodum advergentiam, ut & ſibi dudum innotuiſſe, quod primo inventa fuerit a GREGORIO.

Tandem HERMANNUS noſter, a Catharro pectorali, quo laborabat, reſtitutus, ante octiduum iter ingreſſus eſt, *Argentoratum* petens, hinc *Francofurtum ad Mœnum*, ubi non diu morabitur, ſed citiſſime perget *Francofurtum ad Viadrum*, Provinciam ſibi demandatam auſpicaturus. Quid de ſede ſua *Patavina*, diſceſſu ſuo vacante relicta, conſtituerint Proceres *Veneti*, aut quid ſint conſtituturi, ipſi æque ac mihi ignotum hactenus fuit .... Tradidit nuper Cl. HERMANNUS Agnato meo Diploma a Domino CUNEO acceptum, quo in Societatem Regiam Berolinenſem cooptatur; pro quo jam gratias egit Domino CUNEO per litteras, per Dominum HERMANNUM ad eum deferendas. Hiſce quidem Vale, Vir Ampliſſime, & Fave.

Baſileæ a. d. 29. Julii 1713.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus

J. BERNOULLI.

EPIS-

EPISTOLA CCIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſione Patavina. *De Commercio Epiſtolico* COLLINSII.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

A Te & a Dno. *Abbate* FARDELLA litteras eodem fere tempore accepi. FARDELLA *Barcinone* in Aula, me commendante, egerat, ubi rebus ſuis non male conſuluit. Inde gravi ſymptomate Apoplectico percuſſus, & præter ſpem recreatus, aliquandiu *Neapoli* egit, & nunc valetudinis cauſa *Aponum* ad aquas calidas prope *Patavium* acceſſit, ſcribit ad me *Patavio* 4 Auguſti, Cathedram diſceſſu Dni HERMANNI vacuefactam adhuc vacare, & operam ſuam promittit. 1713. Auguſt.

Interea aliquid in mentem venit, quod Tibi in aurem dicam. Quid ſi Tibi ipſi, aucto ſtipendio, demandaretur ſparta *Patavina*? Eſt enim, ni fallor, ſalarium multo pinguius *Baſileenſi*, & in Tui, credo, gratiam augeretur; nec magnum adeo eſt ab *Helvetiis* ad *Patavinos* iter, & locus credo magis conveniret tuæ valetudini, quam *Germania* inferior, nec tibi Medico & Mathematico Religionis diverſitas nocebit. Tibi Tuus ex Fratre Nepos *Baſileæ* ſuccedere poſſet. Aperui ſententiam meam Dno. FARDELLÆ, litteris hodie datis, addidique nihil poſſe Reformatores ſtudii facere, quod magis faciat ad Academiæ illius decus. Addidi me Tibi in hunc ſenſum eſſe ſcripturum, & a Te petiturum, ut ipſi recta mentem Tuam ſignifices, quod poteris facere ænigmatice. Si modo ei dicas an ſententiæ meæ accedas, vel non. Nam ſi refutas, diſſimulabit ille conſilium, & pro Dno Nepote Tuo laborabit; ſin mihi accedis, poterit ille oſten-

1713. Auguſt. oſtendere Senatoribus *Venetis* Academiæ curam gerentibus, quantum Te vocato ornamenti ſit Academiæ acceſſurum.

Vereor ne Dno. Nepoti Tuo nonnihil obſit juventus; etſi enim Dno. HERMANNO non obfuerit, erat tamen alius tunc habitus rerum, & plus tunc fortaſſe poterat FARDELLA, qui nunc diu abſens aliam. puto., rerum faciem invenit Accepi *Roma* cogitaſſe Proceres de Mathematico quodam *Romæ* vocando, Viro ex ordine quodam Religioſo, ſed nomen excidit. Ea res facit ut timeam ne noſtræ commendationes non ſatis validæ fuerint....... Quidquid ejus ſit experiemur an conſequi deſtinata liceat, alterutro modo. FARDELLÆ ſignificabis, ut aſſenſu etiam Tuo intellecto tamen rem ita gerat, ut non procus ſed ſollicitatus videare, quod famæ tuæ meritiſque convenit.

Certiſſimum eſt omnes in *Anglia* ad noviſſima uſque tempora ignoraſſe *Jacobum* GEGORIUM Tetragoniſmum meum etiam habuiſſe; certe ipſe ejus ex Fratre Nepos *David* GREGORIUS hoc ignoravit, & inventum in Libro ſuo *De Quadraturis* (1) mihi adſcripſit. Ubi ad meas ſchedas reverſus fuero, inſpiciam veteres litteras quæ adhuc extant, in quibus, ni fallor, manifeſta erunt veſtigia, NEWTONUM Analyſin noſtram parum exploratam habuiſſe tunc, cum aliquod ei mecum per OLDENBURGIUM commercium erat. Ego, neglecto KEILIO, aliiſque ejuſmodi, NEWTONI adulatoribus, hominibus obſcuris, cogar NEWTONO ipſi exprobrare animum parum ſincerum & acta teſtimonio conſcientiæ contraria: nam ipſe ignorare non poteſt Analyſin iſtam infiniteſimalem ab ipſo ad me proficiſci non potuiſſe, & tamen nugatoribus imperitis talia aſſerentibus favet & indulget. Ita dum nimia, cum alterius injuria, affectat, cogit me ei jam negare quæ, ex meo candore alios æſtimans, nimis liberaliter conceſſeram, credideramque aſſerenti, in Calculum noſtrum de ſuo eum incidiſſe; quod verum non eſſe re diligentius excuſſa ſatis apparet.

Intelligo in *Anglia* eſſe Viros Eruditos, qui proceſſum Viris gravibus & bonis indignum non probant. Et quod conjicis non ab omni veri ſpecie abeſt, eos, qui parum Domui *Hanoveranæ*,

(1) In *Exercit. Geomet. De dimenſione Figurarum*, *pag.* 42.

veranæ favent, etiam me lacerare voluiſſe; nam amicus *Anglus* ad me ſcribit, videri aliquibus non tam ut Mathematicos & Societatis Regiæ ſocios in ſocium, ſed ut Toryos in Whigium quoſdam egiſſe. Sed ego exigua, credo, ſcheda efficiam ut pœniteat eos nugarum. Utar inter alia argumentis Tuis, ſed a Te nominando abſtinebo. Quod ſupereſt Vale & Fave.

Dabam *Viennæ Auſtriæ* 19. Auguſti 1713.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

P. S. Spero Dominum Varignonium curaturum, Te præſertim hortatore, ne quid in Gallia fiat, de quo queri poſſim. . . . .

EPISTOLA CCX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſione Patavina. *De Nova Editione* Principiorum Newtoni. Varignonii *Judicium de Inventore Calculi differentialis.* *De* Hermanno.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

QUo die noviſſimas Tuas accepi, eodem accepit Agnatus 1713.
meus litteras a Domino Michelotto Celebri Medico Septem.
Practico apud *Venetos*, qui ſignificat Illuſtrem Ruzzinum amplexum eſſe partes Agnati mei, & jam-jam in ejus gratiam *Venetias* ſcripſiſſe: addit ſe quoque ejus rem agere, cum opti-

 mo

1713. Sept. nio ſucceſſu, apud urbis Proceres & Academiæ Curatores, quos viſendi, ut medicus, crebram habeat occaſionem. Reſpondit Agnatus Dno. MICHELOTTO prout rei ratio exigere videbatur. Scripſit quoque me ſuadente ad Dnum *Abbatem* FARDELLAM, ut in quo ſtatu res ſuæ eſſent *Venetiis* ſciret, & huc quoque operam ſuam dirigere vellet. Hæc quidem & Tibi ſine mora perſcribenda duxi, ut quid porro rebus ſic ſtantibus factu opus ſit, mature deliberes. Quod interim in mentem Tibi venit de ſparta iſta mihi ipſi demandanda, vereor vehementer ut unquam aliquem ſucceſſum ſortiri poſſit. Noſti enim me eſſe uxoratum, imo & numeroſa familia onuſtum, unde difficillimum foret mutare domicilium, niſi forſan conſultum putaveris, ut HERMANNI exemplo me in ſexennium adſtringam, &, relicta familia, pro eo tempore *Patavinis* inſerviam; ſed dubito, num Academiæ illius Curatores lautum ſatis ſalarium offerre vellent, quod ſuſcepti conſilii & tantæ mutationis magnitudinem adæquet: niſi enim fortunæ inſignis melioratio evidentiſſime pateret, patriis laribus me avelli non paterer. Binis vicibus vocationem *Ultrajectinam* reſpui, quamvis honorificis conditionibus ſtipatam; & modo ante triennium repudiavi bis mille florenos annuos a *Leydenſibus* oblatos, cum Profeſſorio munere, ut de emolumentis extraordinariis quæ in Academiis *Hollandicis* ordinaria fere ſuperant nihil dicam, qualia in Academiis *Italicis* non dantur, ut audivi ab HERMANNO, & aliunde idem confirmatum habeo. Adde quod diſcrimen Religionis me valde moveret, ut *Italiæ* præferrem *Belgium*: quæ omnia tantum ponderis habent, ut ſuperari non poſſint, niſi notabili fortunæ augmento, quod ſe ex *Italia* offerret. Tuum vero hac de re judicium & conſilium lubenter audivero. Cæterum recte judicas rem ita gerendam eſſe, ut non procus, ſed ſollicitatus videar; etenim famæ meæ non bene conveniret, ſi poſt tot honorificas invitationes ultro mihi oblatas, diceretur me ambiviſſe ſtationem derelictam ab HERMANNO, qui in nonnullis Diſcipulus meus fuit: cauſa hæc eſt, quare ipſe non ſcripſerim Dno. FARDELLÆ, ſed per agnatum ſcribi curaverim.

Pro

Digitized by Google

Pro voto meo facies, ſi in ſcheda quam paras contra libellum *Anglicanum* argumentis a me ſuggeſtis ita utaris, ut *Angli* a me profecta non ſentiant; niſi forte quædam invenias, quæ publice extant in Annotationibus meis in *Actis Lipſienſibus* nuper editis; de quibus aliquis *Anglus*, Diſcipulus antehac meus, nunc *Pariſiis* agens, ſequentia mihi ſcribit: *La ſemaine paſſée*, inquit, *il arriva un de mes amis* d'Angleterre, *qui m'informa qu'on n'avoit pas encore achevé d'imprimer la Nouvelle Edition des* Principes de Monſieur Newton; *pour moi je croi que le Chevalier tarde à deſſein pour voir, s'il peut, les remarques que vous avez faites ſur la première Edition de ce livre: ce qui me confirme dans cette opinion, eſt que j'ai rencontré l'autre jour un Ecoſſois, qui ſe mêle un peu de Mathématiques, qui m'a informé qu'une faute, que vous aviez trouvée dans ce livre, faiſoit beaucoup de bruit en* Angleterre; *mais que les amis de Mr.* Newton *la faiſoient paſſer pour une petite faute de calcul.* Qualem vero intelligat errorem quem detexerim, [detexi enim plures] non facile conjiciam, niſi ſit ille de quo Agnatus meus eum præmonuit, cum nuper in *Anglia* verſaretur, antequam ſchediaſma meum fuiſſet impreſſum, & cujus erroris correcturam poſtea, ſingulari ſcheda, ſuo libro nondum edito inſeruit Newtonus. Habet autem error iſte, qui reſpicit determinationem reſiſtentiæ medii, pro data curva deſcribenda a projectili, originem ſuam ex eo ipſo quod paralogizat Newtonus (ut ego oſtendi) in differentiandis poteſtatibus ad ulteriores gradus, ſeu in capiendis fluxionum fluxionibus omnium ordinum, ope poteſtatis indefinitæ in Seriem expanſæ. 1713. Sept.

Utrum facile patiatur Varignonius, ut aliquid in *Gallia* fiat de quo queri poſſis, in hac præſertim lite ab *Anglis* Tibi intentata, & quid ei hanc in rem perſcripſerim intelliges ex ſequentibus, quæ reſponſi loco nuperrime mihi repoſuit. *Je ſuis*, inquit, *comme vous, fort mécontent de la mauvaiſe querelle que Monſieur* Keill *vient de ſuſciter à Monſieur* Leibnitz. *Il me paroit comme à vous que le* Commercium Epiſtolicum *prouve ſeulement que Monſieur* Newton, *au temps des Lettres qui*

1713. Sep. *y ſont rapportées, avoit connoiſſance des infiniment petits, mais il n'y paroit pas qu'il en eut le calcul tel que Monſieur* De Leibnitz *l'a publié en* 1684, *& que Monſieur* Newton *l'a donné* 3 *ans après dans les Pages* 251, 252, 253, *de ſes* Princip. Mathem. *où il reconnoit que le Calcul lui avoit été communiqué* 10 *ans auparavant par Monſieur* Leybnitz *auquel tems il dit qu'il l'avoit auſſi, ainſi que la phraſe renverſée le preuve, ſans dire à quel point il l'avoit. Avant vous, Monſieur* De-Leybnitz, *& feu Monſieur votre Frere, je ne ſai point qu'on eut paſſé les premiéres differences, employées dans les pages précedentes de Monſieur* Newton, *qui n'en a fait mention que long tems depuis dans ſon Traitté* De Quadraturis. *Je ſuis, dis-je, très faché de voir Monſieur* Leybnitz *forcé de ſe diſtraire de ſes occupations ſi utiles au public, pour ſe defendre d'un mauvais Procès dont le Public n'a que faire.*

Ex quo Cl. Hermannus hinc deceſſit, nihil amplius de eo inaudivimus; niſi quod *Francofurtum ad Mœnum* tranſierit. Speramus autem prope-diem litteras ab eo *Francofurti ad Oderam* datas: Hæ vero, ut Te, feliciter emenſo itinere, reducem inveniant *Hanoveræ* ſalvum & incolumem, eſt quod ex animo voveo & precor. Hiſce itaque Vale & Fave.

Baſileæ a. d. 9. Sept. 1713.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo

J. Bernoulli.

P. S. Fratris Opus poſthumum *de Arte conjectandi* (1), evaſit tandem prelum; curabitur ut ad Te quoque exemplar ejus mittatur prima occaſione.

(1) Jac. Bernoullii &c. *Ars. Conjectandi*, *Opus poſthumum &c.* Baſ. 1713. 4°.

EPIS-

EPISTOLA CCXI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De ſua cum Neutonianis *lite, deque Doctrina ſerierum promovenda.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

Gaudeo res Tuas eo loco eſſe ut mutationem non quæras. Quia 1713. Dno Agnato Tuo firma ſpes eſt ſucceſſus, merito prioribus in- Octob. hæremus, nec Dnus. *Abbas* Fardella deerit pro ſuo in nos affectu. Miror Dnum. Hermannum ne verbo quidem rerum ſuarum ſtatum ſignificare mihi, ex quo *Italia* exceſſit.

Dnum. Newtonum pœnitebit faviſſe adulatoribus, & nugaces eorum conjecturas de meis repertis comprobaſſe, quas non ſundatas eſſe haud poterat ignorare. Certe quæ Keilius ad me miſerat, & quæ publice repetiiſſe intelligo, erant plena ineptiis, mihique refutatione indigna videbantur.

Vellem doctrinam Seriecum, in qua potiſſimum verſatus fuit Newtonus, promoviſſet longius, inprimis circa modum agnoſcendi utrum advergant, qui tranſcendentibus æque ac ordinariis quadret. Ita enim multa in tranſcendentibus agnoſci poſſent, quæ alias non facile paterent. Ideo Dominum Agnatum tuum hortatus ſum, ut huic argumento diligentius incumbat, repetiique monitum in adjecta Epiſtola, vel ideo quod ille de mente mea ex priore præcipitantius judicavit; cum explicationem verborum meorum convenientiorem, credo, mererer.

Univerſaliſſima [id eſt ordinariis æque ac tranſcendentibus quibuſcunque communis] hæc regula eſt, ut omnis valor per Seriem ſit advergens, cum partes Seriei in infinitum decreſcentes ſunt alternis affirmativæ & negativæ. Et videtur methodus excogitari poſ-

1713. Octob. ſe, quamvis Seriem advergentem transformandi in talem. Quanquam & alias vias video., ſed quæ amplius excoli mererentur.

Nihilne ad te MOIVRÆUS ſcribit de moliminibus *Newtonianorum*, vel BURNETUS, qui hoc anno fuit nonnihil implicatus negotio moleſto, quod libellum Aulæ ingratum protrufiſſe diceretur. Nam Pater ejus Epiſcopus *Saliſberienſi*, qui nuper obiit, erat in partibus Aulæ adverſis.

Gratias ago, quod Dni. VARIGNONII ſententiam ſane æquitati conſentaneam mecum communicaſti. Is qui litem ab *Anglis* mihi motam in *Diario Pariſino* attigit merito irriſit judices in propria cauſa.

Non eſt cur Dnus VARIGNONIUS vereatur ne hæc lis me magnopere turbet, aut tempus mihi perdat; excitabit potius ut aliquid molier, aut quod molitus ſum perficiam, a quo fortaſſe alias abſtinuiſſem. Ἀγαθὴ δ᾽ ἔρις ἥδε βροτοῖσι.

Non parvi momenti eſt quod notas errorem *Newtonianum* circa determinationem medii, cujus reſiſtentia data curva deſcribatur, etiam ex non bene intellecta ratione ſubdifferentiarum profectum eſſe.

HUGENIUS etiam ad marginem Exemplaris ſui quoſdam in NEWTONO errores notaverat, (1) ut mihi narravit, qui in *Batavis* Exemplar vidit, cum Bibliotheca Viri diſtraheretur. Quod ſupereſt vale & fave.

Dabam *Viennæ* 25 Octobris 1713.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Gratiſſimus erit libellus Domini Fratris tui p. m. de arte conjectandi.

(1) *Vid. Epiſt.* XXXVI.

EPIS-

EPISTOLA CCXII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſione Patavina. *De* Hermanno. *De ſerierum Doctrina. De* Newtono.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

Neſcio an Agnato aliqua ſpes ſucceſſus ſuperſit; ex quo enim a Michaelotto Litteras accepit, in quibus multa promittebat, nihil amplius ab eo in hunc uſque diem intellexit; pariter reſponſi nihil accepit ab *Abbate* Fardella; ita ut de felici eventu jam-jam deſperare incipiamus. Fortaſſe Tibi quid certius ea de re conſtat. Quod ad meas res attinet, fateor eo loco illas eſſe, ut mutationem non facile permittant.................. 1713. Decemb.
Dni Hermanni Pater mihi dixit ſe à Filio ſuo intellexiſſe quod *Francofurti ad Oderam* feliciter appulierit, & paucis poſt diebus ſuam docendi provinciam auſpicatus fuerit, ab oratione quadam inaugurali: Ante abitum ex hoc loco, ad Te litteras miſit, niſi vehementer fallor; quas verò intercidiſſe oportet, ſi non acceperis.

Tecum ſentio fore, ut aliquando pœniteat Dnum. Newtonum, quod tam faciles aures præbuerit adulatoribus. Conſultum interim eſſet, ut quam reſponſionem moliris contra *Commercium Epiſtolicum* mature abſolvas, & in publicum edas; ne ob retardationem gloriandi cauſam habeant.......... Sed vereor, ne non vacare poſſis huic negotio, antequam ad lares Tuos redieris.

Bene mones de Doctrina Serierum, multa per eas agnoſci poſſe in traſcendentibus quæ alias non facile paterent. Agnatus meus qui, ob negotia quædam extra urbem agit, ſuper hoc argumento ad

Digitized by Google

1713. Decemb. ad Te ſcribet. Interim; neſcio an demonſtrare poſſis quod aſſeris; omnem valorem per Seriem eſſe advergentem, per conſequens finitum, cum partes Seriei continuo decreſcentes ſint alternatim affirmativæ & negativæ.

A longo jam tempore nihil litterarum accepi a Moivræo & a Burneto, quanquam uterque reſponſionem mihi debeat: ſed aliunde audivi novam Editionem *Princip. Phil. Natur.* Newtoni jam a quatuor aut quinque menſibus publice proſtare; eam vero nondum vidi, etſi aliquis *Anglus* ejus exemplar ex *Gallia* mittendum quamprimum acceperit, mihi promiſerit. Quem notavi errorem Newtoni, circa determinationem medii cujus reſiſtentia data curva deſcribatur, correxit in nova Editione antequam publicaretur, per interpolationem alicujus ſchedæ; idque ex monitu Agnati mei; reliquos errores ſuos potuit etiam corrigere ex ſcripto meo, quod publicavi in *Actis Lipſienſibus*, (1) ſub initium hujus anni, & quod ille vidit, aut ſane videre potuit, antequam lucem aſpexiſſet nova ipſius editio: ſed ſicuti priorem correctionem inſeruit, quaſi ex ſemet ipſo haberet, nulla facta mentione mei, vel ejus a quo fuerit monitus; ita haud dubie quod ad cæteras, eadem ſinceritate agit.

Errores illi, quos dicis Hugenium ad marginem Exemplaris ſui in Newtono notaſſe, ſunt forte non alii, quam qui jamdudum publice extant ad calcem *Hiſtoriæ Cycloidis* a quodam Groningio *Wiſmarenſi* editæ: forte etiam ab ipſo Groningio Tibi hoc narratum fuit; nam & mihi narravit, cum ex *Batavis* veniens *Groninga* tranſiret, & in tranſitu gradum Doctoratus Juris capeſceret: ſed nihil eorum omnium, quæ ego notavi in Newtono, ab Hugenio notatum fuit; Et certe haud valde magni momenti ſunt notæ *Hugenianæ*, poſſetque Newtonus gloriari, ſi cætera omnia in Opere ſuo recte ſe haberent.

Curabimus ut in Nundinas *Lipſienſes*, vel *Francofurtenſes* mittantur, ibique Bibliopolæ *Hanoverano* tradantur, ſi quæ adeſſent Tibi

(1) 1713. Febr. p.77. & Mart. p.155. *Vid. etiam* Opp. Tom. I. N°. XC. p. 514. & ſeq.

Digitized by Google

Tibi deſtinata, juxta Libellum Fraternum de *Arte conjectandi*: Quod ſupereſt Vale & Fave.

Baſileæ a. d. 6. Decembris 1713.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. Bernoulli.

EPISTOLA CCXIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De ſeriebus convergentibus. De ſua cum Newtonianis *lite. Varia.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

. . . .

Scripsi ad Fardellam, etſi reſtitiſſes, mihi tamen ſpem ſubnatam, ſi honorificæ ſatis conditiones offerrentur, poſſe Te *Patavinis* vindicari, quo nihil in hoc genere a Republica fieri poſſet glorioſius. 1714. Januar.

Dno. Hermanno tandem litteras *Francofurto-Oderano* accepi; ſed ex quibus non intelligo, utrum mihi antea ſcripſerit, ex quo *Italia* diſceſſit.

Ipſe, ubi animum attenderis, facile animadvertes omnem valorem per ſeriem eſſe advergentem, per conſequens finitum, cum partes ſeriei continuo decreſcentes ſunt alternationis affirmativæ & negativæ. Et ecce demonſtrationem.

1714. Januar.

Sit Series $\underbrace{\overbrace{a - h + c - d + e - f}^{L}}_{M} + g - h + i - k +$ &c.

cujus termini decreſcant in infinitum, ita ut quivis ſit minor proxime antecedente.

Dico 1°. quantitatem ejus eſſe finitam, & 2°. Seriei portionem ab initio ſumtam terminatam per +, verbi gratia *L*, eſſe majorem Serie ipſa. At 3°. portionem ab ipſo ſumtam terminatam per —, veluti *M* eſſe minorem Serie. Sed 4°. errorem ſemper eſſe minorem quam terminum ultimum aut ultimo proximum ſigno — affectum. Et 5°. Seriem finitam continuatam eſſe advergentem ad infinitam.

Series vocetur *S*. Primum *L* eſt major quam *S*, quia ex *L* fit *S*, plus ſubtrahendo, (nempe *f*, *h*, *k*, &c.) quam addendo (nempe *g*, *h*, *i*, &c.) quæ fuit Aſſertio ſecunda. At *M* eſt minor quam *S*, nam ex *M* fit *S* plus addendo, (nempe *g*, *i*, &c.) quam ſubtrahendo (nempe *h*, *k*, &c.) quæ fuit Aſſertio tertia. Quare *S* cadit inter *L* & *M*, adeoque eſt quantitas finita, quæ fuit Aſſertio prima. Sed error ſeu differentia ipſius *S* ab extremis *L* & *M* eſt minor quam differentia extremorum (nempe *f*) ſecundum Aſſertionem quartam. Continuandoque quantum lubet, *f* eſt minor data ex hypotheſi; itaque habetur & Aſſertio quinta.

Judicio Tuo pro me uſus ſum, ſed nomine Tuo ſuppreſſo; atque ita ut indicio non ſit Te eſſe Authorem ejus; dico ita judicaſſe Mathematicum inſignem, & qui partialitatis accuſari non poſſit. Sed ut Apologiam juſtam edam, opus eſt ut Commentarium ipſum Epiſtolicum videam, & cum meis ſchedis conferam. Fortaſſe recudi curabo auctius.

Neſcio an in eo *Commercio*, quod nuper *Londini* edidere, repetantur eæ litteræ quas Wallisius, me conſentiente, edidit, & quæ ſatis manifeſte *Newtonianam* prætenſionem deſtruunt.

Keilius vix meretur ut nominetur, homo enim vanus glorio-

glorioIam me impugnando quæſiſſe videtur. Velim noſſe an Cheynæus ſe negotio immiſcuerit. 1714. Januar.

Newtonus multis modis effecit, ut jam de candore ejus, adde etiam de Propoſitionibus dubitare cogamur. Debebat agnoſcere per quem profeciſſet. Aiunt Doctrinam de explicando motu Planetarum per ſimplicem trajectionem combinatam gravitati, ab Hookio jam propoſitam fuiſſe. Paralogiſmi quos in ſcriptis ejus notaſti, faciunt ut dubitare cogamur, utrum recte numerum Curvarum tertii gradus determinaverit. Digna foret diſquiſitio illa cura Dni. Agnati Tui, quem conſilio Tuo ad profunda ejuſmodi eruenda juvare poſſes. Gratiſſimum etiam mihi rem & in publicum utiliſſimam faciet, ſi in Seriebus porro elaborabit, quarum doctrina multum adhuc abeſt a perfectione. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Viennæ* 10. Januarii 1714.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

P. S. Scripſit ad me Dnus. Hermannus, *Hanoveræ* jam agere Nobilem *Venetum* Venier, amicum Procuratoris Loredani Academiæ Curatoris, & per eum juvari conſilia noſtra poſſe. Statim ſcripſi *Hanoveram* ad amicum, ut ſi illic eſſet Venerius, ſignificaretur illi, quanta ſit laus, quanta merita Gentis *Bernoulliæ* in rem mathematicam, quamque res ad gloriam ſuæ Reipublicæ pertineat. Peto ut incluſas ad Dominum Scheuchzerum cures.

Digitized by Google

EPISTOLA CCXIV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſione Patavina. *De Seriebus convergentibus. De* NEWTONO, *& ejus Enumeratione linearum tertii ordinis. De* Theoria Manuariæ nauticæ. *De* SCHEUCHZERO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1714. Febr. ACCEPIMUS nuper, agnatus meus & ego, litteras ab *Abbate* FARDELLA, in quibus quod ipſi de me ſcripſeras ſignificat; ſciſcitaturus, num, ſi conditiones honeſtæ & lautæ ſatis mihi offerrentur, eas acceptare vellem; urgetque ut ipſemet ego illas perſcribam, promittens ſe omnem lapidem moturum, ut Proceres *Veneti* in eas conſentiant; ita tamen ut hoc non noceat Agnato meo, ſi forte ego recuſavero; quare ſpem de novo concepimus felicioris ſucceſſus; Reſpondimus nos ambo Dno. FARDELLÆ, ſine mora, hunc circiter in modum; nos ſcilicet gratias agere pro ſumma qua eſt erga nos benevolentia, ipſumque proin rogatos nos velle, ut in hoc affectu perſeveret, atque incæptum opus abſolvat; me quidem magnas habere difficultates ſuperandas, cum ſim uxoratus, atque ſex Liberorum parens, impeditus numeroſa familia, atque ædes proprias inhabitans; me vergere ad quinquageſimum annum, qua ætate vigor & vires langueſcere incipiunt; nondum triennium eſſe elapſum, quo Vocationem *Leydenſem* repudiaverim, cum oblato ſalario bis mille florenorum *Hollandicorum* annuorum, & emolumentis extraordinariis (qualia in Academia *Patavina* non habentur,) tantumdem minimum efficientibus, non computatis, nullaque

habita

habita ratione ejus quod *Leydæ* inveniſſem meæ Religionis ho- 1714.
mines, cum quibus & tutius, & liberius, quam in *Italia* dege- Febr.
re potuiſſem; hæc omnia proinde tantum apud me ponderis & rationis eſſe, ut, ſine evidentiſſima & notabili fortunæ melioratione, a me impetrare non queam tam magnam, tamque moleſtam ſubire mutationem, atque de novo lares aliorſum transferre; cum vero temeritatis, ne dicam imprudentiæ, quædam nota in me eſſet, ſi peterem ſtipendium inſolitæ adeo magnitudinis, me convenientius judicare ut ab ea re animum abducam, atque mentem meam candide aperiam, quam ut vana ſpe diu lactem eos, qui forte exiſtimant me pretio ordinario obtineri poſſe; quod vero ſpectat ad Agnatum meum, adhuc cœlibem, neque tanta obſtacula habentem, eum utique non rejecturum invitationem, ſi præſertim ſtipata foret ſalario annuo non minori quam quo fruebatur Prædeceſſor Cl. Hermannus. Hæc cum ita ſe habeant, addidi porro, me Dnum Fardellam rogare, ut quod ſibi ſit authoritatis apud Proceres *Venetos*, illud impendat in gratiam Agnati mei; me plane non dubitare, quin Agnatus meus Provinciam ſibi demandatam omni ex parte ſit adimpleturus, ac, quam de iſto conceperunt, ſpem minime deluſurus. Hæc ſunt, quod ad ſubſtantiam, quæ Dno Fardellæ pro reſponſo dedi; quæque & Tibi perſcribere volui, ut in litteris, quas forte dabis ad ipſum, ejus quod e re eſſe cenſuerimus mentionem facere poſſis.

Bona eſt demonſtratio quam dediſti de advergentia valoris ſeriei, cujus termini alternatim affirmativi & negativi continuo decreſcunt, ita nempe, ut quivis ſit minor proxime antecedente; ſed putabam Te poſſe demonſtrare valorem quoque finitum eſſe, cum Seriei termini ita ſunt comparati, ut quivis affirmativus proxime antecedente affirmativo, & quivis negativus proxime antecedente negativo ſit minor, & ſi forte non minor, ſed major eſſet quam immediate præcedens: quod utique impoſſibile eſt demonſtratu; dantur enim exempla in contrarium, ut $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{7} - \frac{1}{16} + \frac{1}{9} - \frac{1}{32}$ &c, cujus termini in infinitum decreſcunt, & alternatim ſunt affirmativi & negativi; habet tamen Series valorem infinitum; nam termini affirmativi conſtituunt

1714. Febr. Seriem harmonicam, quæ, ut conſtat ſummam habet infinitam; negativi vero faciunt Seriem geometrice proportionalium, cujus valor eſt finitus. Cæterum in ſuppoſitione tua, qua terminus proxime præcedente minor ſupponitur, finitus valor Seriei facillime aliter ita demonſtratur, $a - b + c - d + e - f +$ &c. $< a - b + b - d + d - f + f -$ &c. $= a$. Ergo $a - b + c - d + e - f$, &c, minor quam a: ergo ejus Seriei valor finitus. Reliquæ obſervationes a Te demonſtratæ etiam hinc facile demonſtrantur.

Optime facies, ſi quæ ſuppeditavi ea a me profecta diſſimules, in Apologia quam paras contra *Commercium Epiſtolicum* ab *Anglis* editum; in quo quidem repetuntur quædam ex litteris quas WALLISIUS edidit. Neſcio autem, annon quædam, quæ in Tui defenſionem facerent ſint omiſſa; neque hactenus vacavit omnia inter ſe conferre. Ante annum & ultra promiſit Dnus MOIVRÆUS, nomine NEWTONI, hunc mihi miſſurum hoc *Commercium*, una cum Exemplari novæ Editionis ſuorum *Princip. Philoſ.* Jam vero dudum Exemplaria diſtribuenda miſit in *Galliam*; ad me vero nihil amplius, nec libri, nec litterarum hactenus pervenit. Unde animum ſubiit ſuſpicio, an forte NEWTONUS mihi ſuccenſeat, quod animadverſiones quaſdam meas ſuperioris *Anni* Menſibus Februario (1) & Martio (2), in *Actis Lipſienſibus* publicaverim, in veterem Editionem *Princip. Phil.* KEILIUS NEWTONI ſimia videtur; quidquid ab eo vidi ex NEWTONO compilatum eſt. CHEYNEUS valedixit, ut audio, rebus Mathematicis. . . . .

An NEWTONUS non erraverit in *Enumeratione Linearum tertii ordinis*, omittendo forte quaſdam, is quaſdam alias bis ſumendo, pro diverſis quæ eædem ſunt habendo, ut accidit CRAIGIO & aliis, qui Problema de transformatione Curvarum ſolvere volentes, eamdem cum data exhibuerunt ad diverſum tantum axem; an inquam NEWTONO non ſimile quid contigerit, aſſeverare non auſim: ejus enim Tractatum hac de materia ut examinarem nondum a me impetrare potuit. . . . . : Frater meus aliquando

(1) Pag. 77. (2) Pag. 155.

Digitized by Google

do hoc vadum tentavit; quo vero ſucceſſu non memini, fortaſſe 1714.
in Scriptis ejus aliquid invenire eſt. Mart.

Sub prelo habeo aliquem Tractatum Gallicum de Manuaria nautica, cui titulus *Eſſai de la Manœuvre des Vaiſſeaux* (1), quem ante Paſcha prelum evadere ſpero, ita ut ad Nundinas *Francofurtenſes* pro Te exemplar mittendi tempus ſuperſit. Huic ſcriptioni anſam dedit Renaldus *Gallus* Eques & Ingeniarius Navalis, qui circa medium anni ſuperioris ad me miſit Libellum (2), in quo litem exoletam, quam antea habuit cum Hugenio refricavit, atque contra Objectiones *Hugenianas* aliter quam olim, ſed non magis feliciter, Theoriam ſuam vindicare voluit. Reſpondi Renaldo, ſed damnando ipſius opinionem, aliumque errorem maximi in hac re momenti oſtendendo, quem ipſe Hugenius non animadverterat: Quam itaque jam antea excogitaveram novam Theoriam, novaſque pro ea Regulas, quales Hugenius conſtruendas in ſe ſuſcipere non auſus eſt, in ſingularem Diſſertationem redegi, Tibi, ut ſpero, non diſplicituram.

Dnus Scheuchzerus Senior, Profeſſor Matheſis *Tigurinus*, cui litteras Tuas illis quas ad me ſcripſiſti incluſas, transmiſi, poſtquam per 20 annos Profeſſionem ſine ſalario adminiſtraſſet, nunc cum in demortui alicujus locum ſuccedere, ejuſque ſalario, vi Decreti, gaudere debuiſſet, ſpe ſua excidit; quare animo dejectus anhelat ſtationem extraneam. Sicubi aliquam ipſi procurare poſſes, operam Tuam non male collocares: eſt enim Vir multi laboris, & ſcribendo, & obſervando; ſed cui, ob fortunæ tenuitatem & facultatum anguſtiam, multa deſunt ad ſtudiorum promotionem; Eum itaque curæ Tuæ commendo, Vale & Fave.

Baſileæ 28. Februar. 1714.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. Bernoulli.

(1) *Editum* Baſil. 1714. 8°. *Et Opp.* Tom. II. N°. XCI. p. 1.

(2) *Memoire, ou eſt démontré un Principe de la Méchanique des Liqueurs &c. qui a été conteſté par Mr.* Hughens. Par Mr. Renau &c Paris 1712. 12. *Vid.* Joh. Bernoullii *Opp.* Tom. II. N°. XCII. pag. 97.

EPIS-

EPISTOLA CCXV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Varia.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1714. Mart. HOc momento litteras Tuas accipio, ac ſtatim reſpondeo, quia Dnus. Cognatus Tuus ait, mittendum eſſe *Francofurtum* Libellum Dni Fratris Tui p. m. ſi indicem quis ibi recipere debeat. Et cum tempus inſtet, ſignifico poſſe ibi dari Bibliopolæ *Hannoverano* Forstero, vel alicui alteri *Brunſvicenſi* aut *Hannoverano* Mercatori. Quod ſi ergo miſſus eſt jam *Francofurtum* liber, de quo non dubito, per litteras ſignificari fortaſſe adhuc poterit cui tradi debeat, niſi forte id jam factum eſt. Poſſet fortaſſe etiam in *Lipſienſes* Nundinas pari ratione mitti. Gaudebo ſimul videre præclarum Tuum, haud dubie, libellum *De Navibus regendis*. Cætera ad Te & Dnum. Cognatum Tuum ſcribenda, ob brevitatem temporis, dum curſor publicus inſtat, in ſequentes differo.

Eſt *Hannoveræ* quidam Dnus Venier, Nobilis *Venetus*, cujus Frater, ut intellexi, aliquam in rebus *Patavinis* auctoritatem habet: huic etiam cauſam Dni. Cognati Tui commendavi. Putem Doctrinam Serierum abſolutam majoris momenti fore, quam prima fronte videtur. Quod ſupereſt, Vale & Fave & Dnum. Cognatum interim à me ſaluta.

Dabam *Viennæ* 31. Martii 1714.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

EPIS-

EPISTOLA CCXVI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Commercio Epiſtolico & Leibnitii *ad id Reſponſione. De Serie* Leibnitiana *vel* Gregoriana *pro quadratura Circuli; &c.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

Mitto ecce Forsteri Chirographum de accepto faſciculo in quo continentur *Ars Conjectandi*, Opuſculum Fratris mei poſthumum, & *Manuaria Nautica*, a me nuper edita: Tuum nunc eſt faſciculum repetere à Dno Forstero. Cl. Wolfius mihi miſit non ita pridem Tomum primum ſui Curſus mathematici, & cum eo plura Exemplaria ſchediaſmatis continentis reſponſionem Tuam (nam Tuam eſſe dixit Wolfius & publice extat in Diario illo germanico Büchſtaal quod *Lipſiæ* imprimitur) meque rogavit, ut ea inter Mathematicos mihi notos diſtribuerem; quod equidem jam feci; præſertim in *Galliam* non pauca miſi, ſed in *Angliam* mittere nulla volui, ne me *Angli* pro Auctore ſuſpicentur hujus Reſponſionis, aut ſaltem illius Epiſtolæ, quam inſeruiſti. Si Tibi ad manus fuiſſent ſcripta & litteræ, inter Te, *Angloſ*que olim reciprocatæ, inveniſſes fortaſſe plura & fortiora argumenta in uſum Tuum facientia . . . . Pag. 25. *Commercii Epiſtolici* habetur Epiſtola *Jacobi* Gregorii ad Collinsium 15° Februarii 1670. data, ubi hæc leguntur; *Quod attinet* Newtoni *Methodum Univerſalem, a qua ex parte, ut opinor, mihi innotuit, tam quoad geometricas quam Mechanicas curvas. Nihilo tamen minus ob Series ad me miſſas gratias habeo, quas ut remunerem mitto quæ ſequuntur. Sit Radius = r, Arcus* 1714. Mai.

1714. Mai. *cus* $= a$, *Tangens* $= t$, *Secans* $= s$; *&* *erit* $a = t - \frac{t^3}{3r^2} + \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^6} + \frac{t^9}{9r^8}$ *&c. eritque* $t = a + \frac{a^3}{3r^2} + \frac{2a^5}{15r^4} + \frac{17a^7}{315r^6} + \frac{62a^9}{2835r^8}$ *&c. &* $s = r + \frac{a^2}{2r} + \frac{5a^4}{24r^3} + \frac{61a^6}{720r^5} + \frac{277a^8}{8064r^7}$ *&c. ſit nunc tangens artificialis, &c.*

Jam quod ſpectat ad primam ſeriem $a = t - \frac{t^3}{3r^2} + \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^6}$ &c. . . . . ex qua inferunt tuam quadraturam arithmeticam Circuli $= 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} +$ &c. jam ante a *Jacobo* GREGORIO communicatam, adeoque inventi gloriam non Tibi, ſed GREGORIO deferendam: neſcio quomodo hanc conciliabunt cum loco quodam in quem nuperrime incidi, ex *Davidis* GREGORII *Exercitatione Geometrica de dimenſione figurarum*, impreſſa *Edimburgi* anno 1684, ubi hæc diſerta habentur verba. *Fortaſſis notatu dignum erit hinc conſequi Præſtantiſſimi Geometræ* Gothofredi Gilberti (*Guillelmi*) LEIBNITZII *Circuli quadraturam.* Tranſact. Phil. Menſis Aprilis 1682 editam, *ſi nempe ponatur* DA $=$ 1 *arcus* AF 45 *grad. erit* AC *etiam* $\frac{1}{2}$; *unde erit ſector* DAF $= \frac{1}{2}$ DA $\times$ AF *arc.* $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{7} \times \frac{1}{2} +$ &c, *ejusque octuplum nimirum Circulus, cujus quadratum circumſcriptum eſt, erit* $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + ' -$ *&c. in infinitum.*

Ergo *David* GREGORIUS aſſerit Tibi primæ inventionis gloriam. Quis autem tam vecors eſſet, ut putaret *Davidem* hoc feciſſe in præjudicium *Jacobi* Patrui ſui, cujus inventum, ſi Inventor fuiſſet, ipſe ignorare non potuiſſet; deprædicans alioquin ſingulis fere paginis ejus Methodos & Series, fatenſque ab initio ſuæ *Exercitationis*, ſe nactum fuiſſe poſt mortem Patrui ſui, ejuſdem adverſaria, in quibus utique reperturus fuiſſet Seriem Tibi ab *Anglis* controverſam; ſi vel maxime *Jacobus* vivens eam celare voluiſſet *Davidem*; quod tamen minime veriſimile eſt, nam ne umbram quidem veriſimilitudinis haberet, ſi quis diceret

ret *Jacobum* Gregorium ſtudio abſcondidiſſe *Davidi* ſangui- 1714.
ne ſibi proximo, quod cum Collinsio, homine ad ſe ni- Mai.
hil pertinente, tam liberaliter communicaverit? Quæ cum ita ſint, neſcio quid ſentiam de eo quod habetur in Epiſtola quadam Oldenburgi ad Te ſcripta 15° Aprilis 1675, & *Commercio Epiſtolico* inſerta pag. 39, in qua nempe hæc verba reperio, *Et converſim ex tangente invenire arcum ejus* $a = t - \frac{t^3}{3rr} + \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^6} + \frac{t^9}{9r^8} -$ &c. . . . , ...

. . . .

Ex *Gallia* intelligo Fontenellium Academiæ Secretarium ſcribere librum de infinite parvis & magnis, quem brevi abſoluturus ſit (1). Cæterum ab Agnato meo quam-officioſiſſime ſalutaris. Vale, Vir Ampliſſime & Fave.

Baſileæ 23. Maii. 1714.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimum.

J. Bernoulli.

(1) *Prodiit demum* A°. 1727. *Sub hoc Titulo, Elemens de la Geometrie de l'Infini.* 4°.

EPISTOLA CCXVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Theoria Nautica. De lite ſua cum Newtonianis. *De Profeſſione* Patavina. *De* SCHEUCHZERO.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1714. Dec. PULCHERRIMA tua *de Phoronomia navium* diſſertatio tandem ad me pervenit, poſtquam converſio rerum *Britannicarum* reditum *Hannoveram* meum acceleravit. Præclara edis ſpecimina Artis Analyticæ in re maxime utili humano generi. Et ſpero futuros, qui Tabulas condant, quales proponis, quibus calculus ſublevetur (1). Equidem diſtractiſſimus negotiis & laboribus diverſi longe generis, non aliter legere potui Librum tuum, quam ut ſolemus Hiſtorias vel Romaniſcos, nec figuras cum verbis conferre, aut ratiocinationum plicas evolvere licuit; tantum tamen in his rebus tribuo ingenio judicioque tuo, ut non dubitem ſummam rei Tuo ſtudio recte eſſe explicatam. Placuit etiam quod magni utique viri *Chriſtiani* HUGENII & judicium vindicaſti & defectus ſupplevisti. Eleganter etiam notaſti objectionem *Renaldinam* ſimilem eſſe illi, qua VANNIUS olim Jeſuita *Italus* regulam plani inclinati impugnabat. Cum *Britanni* nuper præmium ingens longitudinum Inventori conſtituerint, fortaſſe dabunt operam, ut cætera ad rem nauticam pertinentia accuratius elaborentur, Tuæque profundæ meditationes in conſilium adhibeantur.

Multi illic Viri præclari adulatorum NÉWTONI temeritatem parum probant. Cl. CAMBERLANUS (celebris *Statu Magnæ Britanniæ* noviſſime edito) cum litteras quaſdam ad ſe meas in con-

(1) *Id egregie factum eſt à Cl. Dno.* PITOT *in* Theorie de la Manœuvre des Vaiſſeaux reduite en pratique. *Paris* 1731. 4°.

conventu Societatis Regiæ oſtendiſſet, quibus male mecum actum 1714.
eſſe querebar, miſit ad me excerptum ex Protocollo Societatis Decemb.
ea die habito, quibus negant litem a ſe deciſam, neque viam eſſe præcluſam aiunt ei qui aliquid relationi Commiſſariorum (male proinde pro ſententia Societatis editæ) opponere velit.

At Keilius interea *Gallicum* quemdam libellum (1) edidit. Quibus inter alia errorem, quem in Newtono deprehenderas removere conatur fruſtra.

Mihi conſilium eſt, edere aliquod Commercium litterarium meum, unde apparebit quam in aliis quoque Newtonus olim tenuis fuerit. Et quia ſcio, ex *Collinſianis* homines partium ſtudio deditos ea ſuppreſſiſſe quæ Newtono minus placere debere judicabant, ſollicitabo ut ea ipſa quoque producant. Dabo etiam operam ut quædam edam in quibus Newtono aquam hærere ſcio.

Fieri poteſt, ut Gregorius etiam invenerit Seriem, qua arcus circuli exprimitur per tangentem, quanquam meas ſchedas (quarum pars vel periit vel latet) nondum excutere licuerit. . . . . Sed arbitror mihi non fuiſſe communicatam hanc Gregorii Seriem, niſi tunc cum meam jam in *Angliam* miſiſſem. Itaque cum varias ſeries *Gregorianas* & *Newtonianas* acciperem, credo me judicaſſe hanc inter cæteras poſt meum judicium relatam. Certe Newtonus ipſe in ſuis litteris ejus inventionem tunc mihi tribuit. Itaque de Gregorio inventionis participe nulla ad me ſuſpicio pervenit. . . . .

Cum a multo tempore nihil a Dno. Hermmanno, vel ab Amicis *Venetis* viderim; neſcio quo nunc ſit loco negotium Profeſſionis Mathematicæ *Patavinæ*. Hermannus verebatur ne *Polenus* favore quorumdam Nobilium *Venetorum* ſubnixus Brabium auferret. Si res adhuc integra eſt, nulla re magis capi poſſunt *Veneti*, quam fama ſcientiæ motus aquarum, quæ in ea Republica merito maximi momenti habetur, itaque optaveram doctiſſimum Dominum Nepotem tuum huc incumbere, & quæ

Vv 3 in

(1) Comparet ille in *Diario litterario*. 1714. *Juill. & Aouſt. Art.* 4. *pag.* 319.

in hanc rem dedere Michelinus & Guilielminus accuratius examinare, eos enim tractaſſe rem puto ſuperficie tenus, & ὡς ἐν πλάτει: a Te adjutus longius ibit quam quiſquam.

Dominus Scheuchzerus iter *Ruſſicum* excuſavit, retentus a ſua Republica, auctuſque beneficiis. Vellem in aliquot annos Virum Magno Principi commodare ſtatuiſſent. Ita rem juviſſent publicam, nec ſuis commodis obſtitiſſent.

Annum quem mox inibimus aliorumque multorum ſeriem Tibi felicem obvenire, Tuiſque ex animo precor, ut quam-diutiſſime de republica bene mereare. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 30. Decembris 1714.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

EPISTOLA CCXVIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De ſua Theoria nautica. De Commercio Epiſtolico *&* Keilii *Libello. De Problemate* Newtonianis *proponendo.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1715. Febr. Postquam longo tempore nihil abs Te reſponſi accepiſſem, cujus equidem ſilentii cauſam ignorabam: tandem, magno meo gaudio, litteræ Tuæ, ultimo anni ſuperioris die datæ, ad me ſunt perlatæ; ex quibus proſperam Tuam valetudinem, (quam Deus per hunc pluresque alios ſecuturos annos ſartam tectamque conſervet, bono univerſæ Reipublicæ Litterariæ, quam hactenus tam inſigniter inventis ſcriptiſque Tuis exornaſti) valde lætus

collegi.

collegi. Gratum fuit intelligere traditum Tibi fuiſſe, neque diſplicuiſſe Libellum meum Gallicum *De praxi Nauticâ*. Optaſſem vero, ut eum aliqua cum attentione legere Tibi licuiſſet, quo ſententiam ferre potuiſſes de lite, quæ hac in re etiamnum intercedit mihi cum Dno. Renaldo, quem omnibus meis rationibus, partim in Libro meo, partim in variis litteris quas ad objectiones ab eo mihi motas diluendum ad ipſum perſcripſi, ab erronea opinione ſua nondum avellere potui. . . . . 1715. Februar.

. . . .

Facile credam, quod poſtquam Sereniſſimus Tuus Princeps Magnæ *Britanniæ* thronum conſcendit, Societas *Anglicana* nolit jam haberi pro ſua ſententia, quod tamen ejus auctoritate & nomine prodiit in *Commercio Epiſtolico*, tanquam Judicis ſententia deciſoria pro Newtono. Fortaſſis etiam Keilius ſuum Libellum Gallicum (quem ante Reginæ obitum publicavit) non fuiſſet publicaturus, ſi præſenſiſſet optatam illam, quæ paulo poſt contigit, converſionem rerum *Britannicarum*. Conſultiſſimum erit quod formaſti conſilium edere aliquod Commercium Litterarium alteri illi *Anglico* opponendum. Cum enim *Angli* omnia per litteras & rerum geſtarum hiſtorias evincere contendant..... æquum eſt, ut & Tua producas ad Commercium illud pertinentia, ab adulatoribus *Newtonianis* omiſſa......... Optarim libenter videre libellum illum Gallicum Keilii; (1) nihil ex eo vidi, quam quod nuper noſter Hermannus perſcripſit, excerptum ex *Diario Hagienſi*, menſis Julii & Auguſti 1714. maximam partem ad me ſpectans; niſi quod dicat Keilium Te parum honorifice tractare, pariter ac Auctorem vel Auctores illius Epiſtolæ, quæ Apologiæ loco pro Te in lucem prodiit. Tuum Schediaſma quoque circa motus Planetarum, *Actis Lipſienſibus*, menſis Februarii 1689 inſertum, ſub examen revocari, in quo Keilius duos paralogiſmos notare moliatur. Ad me vero quod attinet, agnoſcit quidem errorem, quem detexi in Newtono circa determinationem reſiſtentiæ commiſſum. (Vide Schediaſma meum

(1) *Journal Litteraire* 1714. *Juill. & Aouſt. Art.* 4. *pag.* 819. *& ſuiv.*

1715. meum in *Actis Lipſienſibus* menſium *Februarii & Martii*, 1713;)
Februar. Sed multis perſuadere conatur KEILIUS, me multo gravius lapſum eſſe, quod erroris *Newtoniani* originem rejicere voluerim in Series ipſius, cujus terminos a NEWTONO pro fluxionibus vel differentialibus ſuperioribus adhibitos eſſe, KEILIUS contra me negat, licet NEWTONUS alicubi diſertis verbis hoc dicat; quem locum, ſi opus fuerit, oſtendere poſſum, quidquid nunc dicat KEILIUS, vel NEWTONUS ipſe, aliive Cultores ejus, ad diſſimulandum quod veram differentiandi continuationem ignoraverit. Sed de ipſo, quem indicavi, errore NEWTONI molliſſime loquitur KEILIUS, dicendo eum *ex accidente* irrepſiſſe, producta aliqua tangente ad partem oppoſitam ejus ad quam produci oportuiſſet, & ideo facile fuiſſe errorem ejus indolis committere. Interim non addit, quod hic error, quantumvis facilis, manſiſſet incorrectus in nova Editione *Principiorum Phil.* ſi NEWTONUS de eo non fuiſſet opportune monitus ab Agnato meo in *Anglia* tum degente, cum liber jam eſſet prelo evaſurus. De reliquis quibuſdam erroribus, quos pariter notavi, nihil dicit KEILIUS... Tandem me hortatur, ut juſtitiam faciam NEWTONO, circa Series, & ut publice agnoſcam me in erroris *Newtoniani* origine indicanda erraſſe, quanquam NEWTONUS ipſe tantam æquitatem non habuerit, ut in nova Libri ſui editione fateretur, a quo erroris ſui commonefactus fuerit; eum nempe ita corrigens, quaſi a nemine monitus ſponte lapſum ſuum animadvertiſſet. Recte facies, ſi quædam edas, in quibus NEWTONO æquam hærere ſcis. Suppetunt haud dubie multa eorum, quæ olim inter nos agitata fuere, & quæ per communem differentialium methodum non facile obvia ſunt: qualia ſunt quæ de tranſitu ex curva in curvam habuimus, quæ peraguntur ſingulari quadam differentiatione adhibita: Propoſui olim, ſi meminiſti, publice quædam Problemata hujus generis, ſed quæ pro curvis diſſimilibus a nemine hactenus fue-
Ta.XXIII. runt ſoluta; ea ipſi de novo poſſent proponi. Exempli gratia, (*Fig.* 127.) inter infinitas Ellipſes ſuper communi axe A C deſcriptas, quæritur illa A B C, quæ ſecans rectam poſitione datam, vel quamcunque etiam curvam datam L B N, relinquat arcum A B inter

omnes

omnes AR, AS, &c. minimum Longitudine. Aliud Problema foret, ſed difficilius: Iiſdem poſitis, determinare Ellipſin ABC, cujus arcus AB a gravi ex A deſcendente breviſſimo tempore percurratur. Hujuſmodi multa alia ſunt, quæ *Anglis* forte plus negotii faceſſent, quam ſibi ſtatim imaginabuntur. Ex eorum numero, quæ ſingularem differentiandi & integrandi methodum requirunt, etiam hoc eſſet, ubi petitur modus complanandi ſuperficies conoideas obliquas, vel quaſvis alias datas ſuperficies curvas, etſi non conoideas. Intelligo per ſuperficiem curvam datam, cujus ſingula puncta determinantur (ſic ut lineæ curvæ data puncta) per ordinatas tres x, y, z, quarum relatio data æquatione exprimeretur: ſunt autem tres illæ coordinatæ, nihil aliud quam tres rectæ ex quolibet ſuperficiei curvæ puncto perpendiculariter ductæ in tria plana poſitione data, & ſe mutuo ad angulos rectos ſecantia. Sit æquatio inter coordinatas, exempli gratia, hæc $xyz = a^3$; quæritur hujus ſuperficiei dimenſio, vel ſaltem reductio ad figuram aliquam planam. Quod attinet ad Solidum ipſum inter ſuperficiem datam & plana poſitione data comprehenſum, ejus quidem dimenſio facilius habetur quam ſuperficiei, non tamen omni difficultate caret. Vale .... 1715. Februar.

Baſileæ 6. Februar. 1715.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. Bernoulli.

EPISTOLA CCXIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De re nautica perficienda. Hortatur ut hydraulicam tractet. De Metaphyſica NEWTONI. *De Problemate* Anglis *proponendo. De æquationibus ad ſuperficies.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1715. April. PRÆCLARAM, quantum intelligo, in re nautica ex Matheſi illuſtranda navaſti operam. Rectius talibus inventis mediocria præmia ſtatuerentur, quam immenſa pro inveniendo, quod nonniſi multorum collatis inventis perfici poteſt, atque ita mea ſententia, ei ſoli non deberetur, qui aliorum inventis tantum ultimum manum imponeret; quale eſt Longitudinum marinarum Problema. Scriptum eſt mihi ex *Anglia* Commiſſarios rei diſcutiendæ cauſa nominatos hactenus ne conſediſſe quidem; cujus ratio eſt quod Parlamentum Inventori quidem futuro, ſed non Commiſſariis providit.

Et gratis pœnitet eſſe probum.

Optem, quando Tibi tam pulchre ejuſmodi Meditationes ſuccedunt, ut negotium aquarum currentium in manus ſumas. Ea de re ſcripſit GUILLELMINUS, cui contradixit PAPINUS. Libellus GUILLELMINI latinus (1) mihi jejunus videbatur, ſed *Italicus* (2) qui praxin attingebat, non ſpernendus. Hunc examinari a Te, vel, Te directore, a Domino Agnato tuo operæ pretium eſſet, vel *Venetorum* cauſa, ut intelligant quantum ſibi defuerint. Et cum GUILLELMINO, præclaro quidem cætera Viro,

(1) *Aquarum fluentium menſura nova methodo inquiſita. Pars. I. & II. Bonon.* 1690, 1691. 4°.

(2) *Della natura de' Fiumi, Trattato Fiſico-mathematico. Bolog.* 1697. 4°. Comparet uterque in GUILLELMINI Operum edit. *Genev.* 1719. 4°.

Viro, ſed in profundiore Matheſi minus provecto, non ſatis in 1715.
hoc argumento fidam, ſufficeret, guſtus præbendi cauſa, initio April.
notari in quo GUILLELMINUS rem acu non tetigerit.

Cum accepiſſem NEWTONUM mira quædam de Deo dicere in *Optices* ſuæ editione Latina, quam hactenus nondum videram; inſpexi & riſi ſpatium eſſe ſenſorium Dei; quaſi Deus, a quo cuncta procedunt, ſenſorio opus habeat: præterea ſpatium nihil aliud eſt quam ordo coexiſtendi, ut tempus ordo mutationum generalis ſeu ordo exiſtendi incompatibilium; unde ſpatium abſtractum a rebus non magis eſt res vel ſubſtantia, quam tempus. Atque ita Metaphyſica huic Viro parum ſuccedunt. Notavi etiam quædam, unde apparet Dynamicen, ſeu Virium leges non eſſe ipſi penitus exploratas. Vacui demonſtratio, quam cum affeclis molitur, paralogiſtica eſt.

Perplacent quæ *Anglis* proponi poſſe judicas. Velut de tangentibus curvæ per magnitudines arcuum diſſimilium curvarum determinatæ. Ni fallor jam alicubi in *Actis* vel *Diariis* tale quid publice propoſuiſti. Quæ etiam cum *Fratre* egiſti, & minima a puncto ad punctum ſuperficiei ducenda, aliaque hujuſmodi multa, ex Methodis quas jam didicere non facile derivabunt. Doctrinam de æquationibus localibus trium coordinatarum, ſeu de locis vere ſolidis, olim aggredi cœpi, eorumque interſectiones ſeu curvas etiam non planas; ſed proſequi non vacavit. Operæ pretium faceret qui ſtudium impenderet. Videriſque in eo argumento nonnihil laboraſſe; quæ velim ne ſupprimas.

Paralogiſmus, quem mihi KEILIUS imputat, nihil eſt, & redit ad *modum loquendi*. Cum ſcribat inciviliter & indecenter, a me reſponſum non habebit. De re ipſa agam, hominem non curabo. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanovera* 9. Aprilis 1715.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Digitized by Google

P. S. *Italus* quidam ingenioſus, ut apparet, & in Calculo noſtro verſatus, miſit mihi ſchedam adjunctam de provehenda methodo tangentium inverſa: hanc peto ut examines, & mihi cum judicio Tuo remittas. Eſt hæc pars Matheſeos, velut illa DIOPHANTI, ut varias artes in nonnullis caſibus utiliter adhibere liceat.

EPISTOLA CCXX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De re nautica promovenda. De PARENTII *annotatis in ſuam* Manuariam Nauticam. *De hydraulica Mathematice tractanda. De Problemate* Anglis *proponendo. De* RICCATI *ſcripto quodam Analytico*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime Fautor Honoratiſſime!

1715. Mai. SI tibi arrident, quæ de re nautica ſcripſi, habeo de quo mihi gratuler; eum enim finem aſſecutus ſum, quem intenderam, ſcilicet ut nihil de ea materia ſcripturus eſſem, quod a viris Doctis & Judicioſis approbari non poſſet. Tecum ſentio, quod non male actum foret, ſi talibus inventis mediocria præmia ſtatuerentur, ut ſaltem excitarentur ingenia ad moliendum aliquid pro bono publico; quis enim libenter operam ſuam commodabit, ſi præſertim ex ea nec gloria, nec lucrum, ſed diſpendium potius temporis & pecuniæ (ut mihi fine accidit) ipſi enaſcatur. Dnus. RENALDUS quem ad agnitionem erroris ſui, ... non tam adigere potui, invitis omnibus meis rationibus, tam in libro, quam in litteris meis pluribus poſtea cum ipſo commutatis, ad ſollicitationem *Melitenſium*, miſſus eſt a Rege *Galliæ* cum aliquot navibus bellicis in *Melitenſium* auxilium contra *Turcas*.

Digitized by Google

cá. Ita mea cum ipſo diſputatio aliquandiu ſopita jacebit. Sed interim Parentius libellum meum ſuggillandum ſuſcepit, primo peculiari quodam ſcripto quod in lucem protruſit, poſtea etiam in *Diario Trevultienſi*, (1) Menſe Aprili. ſed ...... nihil niſi ineptias mira obſcuritate involutas oppoſuit: multa mihi imputat quæ non dixi; multa prævertit, & verba mea detorquet in alienum ſenſum; ſed, quod peſſimum eſt, quædam mea .... ſua facit, dum me refutare videtur: ſcilicet hoc artificio utitur, ..., ut diſſimulet Plagium ſuum; quod quidem ob tantam, quam affectat, obſcuritatem facile ipſi ſuccedit: Et ſi interim ratione civilitatis, qua me tractat, conqueri non poſſim de ejus modo ſcribendi; quia eſt litigioſus, in hoc unico gloriam quærens, ut lites in infinitum protrahat, novaſque ex litibus ferat, idque inprimis, ut audio, ambit, ut adverſarios acquirat alicujus nominis & famæ, ex quibus victis .... ſibi famam comparare nititur. Tamen quædam ad Dnum. Varignonium ex annotatis meis miſi, ut ſi e re eſſe autumaverit non ſub meo, ſed ſub alieno nomine edat; ut æquus lector videat quid de ingenio Parentii ſit tenendum. Dubito autem an ſit editurus ea Varignonius, ut pote qui quam-maxime diſſuadet altercationem, ſive tecto, ſive aperto nomine cum Parentio inchoandam; niſi & honorem & tranquillitatem meam periclitari velim. 1715. Maii.

Pulchre quidem mones, ut negotium aquarum currentium in manus ſumam: ſed, ob ſupra memoratas rationes, non video quid me eo permovere poſſit, vel debeat, obrutum in dies longe diverſis negotiis, partim Academicis, partim domeſticis, aliiſque: præſertim ſi id fieri non poſſit, niſi magno temporis & laboris diſpendio, ſed parva vel nulla prorſus ſpe emolumenti, & modico admodum famæ augmento: Guillelmini libellos hac de re ſcriptos nunquam ego vidi, & de Papini contradictione nihil pariter, niſi quod in *Actis Lipſienſibus* extat. Ea itaque omnia examinandi copia non datur ....

Xx 3 .....

(1) 1715. *April. p.* 697. & *Journal des Sçavans. Ed. Hol. Mai.* 1716. *p.* 524.

1715. . . . .
Maii. Verum eſt; olim partim in *Actis Lipſie-ſibus*, partim in *Diariis Gallicis*, propoſui Problemata de tangentibus curvæ per magnitudines arcuum curvarum determinatæ, & de aliis huc ſpectantibus: quædam eorum ſoluta fuere per *Fratrem* meum, & Hospitalium; ſed tantum pro curvis ſimilibus, quæ quidem cum meis conſpirarunt eatenus, ſed nemo rem præſtitit pro curvis diſſimilibus. *Angli* ne digiti quidem apice ea attingere voluerunt, qui alias prompti ſatis fuerunt in reſpondendo, ſi quid ad captum ſuum deprehenderunt . . . .

Remitto ecce Scriptum, quod mecum communicaſti, *Itali* illius, mihi quidem ignoti; niſi per conjecturam aſſerere auſim quod ille ſit vel Verzalia, hoſpes quondam & diſcipulus meus. . . . . . . vel *Comes* Riccatus; prior omnia mea manuſcripta vidit & exſcripſit, cum in ædibus meis commoraretur; alter vero eadem communicata habuit a Dno. Hermanno, eorumdem ſcriptorum meorum poſſeſſore. Riccatus autem, forte neſcius unde Hermannus habuerit nuper in *Diario Veneto*, ubi Hermanni partes contra me (licet nulla lite inter nos duos exiſtente) agere voluit, ingenue faſſus eſt, ſe talia a Dno. Hermanno didiciſſe: ſed, ſi verum fas eſt, dicere, niſi alia haberemus multo generaliora, quam quæ in hoc ſchediaſmate continentur, & quæ a noſtris tantum, vel mutuando, vel mutando, originem habent, parum ſane provecta eſſet methodus tangentium inverſa. Subſtitutio illa, & tranſmutatio indeterminatarum, quæ fundamentum ſcriptoris hujus eſt, nobis dudum familiariſſima. Regulæ, quas dat, ad exempla ſunt accommodatæ, adeoque haud magni pretii: nam quodlibet exemplum peculiarem Regulam poſceret. Adſperſi hinc inde notulas, idem fere, aliudque nonnihil indicantes: Cæterum Vale & Fave.

Baſileæ a. d. 22. Maii. 1715.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. Bernoulli.

EPIS-

Digitized by Google

EPISTOLA CCXXI.
BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Commendatio Joh. ARNOLDI Angli. *De* KEILIO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

HAs litteras jam ad Te exaro, in eum præcipue finem, ut commendare poſſim hunc cui eas ad Te perferendas tra- 1715. Jul.
didi, Virum (1) Is quidem natione *Anglus*, ſed minime KEILII, aliorumque invidorum amicus, per aliquot annos meus in Mathematicis Diſcipulus peculiare monſtravit probavitque mihi ſuum ingenium, non in vulgaribus tantum, ſed etiam in penitioribus noſtris Analyticis. Certe in Calculo differentialium & integralium non parum profecit; habebis in eo, ubi Patriam redierit, Tuum defenſorem contra invidos & malevolos, ut-pote, cui totius controverſiæ, quæ Te inter & KEILIUM viget, ſtatum expoſui, & oſtendi ipſum KEILIUM, alioſque ex *Anglis*, non ſemper...... qua deceret ſinceritate nobiſcum agere; ac ſæpe verborum ſenſum malevole detorquere, & ſtudio res ipſas confundere, ut eo melius Lectori imponere queant: quod inprimis factum video in KEILII reſponſione, vel potius in Libello illo famoſo, Tibi maxime injurioſo, in *Diario Litterario Hagienſi*, menſibus Junio & Julio anni ſuperioris edito, cujus excerpta quædam mihi tranſmiſit Cl. HERMANNUS noſter: Meo quidem judicio optime feceris, ſi injurias iſtas promptiſſime retundas nuda rei expoſitione, conquiſitis, hunc in finem, ex ſcriniis Tuis, litteris omnibuſque Schedis & Actis; quo quid inter Vos actum ſit, & quantum unicuique ſit tribuendum & quouſque quilibet, ut par eſt, de Inventorum gloria participet, toti Mundo conſtet, & ita oblatranti KEILIO os obturetur. De

cætero

(1) *Joh.* ARNOLDUM.

Digitized by Google

cætero ad præcedentes meas litteras me refero. Vale, Vir Illuſtriſſime, & Fave.

Baſileæ a. d. 13. Julii 1715.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. Bernoulli

EPISTOLA CCXXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad penultimam.

De Parentio. *De Com.* Riccati *Scripto Analytico. De Longitudinibus ex Theoria Lunari inveniendis. De* Hartzoekero.

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

. . . .

1715. Auguſt. A Quarum currentium argumentum eo maxime conſilio ſuaſi, ut *Veneti* melius intelligant quantum amittant. Sed putabam Domino Cognato Tuo id eſſe committendum, Te tamen dirigente.

Rectiſſime facis, quod Dnum. Parentium ſuo ſenſu abundare pateris; videtur enim lites quærere, & me etiam aliquoties mordere voluit. Inter alia objecit mihi quod negem *Conſervationem eſſe continuatam creationem* (quod ſano ſenſu ferri poteſt) & quod concurſui Divino ſim contrarius; quæ non in meis ſcriptis invenit, ſed per pravas conſequentias illis intulit.

Reſpon-

Reſpondi reipſa potiuſquam verbis, dum in *Theodicæa* naturam concurſus conſervationiſque ſatis explicui. Genium viri ſtatim agnovi ex præfatione *Elementorum Mechanicorum* (quod ni fallor primum ejus Opus fuit) ubi dicit ſe via quadam ea demonſtraſſe, quam deſeruerit, ubi ab aliis (Varignonio inprimis) jam uſurpatam intellexiſſet; & novam excogitaſſe Sed illa, quam pro nova venditat, *Hugeniana* eſt, ſumta ex Analogia navis, quam ipſe Parentius involvit, ut alia videatur. Objecit etiam quædam contra Harmoniam præſtabilitam, ſed in quibus nihil reſponſione dignum notavi. 1715. Auguſt.

Recte judicaſti: ſcriptum quod tibi miſi, profectum fuit a Dno. Riccato, ut poſtea didici ex Epiſtola quadam Dni. Zendrini, quam nunc Tibi mitto. In reſponſione petii a Dno. Zendrino ut *Comitem* Riccatum moderationis admoneat, quod ille Tibi tanquam communi & ſuo & Dni Hermanni præceptori plurimum deferat: nolim etiam in malam partem interpretetur, quod *Italis* ſpeciatim Problema quoddam ſolvendum propoſuiſti; quid enim habent in hoc genere *Itali*, quod Tibi non debeant?

Cum aliquando *Viennæ* legerem Dni. Hermanni collationes cum Dno. Versaglia, (quibus finem impoſitum puto) videbantur mihi quædam monenda occurrere, ſed nunc *Diaria Veneta* non ſunt ad manus.

Videntur adhuc quædam excutienda ſupereſſe in materia conatuum paracentricorum; quid nimirum fiat, ſi centrum ipſum eſt mobile.

Dnus Hermannus edet librum *de motu fluidorum* (1), in quo non dubito quin multa pulchra ſit allaturus; ſed dubito an excuſſurus ſit materiam fluminum.

Ex adjunctis Dni Zendrini litteris, quas remitti peto, videbis hunc animum non-nihil adjeciſſe ad hoc de fluminibus argumentum: quo ſucceſſu ego non definiverim.

 Miror

(1) *Is pars eſt Phoronomiæ, in qua de viribus Corporum ſolidorum & fluidorum agit, quæ Amſt. 1716. 4°. prodiit.*

1715. Auguſt. Miror tanto propoſito Longitudinibus præmio, *Anglos* non in eo laborare ut perficiant Theoriam Lunæ: nam ſi ea ſatis haberetur, res ſic ſatis confecta foret, ut jam olim *Johannes Baptiſta* Morinus in *Gallia* oſtendit, qui Commiſſarios a *Cardinali* Richelieu impetraverat. Et ſane faſſi ſunt illi ex Lunæ motu ſufficienter cognito Problema ſolvi, ſed recte negarunt rem eo uſque productam; quemadmodum memini mihi Bullialdum olim *Pariſiis* dicere. Si ſecundum Newtoni ſententiam tota res pendet a gravitate Planetarum in ſe invicem & in Solem, deberet eſſe in poteſtate. Sed verendum eſt ne aliæ adhuc cauſæ interveniant, & hoc ipſum vellem accuratius examinari, & quid ex ſola illa gravitate conſequatur, in Tabulas redigi, ut comparatione cum obſervationibus appareat, utrum & quantum inde natura diſcedat: ſic enim fortaſſe propius ad hoc naturæ myſterium accedere licebit. Et vero ex omnibus Obſervationibus Aſtronomicis (poſt ſatellites Jovis in ordinem redactos) nullæ mihi videntur utiliores, quam quæ circa Lunam inſtituuntur, diametros ejus apparentes, & appulſus ad Fixas accurate notando.

Legiſtine aliquando Dni Hartsoekeri *Conjecturas Phyſicas* (1)? Sunt eæ quidem ſic ſatis ingenioſæ, ſed plerumque, ni fallor, audaciores. Cum ante annos aliquot huc tranſiret, monſtraverat mihi ſua Experimenta magnetica, & omnium rationem a ſe redditam putabat; ſed mihi longiſſime adhuc abeſſe videtur a veræ rationis explicatione. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 5. Auguſti 1715.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

(1) *Conjectures Phyſiques par* Nicol. Hartsoeker. Amſt. 1706. 4°.

EPIS-

EPISTOLA CCXXIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Filio ſuo Nicolao. De PARENTIO. *De* RICCATI *cum Agnato ſuo controverſia. De* HERMANNI *Phoronomia. De* HARTZOEKERO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

. . . .

NUNC quidem Agnatus meus de novo in ſcenam protrahitur, ſed de feliciori ſucceſſu dubito. Solent, ut videtur, nos habere ut pilas, quas aliquandiu hinc inde jactatas tandem explodunt. . . . . 1715. Sept.

Jam-jam ſentire incipio ætatis ingraveſcentis incommoda . . . . Lampada nunc tradam Filio meo natu maximo (1), Juveni XXI annorum, ingenio mathematico aliiſque dotibus ſatis inſtructo. Abſolvit nuper ſtudium ſuum juridicum, & in eo nunc eſt, ut hac hebdomada, pro Licentia gradus Doctoratus diſputet; quo peracto, permittam ei ad exteros peregrinari, quantum quidem licebit per tenuitatem facultatum mearum. Spero fore ut, ille, Tuo auxilio & commendatione ſuffultus, ſtationem quamdam convenientem invenire aliquando poſſit. Hoc ſi fieret, me adhuc vivente, vix quicquam jucundius mihi per totam vitam contigiſſe arbitrarer. Pro ea, qua polles auctoritate, & qua es erga me benevolentia, difficile Tibi non erit voti mei compotem me redde-

 re,

(1) *Nicolao.*

1715. Sept. re, & qui jam ſum totus Tuus, me Tibi porro arctiſſime obſtringere.

De Parentio ſentis quod ego dudum obſervavi; ille ſcilicet data opera lites quærit; gloriam videtur affectare ex eo, ut non-niſi illuſtres habeat adverſarios; quos dum refutare conatur, ſibi eorumdem inventa tribuit, & ſub alio habitu, ... pro ſuis venditat; hoc quippe artificio plagium celari poſſe putat. Vidi ex ejus diſquiſitionibus (*Recherches*) quod Te quoque mordere voluerit, ſugillando Syſtema Tuum de ordine præſtabilito. Quomodo autem ipſi reſponderis in *Theodicæa* Tua videre mihi nondum contigit; quia hic Liber ad manus meas nondum pervenit. Cæterum etſi Parentium indignum cenſeam cui reſpondeam; non tamen abſtinere poſſum, quin data occaſione eum ictu ferulæ perſtringam; id quod nuper feci in aliquo ſpecimine meo, *de Centro Turbinationis*, *Actis Lipſienſibus* menſe Junio (1) noviſſimo inſerto, ubi notavi abſurditatem, & falſitatem cenſuræ *Parentianæ*, qua quondam Theoremata *Hugeniana* de oſcillationibus Pendulorum exagitabat.

Remitto, ut jubes, Epiſtolam Dni. Zendrini. Ex ea video Auctorem, ut & Riccatum. . . . . noſtra tantum imitari. In Noviſſimo Tomo xxi°. *Diarii Veneti* edidit Riccatus illam, quam in litteris ſuis comminatus eſt Zendrinus, reſponſionem ad defenſionem quam Agnatus meus pro me ediderat in Tomo præcedenti xx°. ejuſdem *Diarii.* Reſponſio iſta eſt ejus naturæ, ut neſciam an Agnatus meus ſit replicaturus. . . . . Problematis ab Agnato *Italis* propoſiti nullam Riccatus exhibet ſolutionem; cujus quidem hanc dedit rationem, vel potius prætextum, ſe ſcilicet non ſatis ambitioſum eſſe ad captandam gloriam ex ſolutione Problematum. . . . . Interim ſolutio ejuſdem Problematis, quam Tibi perſcribit in Epiſtola ſua Zendrinus, bona eſt & legitima; ſed ſine dubio eam ab Hermanno accepit; ſiquidem verum ſit, quod Michelotti nobis ſignificavit, Hermannum nempe ſolutionem noſtri Problematis ad amicos ſuos in *Italiam*

(1) *Pag.* 242. *Vid. Opp. Tom. II.* N°. XCVII. *pag.* 187.

liam miſiſſe: Ipſe vero Hermannus forte nunquam ſoluturus 1715.
eſſet, niſi fundamentum ejus a me ipſo didiciſſet, eo tempore Septem.
quo ex *Italia* redux iter parabat *Francofurtum*. Sciendum enim eſt, quod poſtquam ipſi hoc Problema, ſed generaliter conceptum, propoſuiſſem, aliquot poſt diebus mihi dederit aliquam ſolutionem, ſed erroneam & paralogiſticam; cujus paralogiſmum a me ſibi monſtratum ingenue agnovit, atque ultro faſſus ſe nullam perſpicere viam ad veram ſolutionem perveniendi, eam a me expectare aperte teſtabatur: quam etiam dedi pro Parabolis, oſtendendo quod curva virium exiſtente ex Parabolarum genere, etiam curva temporum ſit aliqua ex Parabolis (1); quod pluſquam ſatis erat Hermanno ad caſum illum particularem *Italis* propoſitum, ſolvendum.

Recte ſtatuis adhuc quædam excutienda ſupereſſe in materia conatuum paracentricorum, ubi præſertim centrum virium ſupponitur mobile. Sunt mihi de ea re varia Theoremata, quæ juncta cum Methodo, qua uſus ſum in *Actis Lipſienſibus* 1713, Menſibus Februario & Martio, ſubſidia præbebunt ad maximas difficultates ſuperandas. Certe Newtonus ipſe, aliique *Angli*, Methodi ejus præſtantiam agnoverunt & laudarunt.

Hermanni Librum (2) vidi hic manuſcriptum, ſed multa ab eo tempore ſe adjeciſſe mihi ſcribit Oportet jam prelum evaſiſſe Librum hunc, prout ex noviſſimis ejus litteris intelligo.

Non videtur magni momenti quod Zendrinus habet de curvitate ripæ fluminis alicujus. Nititur enim hypotheſibus, ut apparet, mere precariis.

Imo perluſtravi Hartsoekeri Conjecturas Phyſicas, ut & ejus Dilucidationes (*Eclairciſſemens*) in quibus vidi contemptim ſatis loquentem de Phoſphoro meo Mercuriali, & indignantem Fontenellio, quod nimis honorifice de eo conſcripſerit; ſed ignoſco homini, qui, ceu alter Thraſo, omnes provocat, & de Newtono aliiſque eruditis acerbe & ignominioſe

(1) *Agebatur, opinor, de Problemate quod ſolvitur*, *Opp.* Tom. IV. N°. CLXXV. pag. 243.

(2) *Phoronomiam.*

nioſe jocatur; adeo ut tanto minus miratus fuerim, quod nec mihi pepercit. Interim & mihi licebit eum comparare cum PARENTIO, cum quo egregiam Thraſonum bigam conſtituit.

Metuendum eſt ne, cum morte Regis *Galliarum*, etiam litteræ & Scientiæ aliquod detrimentum patiantur. .... quod tempus docebit. Tu vero Vale quam-diutiſſime, & Favere perge.

Baſileæ a. d. 11. Septembris 1715.

Amplitudini Tuæ

Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CCXXIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad ante penultimam & præcedentem.

De Problemate Anglis *proponendo. De ipſius Filio Nicolao. De* SCHULEMBURGIO. *Varia.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1715. Nov. TRANSIIT hac nuper Dominus *Johannes* ARNOLDUS *Anglus*, Vir, ut apparet, doctus & bonus, & a Te mihi litteras gratiſſimas attulit. Dedi ipſi aliquot exempla Schedæ impreſſæ, cui judicium Tuum eſt inſertum, quod adverſarios non parum urit. KEILIUS quidem reſponſione indignus eſt, ſed rem ipſam brevi narratione complecti e re erit, & adjicere Problemata

ta quædam, unde intelligamus quid ipſi poſſint. Cum illam novam differentiandi rationem conſideraſſes (1), cujus ope Problemata ſolvuntur, quale illud de minimo arcu Elliptico intercepto, excogitaveras inde applicationem quamdam ſic ſatis generalem, qua, ſi bene memini, Problemata quædam, quæ ad differentio-differentiales deſcendere ſolent, intra differentiales primi gradus coercentur. Ego nunc non bene memini, nec in litteris antiquis quærere vacat. Te autem melius meminiſſe puto, itaque rogo ut ſi commodum eſt, iterum communices. Inſerviet enim fortaſſe ad aliquod Problema proponendum, cujus non ſtatim apparebunt fontes. 1715. Nov.

Gaudeo etiam Dominum Filium tuum (2) *Bernoullizare*, & hereditarium familiæ decus tueri. Mallem Phyſicæ & Medicinæ, quam Jurisprudentiæ operam dediſſet. Abundamus etiam bonis Jure-Conſultis, ſed pene caremus bonis Medicis; ſed in his optimum eſt cujuſque inclinationem ſequi ſi qua ſe det occaſio, commendabo lubens merito.

Dominus *Generalis* Schulenburgius mihi a multis annis amicus, in eo eſt ut conditionem *Venetorum* accipiat, qui ei Præfecturam rei militaris terreſtris offerunt. Ipſe mihi nuper ſcribit *Vienna* Cæsarem & *Principem* Eugenium hortari, ut conditionem accipiat. Ubi *Venetias* proficiſcetur, quod credo mox fiet, penes te erit jubere, ſi quid a me per ipſum in rem fieri poſſe putes. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 4. Novembris, 1715.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

(1) *Vid. Ep. LIX, LX, LXI.*
(2) *Nicolaum.*

P. S.

1715. Nov. P. S. Domini Hermanni Librum (1) accepi. Multa ſunt bona, ſed quædam moneri poſſunt. Videtur nimium *Anglis* deferre. Problema Trajectoriæ, ſi Centrum locum mutet, tentavit; meo judicio, non abſolvit. Flamstedius mihi per amicum ſignificavit, in *Newtoniana* Lunæ Theoria eſſe quædam falſa, quædam incerta. Si Riccatus, ut audio, officioſe & ut par eſt reſpondit, optimum fortaſſe erit litem ceſſare. Ego ſcripſi Zendrino, merita Tua in ſcientiam ipſoſque *Italos* ejus cultores tanta eſſe, ut æquum videatur judicio Tuo, quantum fieri poteſt, deferri. Parentio non reſpondi in *Theodicæa*. Curabo ut hujus Libelli exemplum, occaſione data, ad Te perferatur. Spero Regentem Regni *Galliarum*, Scientiarum amantem, non paſſurum ut morte Regis Reſpublica Scientiarum aliquid detrimenti capiat.

(1) *Phoronomia, ſive de Viribus Corporum Solidorum & fluidorum. Lib. II.* Amſt. 1716. 4°.

EPISTO-

Digitized by Google

EPISTOLA CCXXV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Mittit Problema Anglis proponendum. De HERMANNI *Phoronomia*, *&c.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

UT petito Tuo ſatisfacerem, incunctanter perluſtravi Adverſaria mea, & tandem inveni Apographum Epiſtolæ cujuſdam meæ, olim ad Te datæ; unde hoc, quod Tibi mitto, excerptum (1) fieri curavi, continens duas Methodos ex nova illa differentiandi ſecundum parametrorum variabilitatem ratione erutas; quarum ope ſolvuntur Problemata circa curvas ordinatim poſitione datas, licet non ſimiles; ex quibus, exempli gratia, quæritur ea quæ vel maximum vel minimum præſtet, aut quæ ſint trajiciendæ per novam aliquam curvam, ſive in dato angulo, ſive in angulis data lege variabilibus. Si quid invenias quod in uſum tuum faciet contra KEILIUM alioſve adverſarios, gratiſſimum mihi erit. Latent certe quædam in iſta materia, quibus exerceri poſſunt Thraſones *Anglici* pro KEILIO militantes. Hi forte invenient ex quo ſe non facile extricabunt, licet omni fluxionum Methodo adjuti. 1715. Nov.

Etiam mihi videtur HERMANNUS in Libro ſuo nimium *Anglis* deferre; adeo quidem ut NEWTONI morem demonſtrandi affectet, per totius fere Libri decurſum: unde fit ut demonſtrationes, quas vocat lineares, ſæpiſſime magno legentium faſtidio & fatigatione plures occupent paginas, cum ſi Analyſi uti

(1) *Illud erat P. S. Epiſt. LXI.*

Digitized by Google

1715. Nov. voluiſſet eas quandoque 3 aut 4 lineis abſolvere potuiſſet. Videtur voluiſſe Libri molem extendere præter neceſſitatem, niſi forte majorem inde ſibi gloriam, naſcituram putaverit. Quæ ſunt alicujus momenti, præcipue vero in prima Libri parte, ea certe pleraque jam complexus ſum, partim in Schediaſmate meo *Actis Lipſienſibus* 1713. Menſibus Februario & Martio inſerto, partim in poſterioribus Capitibus Libelli mei Gallici *de praxi nautica.* Quoſdam etiam notavi paralogiſmos. Modum conſiderandi vectem in omnibus ſuis punctis impulſum a potentiis variantibus, quem ego adhibui in meo Libello pro invenienda media directione potentiarum velum, ſuperficiem navis, vel alius corporis ſuperficiem impellentium, HERMANNUS ſibi quoque arrogat in ſua Præfatione; ſed quo jure neſcio. Dicit quidem me vidiſſe manuſcriptum ſuum, quod non nego; an autem Theoremata huc facientia inibi reperta fuerint, ut innuit, certe aſſeverare non poſſum. Male itaque agit, quando ad memoriam meam appellat. Quomodo enim quamlibet minutiam attendere potuiſſem, intra biduum vel triduum, quo manuſcriptum ejus perluſtrare mihi datum fuit? Profecto non aliter conſideravi quam minutiam, id quod jam illum ut magni quid æſtimare video, cujus ſe mecum inventorem audire geſtit. Nihil utique naturalius eſt, nihil magis obvium quam referre potentias agentes in ſuperficiem aliquam ad vectem imaginarium, prolongando nempe eorum directiones. Dedi hoc in Libello meo ſine ulla pompa; nihil quippe hic ſuſpicabar jactantia dignum. Habeo vero, ut & hoc addam, quod querar de HERMANNI, ſive non ſatis felici memoria, ſive non ſufficienti candore. Etenim quando in Appendice pag. 393. in fine audacter dicit *neminem alium, quod ſciat, demonſtraſſe aquam, aliumve liquorem, ea velocitate ex vaſe erumpere quam aquæ guttulæ orificio proxima acquirere poteſt, caſu accelerato ex altitudine liquoris ſupra orificium*; Lectori perſuadere conatur ſe primum fuiſſe hujus rei demonſtratorem. Sed imponit Lectori; habuit enim demonſtrationem a me, eo tempore, quo ex *Italia* redierat; & tantum abeſt, ut aliquam antea habuerit demonſtrationem, ut cum interrogaſſem,

num

num hoc Theorema hydraulicum demonſtrare poſſet, vel apud quemquam Auctorem demonſtratum vidiſſet, ingenue faſſus fuerit, ſe illud, licet multoties tentaſſet, nunquam demonſtrare potuiſſe, neque ab aliis demonſtratum fuiſſe. Dedi itaque meam demonſtrationem (1), quam tum approbabat & laudabat; nunc vero ſub mutato habitu intricatiorem redditam pro ſua venditat. Nunc judices, quo jure, quave conſcientia, dicere poſſit neminem alium, quod ſciat, illud demonſtraſſe. Cæterum Problema Trajectoriæ, ſi Centrum locum mutet, nequidem tentavit nedum abſolvit. Habet fateor quædam de Trajectoria mobili, ut circa Centrum immobile moveatur, quod jam NEWTONUS uberrime pertractavit. . . . . 1715. Nov.

Gratias ago quod data occaſione Filium meum Tibi commendatum fore promittas. Prætulit ſtudium Juridicum Medico, ſuam inclinationem ſecutus: in Phyſicis tamen non prorſus eſt hoſpes.

RICCATUS non valde officioſe reſpondit, dum varios in me meumque Agnatum aculeos ſparſit, quos autem hic in nupera ſua Replicatione, ut par eſt, retorſit. . . . . Gratiſſimum erit, ubi me compotem feceris *Theodiceæ* tuæ. Vale & Fave.

Baſileæ a. d. 23. Novemb. 1715.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus

J. BERNOULLI.

(1) *Quæ habetur Act. Erud.* 1716. *Aug. p.* 375. & *Opp.* Tom. II. N°. XCIX. *pag.* 208.

EPISTOLA CCXXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Commercii Epiſtolici recenſione in Tranſ. Philoſ. De NEWTONI *Philoſophia. De Problemate Anglis propoſito. De* HERMANNO. *De Horologio turbinatorio.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1715. Decem. SCRIPSI litteras ad Illuſtriſſimum SCHULENBURGIUM, eaſque Clariſſimo MICHELOTTO miſi, ut ipſe reddat, & cum eo conſilia conferat, neque enim dubito Virum inſignem libenter nobis fauturum, cum mihi ſit amicus ſingularis. Hoc volui ut ſcires, ita enim ipſe Domino MICHELOTTO poteris ſignificare quæ videbuntur.

Dominus *Abbas* DE CONTI ſcripſit ad amicum *Pariſinum*, qui mihi ſignificavit *Anglos* longa recenſione *Commercii Epiſtolici* in *Tranſactionum* aliqua (1) ſuas contra me argutationes iteraſſe, atque inter alia etiam Philoſophiam meam impugnaſſe. De Analyſi noſtra dicunt, NEWTONUM originarium eſſe, nos tantum nomina adjeciſſe, eaque apta ad controverſias in Matheſin introducendas. Philoſophiam NEWTONI eſſe mere experimentalem, meam conjecturalem : ſed ni fallor harmonia præſtabilita ſeu, quale nos ſtatuimus, Commercium Animæ & Corporis res demonſtrata eſt; demonſtratum etiam, ni fallor, firmitatis ſeu nexus in corporibus originem non poſſe deſumi niſi a motibus conſpirantibus, atomoſque eſſe rem abſurdam. At NEWTONUS minime per

(1) N°. 342. *habetur Gallice in Diario litterato.* Tom. VII. Art. 5. pag. 113. & ſeq. & Art. 15. p. 344.

per ſua experimenta demonſtrat materiam ubique eſſe gravem, ſeu quamvis partem a quavis attrahi, aut vacuum dari, ut ipſe quidem jactat. De Deo etiam miras fovet ſententias; extenſum eſſe, ſenſorium habere, & vereor ne revera inclinet in ſententiam Averrhois & alior um, etiam Aristoteli tributam de Anima ſeu Intellectu agente generali in corpore quovis pro ratione organorum operante. Illud etiam mihi plane abſurdum videtur, quod putat machinæ mundanæ motum ex ſe defiturum, niſi a Deo ſubinde rurſus animaretur. Itaque miraculis opus habet, nec ſine perpetuis miraculis ſuam attractionem explicare poterit 1715. Decemb.

Dominus *Abbas* Contius *Pariſiis* diſcedens Epiſtolam ad me reliquit, quæ mihi nunc reddita eſt. Ipſi jam reſpondeo, & ut pulſum *Anglorum* Analyſtarum nonnihil tentemus, rogo ut, quaſi ſuo proprio motu aut amici rogatu, Problema hoc illis proponat. *Invenire lineam* BCD, *quæ ad angulos rectos ſecet omnes curvas determinati ordinis ejuſdem generis; exempli cauſa, omnes hyperbolas ejuſdem verticis & ejuſdem centri* AB, AC, AD &c. *idque via generali.* Ita videbimus quouſque ſuis fluxionibus profecerint.

An excerptum ex antiqua Epiſtola Domini Filii Tui manuſcriptum eſt?

Significavi Dno. Hermanno mihi non videri bene demonſtratam, imo nec veram ipſius Propoſitionem pag. 7. Quod cauſa gravitatis agat in omnes corporis partes; nam ſi miſceantur æquabiliter in corpore partes graves & non graves, eadem gravitas manebit variato ſcilicet ſitu. Et ſi per partes corporis intelligit quicquid ejus volumine comprehenditur, patet materiam gravificam permeantem comprehendi, quæ ipſa gravis non eſt.

Dominus Hermannus erga me proteſtatur, ſe plane inſcio eſſe natam illam cum Riccato litem, & adeo non a ſe foveri ut deſiſti ſit ſuaſurus, in quo recte faciet. Cæterum & ego quædam notavi acta ab ipſo paulo obliquius erga me, inter alia loquitur de meo Theoremate compoſitionis tendentiarum,

quaſi

1715. Decemb. quaſi ipſe demonſtraverit; ſed ego *in Diario Gallico* (1) vetere demonſtrationem addideram eamdem, ni fallor, cum ea quam affert. Suo erga NEWTONUM Angloſque affectato ſtudio nihil lucrabitur; audio enim KEILIUM jam in ipſum ſtricturas quaſdam dediſſe. Quod ſupereſt Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* Decemb. 1715.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Vidi quæ in *Actis* hujus anni *de Turbinatione* dediſti pulcherrima (2). Velim noſſe an Tibi nota ſit conſtructio Horologii turbinatorii, quale, ni fallor CAMPANUS *Romæ*, aliique confecere; quæ Horologia id habent, ut ſonum pene nullum edant, eoque iis conveniant qui difficulter obdormiſcunt. Vellem hanc conſtructionem diſcere.

(1) *Journ. des Sc.* 1693. 95. *Journ. du* 7. *Sept.*
(2) 1715. *Jun. pag.* 242. & *Opp. Tom. II. N°. XCVII. pag.* 187.

EPIS-

EPISTOLA CCXXVII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem

De Commercii Epiſtolici *recenſione. Mittit Filii ſui ſolutionem Problematis ſpecialis* Anglis *propoſiti. Alia proponit difficiliora. De* HERMANNO. *De Horologio turbinatorio.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

. . . .

. . . .

ETIAM MOMMORTIUS in ſuis ad Agnatum meum litteris 1716.
meminit ejus, quod amicum *Pariſinum* Tibi ſignificaſſe di- Januar.
cis, *Anglis* ſcilicet, longa recenſione *Commercii Epiſtolici* in *Tranſactionum* aliqua, ſuas contra Te argutationes iteraſſe. Quare neceſſe puto, ut nonnihil matures alterum illud, quod paras, Commercium Epiſtolicum priori ab *Anglis* edito opponendum.

Excerptum illud ex antiqua Epiſtola, quod Tibi petenti miſeram, non Filii mei (qui in negotiis pro me obeundis abſens erat ab urbe) ſed alicujus ex Diſcipulis meis manuſcriptum eſt. Interim ut ſcriptionem Filii mei & quid in Mathematicis præſtare poſſit, videas; ecce mitto ad Te ſolutionem ab ipſo inventam Problematis de invenienda curva omnes Hyperbolas ejuſdem axis tranſverſi ad angulos rectos ſecante, quod per Dominum *Abbatem* CONTIUM *Anglis* Analyſtis propoſuiſti, in exemplum Problematis illius generalis, quo quæritur Trajectoria omnes curvas determinatas ordinis ejuſdem generis ad angulos rectos traji-

Digitized by Google

1716. Januar. trajiciens. Fateor hoc Problema generaliter ſumptum ab Analyſtis [illegible] non facile ſolutum iri, niſi cogitent de modo noſtro differentiandi parametros, vel alias lineas quæ parametrorum loco ſunt, ſeu de tranſitu differentiationis a curva in curvam. Sed velim a[illegible]tas non omnia hujus Exempla particularia æque [illegible]cilia eſſ[illegible] madvertuæ peculiari hac differentiandi ratione indigen[illegible] ſ[illegible]rvarum ad quarum tangentes determinandas parametri variabiles in conſiderationem non veniunt; ex horum numero eſt exemplum, quod propoſuiſti, de Hyperbolis; ut-pote quæ, ſicut & omnes Sectiones conicæ commune centrum & verticem habentes, habent eamdem ſubtangentem pro communi abſciſſa, quaſcunque habeant parametros: Eſt enim

TA.XXIII. pro omnibus (*Fig.* 128.) OF : OA = OA : OE, ſic itaque timendum eſt, ne Analyſtæ *Angli* hoc Exemplum ſolvant per communes Methodos; & poſtea ubi vident rem tam facile ſibi ſucceſſiſſe inde evadant inflatiores, & in opinione ſuæ ſuperioritatis magis confirmentur. Quod ſi tale quid futurum ex *Abbate* CONTIO mature intelligeres, quando ſcilicet publicationem hujus Exempli a ſe ſolvendi mirarentur *Angli*; meo judicio non inconſultum erit, ſi illi ſtatim præveniantur, Typis mandando in *Actis Lipſienſibus* (1) (vel in alio, quod Tibi placuerit, Diario) hanc Filii mei ſolutionem; ut videant eos, qui noſtras methodos poſſident, ubi vix tyrocinium evaſerint, jam in poteſtate habere talia, ad quæ Thraſones . . . . . nonniſi ægre, vel plane non pertingunt; & præſertim alia Exempla nonnihil difficiliora ejuſdem Problematis propoſuiſſes, vel adhuc proponeres. Quale foret, ſi pro Hyperbolis ejuſdem verticis & axis tranſverſi ſed parametrorum variabilium, ſupponerentur Hyperbolæ ejuſdem verticis & ejuſdem parametri, ſed axium tranſverſorum variabilium: invenietur enim quidem ſatis facile (ſi dextre procedatur) pro natura curvæ trajectoriæ quæſitæ (ponendo nunc AE, x; EC, y) hæc æquatio differentialis $2xydx = (-2yy + cx)dy$: hæc vero æquatio, [illegible] qua c ſignificat parametrum conſtantem & inva-

(1) Et prodiit quidem Menſe *Majo* 1716. *p.* 226. Habetur etiam in *Joh.* BERNOULLII *Opp. Tom. II.* N° *CIV. p.* 270.

nvariabilem Hyperbolarum, nullam adhuc admittit conſtructionem, conceſſis licet quadraturis, ob implicationem indeterminatarum cum ſuis differentialibus x, y, dx, & dy; quæ neceſſario prius ſunt ſeparandæ, ut conſtructio obtineatur. Dubito autem an *Angli* (quos nihil hactenus de hoc ſeparationis negotio ſcripſiſſe vidi) in hunc gurgitem ſe demittere audeant. Non minus curioſum eſſet hoc Exemplum, ubi proponerentur omnes omnium graduum Parabolæ, ejuſdem parametri, verticis, & ſuper eodem axe deſcriptæ a Trajectoria normaliter ſecandæ, ita ut ſolus index vel exponens Parabolarum eſſet variabilis. Æquatio enim pro natura curvæ quæſitæ ſatis quidem ſimplex, ſed non per viam tritam eruitur hæc $xlxdx = -ylydy$; ubi x & y, deſignant coordinatas originem a vertice communi Parabolarum ſumentes: integrando terminos, hæc altera obtinetur $2xxlx - xx = -2yyly + yy \pm aa$, quæ porro ad exponentialem reducitur $x^{2xx} y^{2yy} = n^{xx + yy \pm aa}$. 1716. Januar.

Mihi videtur ſi HERMANNO placuiſſet diſſuadere RICCATO diutius litigare, litem jam diu ſopiri potuiſſe: quod idem non obſcure inſinuavi nuper ipſi Dno HERMANNO, eumque ſimul monui, ut citiſſime ſcribat ad ſcriptorem alicujus *Diarii Belgici* ſub nomine *Reipublicæ Eruditorum* (Republyk der Geleerden) ut reparet injuriam, quam in recenſione Operis *Hermanniani* mihi intulit; quando excerpens verba ex Præfatione, ubi HERMANNUS mentionem facit proprietatis alicujus circa Centrum gravitatis, quam proprietatem inventam ſibi & mihi attribuit HERMANNUS; ſcriptor Diarii verba HERMANNI truncata affert, eaque ita interpretatur quaſi HERMANNUS me plagii inſimulare voluiſſet. An ſcriptor ſtudio & ex malitia id fecerit, ut commendabilem & vendibilem redderet librum HERMANNI, quippe qui typis eorumdem Bibliopolarum quorum Diarium, nempe WESTENIORUM, excuſus eſt, aut an fecerit quia ſenſum HERMANNI, obſcure ſatis ibi loquentis, non perceperit, definire jam non cupio.

Digitized by Google

1716. Januar. Si Tibi placuerint quæ dedi in *Actis Lipſienſibus* ſuperioris anni de turbinationibus, habeo de quo mihi gratuler. Hugenii horologium turbinatorium hiſce meis meditationibus anſam utique dedit; ſed de conſtructione hujus horologii nihil aliud mihi notum eſt, quam quod habetur in ipſo Opere Hugenii, cui titulus, *Horologium oſcillatorium*, pag. 155: ex quo autem facile intelligo ejuſmodi horologium ratione conſtructionis & diſpoſitionis internæ rotarum, non multùm differre a communibus horologiis, & nihil hic aliud requiri, quam ut pro Pendulo oſcillante, cujus vibrationes reciprocantes motum horologii in iſochroniſmo conſervant, adaptetur Pendulum turbinans, cujus turbinationes continuæ ſint iſochronæ; id quod fieri poteſt, ſi filum Penduli circumplicatum ſit laminæ incurvatæ ſecundum evolutam Parabolæ. Sic enim ſive intendatur, ſive remittatur vis turbinans, adeoque ſive ampliores ſive anguſtiores ſuperficies Conicas deſcribat filum Penduli; erunt tamen omnes ejuſdem altitudinis, & proinde turbinationes iſochronæ. Quod ſupereſt, annus hic novus cum plurimis aliis ſequentibus Tibi ſit feliciſſimus, Vale & Fave.

Baſileæ a. d. 15. Januar. 1716.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. Bernoulli.

EPIS-

EPISTOLA CCXXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Problemate Anglis *proponendo. De horologio turbinatorio. De Profeſſione Patavina. De ſuo Opere hiſtorico.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

NON ſine multo applauſu legi ſpecimen Domini Filii tui, Juvenis, ut video, magna nobis promittentis. Solutio elegans ingenioſis Scholii obſervationibus ornatur, dum eam etiam ad Ellipſes transfert. Cæterum a me in litteris ad Dnum. *Abbatem* CONTIUM Hyperbolarum communis verticis centrique mentio facta eſt, non quaſi Problema in iis conſiſteret, ſed ut intelligeretur. Addidi enim diſerte; quæri methodum generalem. Quod ſi mihi ſuppeditare Exemplum voles, quod non particulari aliqua facilitate adjuvari putes, ſed ad generalem adigere, rem gratam facies. Id enim pro ſpecimine ſolutionis veræ Domino *Abbati* nominare potero; vellem autem tale eſſe, ut factis evolutionibus tandem ad quadraturas reducatur, ne dicant ne a nobis quidem ſufficientem ſolutionem dari poſſe. Quanquam revera ſine noſtra methodo a Te provecta, [quemadmodum olim, ni fallor, animadverti] recurrendum ſit ad differentias ſecundi gradus; noſtra autem methodo inter primas conſiſtatur. Gratum erit etiam, ſi opera Domini Filii Tui (modo vacet) analyſin cum vertex & parameter manent; & cum Parabolæ mutant exponentem, adjeceris.

1716. Januar.

Conſtructionem Horologii turbinatorii ab oſcillatorio putem non-nihil debere differre in applicatione rotæ proximæ ad Pen-

Digitized by Google

1716. Januar. dulum, nam in oſcillatione pendulum tendit huc illuc, ſeu itque reditque, ſed in turbinatorio ſemper tendit in eaſdem partes. Inde etiam turbinatione quidam uſi ſunt ad Horologium conficiendum, quod careret ictibus illis, qui moleſti ſunt ægre dormiſcentibus.

Dominus MICHELOTTUS mihi ſcripſit ſe litteras meas ad Dnum *Generalem* SCHULENBURGIUM attuliſſe, & cum eo de negotio fuiſſe locutum, neque illum defore occaſione data. Putat ille Dnus MICHELOTTUS. . . . . facile deinde effici poſſe; ut Dnus Agnatus Tuus ſuccedat . . . .
Non dubito quin ipſe Tibi amplius de toto negotio ſcripſerit.

Domini *Comitis* SCHULENBURGII Frater, cum nuper hic eſſet, mihi dixit ex Fraternis litteris ipſum mox iter facturum in *Dalmatiam*, ut præſidia *Veneta* viſat & omnia ad expeditionem inſtantem paret; Itaque haud ſcio an ſatis occaſionem habiturus ſit negotium noſtrum adjuvandi, ob diſtractiones & abſentiam. Spero tamen Dominum MICHELOTTUM invigilaturum, ubi aderit, ut optima ejus voluntate utatur.

Ego nunc totus ſum in abſolvendo magno Opere Hiſtorico meo, cujus apparatum a multis annis collegi, quod antiquitates *Brunſwicenſes*, ſimulque Annales Imperii Occidentis ab initio regni CAROLI MAGNI uſque ad finem Imperii HENRICI *Secundi* complectitur. In hoc enim intervallo origines fere ignotæ a me erutæ continentur. Si Deus mihi iis quæ adhuc ſuperſunt viribus amplius uti concedit, hoc anno Colophonem imponam. Atque inde liberior, ſi quid temporis ſupereſt, aliis nonnullis meditationibus non proletariis abſolvendis tribuam. Cæterum hic labor præſens me fere totum ſibi vindicat. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 31. Januarii 1716.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPIS-

EPISTOLA CCXXIX.
BERNOULLII AD LEIBNITIUM.
Reſponſio ad præcedentem.

Mittit Problema Trajectoriarum, quale requirebat, Anglis *proponendum. De horologio turbinatorio.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

HABEO de quo mihi gratuler, quod uſque adeo Tibi placuerit Filii mei ſpecimen, continens ſolutionem Problematis a Te propoſiti, de ſecandis normaliter per curvam aliquam Hyperbolis axis tranſverſi & verticis communis, quam & Ellipſibus normaliter ſecandis convenire monſtravit. Ecce nunc, quia petis, Analyſin a Filio meo conceptam pro determinandis Trajectoriis Parabolarum, in quibus, vertice & parametro manentibus, exponentes ſunt variabiles. Communicabo (quamvis ſine Analyſi) ſolutionem Exempli, quod omnia quæ deſideras habet requiſita; nulla quippe particulari facilitate reſolvitur, ſed potius particulari quadam dexteritate opus eſt, quæ non cuivis obvia erit; deinde recurrendum quoque eſt ad differentias ſecundas, quæ autem per Methodum noſtram ad primam reducuntur; poſtremo tale eſt, ut, factis evolutionibus, arte quadam ſingulari ad quadraturas reducatur, cum alioquin, niſi rite tractetur, æquatio prodeat, in qua indeterminatæ cum ſuis differentialibus intricatæ adeo invicem permixtæ reperiantur, ut inſeparabiles videantur. Problema autem, quod duabus partibus conſtat, in hunc modum propono. 1716. Mart.

PROBLEMA 1°. *Super recta* (Fig. 129.) AG, *tanquam axe, ex puncto* A *conſtruere infinitas curvas, qualis eſt* ABD, Ta.xxiii.

1716. Mart. *ejus naturæ, ut radii oſculi, ex ſingulis ſingularum curvarum junctis B educti, ſecentur ab axe* A G *in* C *in data ratione, ut nempe ſit* B O : B C $=$ 1 : *n*. 2°. *Conſtruendæ ſunt trajectoriæ, qualis eſt* E N F *priores curvas* A B D *ad angulos rectos ſecantes.*

Solutio. 1°. Eſto A L perpendicularis ad A G: vocetur A I, x : I B, y; & quædam conſtans ad arbitrium aſſumpta, a: fiat y, ſeu I B $= \int (x^n dx : \sqrt{(a^{2n} x^{2n})})$ erit punctum B in quadam curva A B D, quæ deſideratam habet conditionem B O : B C $=$ 1 : n. Quod ſi jam mutetur a eaque major minorve ſumatur, prodibit alia A B D a priori diverſa eamdem conditionem habens: Et ſic infinitæ conſtruentur curvæ optatæ. *Quod erat faciendum pro primo.*

2°. Fiat nova Curva A H habens (nominatis abſciſſis A M, Z:) applicatis M H $= a^n : z^n \sqrt{(a^{2n} - z^{2n})}$ ubi a denotat eamdem arbitrariam, quæ aſſumta eſt pro curva A B D. In hac nova curva A H, fiat area A H M æqualis magnitudini arbitrariæ conſtanti C: ſecabit H M producta curvam A B D in puncto N quod erit in aliqua ex trajectoriis quæſitis E N F: mutata jam C, aliæ orientur trajectoriæ. *Quod erat faciendum pro altero.*

Notetur ſi $n = + 1 : (2p + 1)$ aut $= - 1 : 2p$, erunt curvæ omnes A B D, ut & omnes E N F algebraïcæ (intelligo per p quemvis numerum integrum & poſitivum). Si verò $n = + 1 : 2p$, utrarumque conſtructiones dependent a quadratura Circuli. Et tandem ſi $n = - 1 : (2p + 1)$ dependent a quadratura Hyperbolæ.

Contructio interna horologii turbinatorii in nihilo alio differre poteſt a communi, quam in applicatione folius rotæ proximæ quæ axem penduli turbinantis ſine reciprocatione movere debet gyratione continua. Hugenius aſſerit hujus generis horologia plura, nec ſine ſucceſſu, conſtructa fuiſſe. Habent, ut probe animadvertis, hoc commodi, quod careant ictibus illis repetitis, qui ægre obdormiſcentibus moleſti ſunt. Motus enim turbinationis,

Digitized by Google

tionis, ut facile conjicio ſine ſtrepitu peragitur. . . . .
. . . .
. . . . Vale, Vir Illuſtriſſime, & favere perge.

Baſileæ 11. Mart. 1716.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo

J. Bernoulli.

EPISTOLA CCXXX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Reſponſio ad præcedentem.

De ſua cum Newtono *lite, &c.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

OPportune litteras Tuas accipio, renovata jam lite *Anglicana.* Newtonus ipſe, cum videret mihi Keilium indignum reſponſione haberi, in arenam deſcendit, litteris ad Dnum *Abbatem* Contium ſcriptis, qui ad me miſit. Ego reſpondi, & verſionem *Anglicæ* Newtoni Epiſtolæ, cum reſponſione mea, ad Dnum Remondum miſi *Pariſios*, *Abbati* Contio tranſmittendam, & amicis *Pariſinis* oſtendendam. Ex *Gallia* Tibi omnia communicabuntur, miraberis tam levibus argumentis actum. Potiſſimum eſt me aliquoties ipſi inventum conceſſiſſe, ergo nunc ſalvo candore negare non poſſe. Reſpondeo me tantam de ipſius candore tunc opinionem habuiſſe, ut quidvis affirmanti facile crediderim, nunc dum accuſationi contra 1716. April.

me

1716. April. me connivet, imo accedit, quam falſam novit, dubitare de ejus ſinceritate coactum. Epiſtolam quam Tuam eſſe ſcit, ait a Mathematico vel Mathematicum affectante ſcriptam, (*par un Mathématicien ou prétendu Mathématicien*) quaſi merita Tua ignoret. Totam chartam cui Epiſtola Tua inſerta eſt, vocat diffamatoriam, quaſi magis famam lædat quam addita *Commercio Epiſtolico.*

Dominus ARNOLDUS mihi ſcripſit, KEILIUM in novo quodam *Tranſactionum* loco contendere Te quoque ignorare Calculum differentialem; ſed homo indignus eſt cui reſpondeatur.

Cæterum CONTIUS, qui ad partes novorum amicorum non-nihil accedere videtur, ſcribit *Anglos* facile ſolviſſe Problema duarum Serierum curvarum invicem perpendicularium; MOIVRÆUM enim, præter alios, ſcilicet ut figeret ideas, rem reduxiſſe ad ſubtangentem, verba CONTII ſunt, *il faut ſuppoſer la même ſoutangente pour la même abſciſſe*, quæ non ſatis intelligo. Quidquid vero ſit, hoc non eſt ſolvere Problema, ſed ejus caſum. Problema ipſum jam in *Actis Lipſienſibus* propoſuimus, Maio anni 1697, pag. 211, & cum FATIUS inſurrexiſſet, Maii 1700. pag. 204. Commodum autem evenit, ut exemplum a Te acceperim, quod non ita facile ſolutum iri judicas; nihil potuit fieri accommodatius. Id nunc CONTIO mittam, ut habeant in quo ideas figant, tantiſper dum ſolutionem generalem inveniant. Interim Domini Filii Tui ſolutionem elegantem caſus Hyperbolici vel Elliptici ad Dnum WOLFIUM miſi, ut *Actis Eruditorum Lipſienſibus* inſeri (1) curet.

Operæ pretium erit inquiri apud amicos *Pariſiis* vel in *Italia*, an ibi extent horologia turbinatoria: mereretur enim eorum conſtructio exacte cognoſci. . . . .
. . . .

Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 13. Aprilis 1716.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) 1716. Maj. pag. 226.

EPIS-

EPISTOLA CCXXXI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De ſpeciali Problematis Trajectoriarum ſolutione, alteroque viciſſim a Tayloro *propoſito. De* Newtono *&* Keilio.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

Bene ſe habet, quod Newtonus ipſe tandem in arenam 1716.
deſcenderit. pugnaturus ſub proprio ſuo nomine, & ſepo- Maii.
ſita larva. . . . . Quidquid ſit, ſpero nunc veritatem hiſtoricam melius detectum iri; ſiquidem Newtonus, pro ſuo, quem habere ſuppono & confido, candore, res geſtas fideliter enarrabit, eorumque quæ a Te producentur, veritatem publice agnoſcet.

Ex *Gallia* nihil aliud intellexi, niſi quod a Domino Montmortio [Fratre ni fallor Remondi qui Tecum in Commercio eſt] Agnatus meus litteras accepit, in quibus aliquid de ea re commemorat confirmatque idem quod de Contio habes, qui nimirum perſcripſit *Anglos* Exemplum Hyperbolarum ad angulos rectos ſecandarum ſolviſſe; quod equidem non miror, quia exemplum facillimum & a Filio quoque meo ſolutum. Addit vero *Anglos* jactare generalem ſolutionem Problematis, ſed dubito ſolutionem fore talem qualem deſideramus. Nam ſi per *ſolvere* intelligant exhibere utcunque aliquam æquationem differentialem ex indeterminatis invicem permixtis complicatam, eorum ſolutio non erit perfecta; quia nulla conſtructio inde deduci poteſt, conceſſis licet figurarum quadraturis. Ideoque, cum forte,

1716. Maii. pro ſolutione Exempli poſtremo a me tranſmiſſi, dederint aliquam æquationem in qua indeterminatas cum ſuis differentialibus ſibi mutuo intricatas obſervaveris; nullo modo acquieſcendum erit, ſed inſiſtendum & urgendum, ut quod ſupereſt abſolvant, ſeparentque a ſe invicem indeterminatas, ſine quo gloriari non queunt ſe ſolviſſe Exemplum hoc: eſt enim ex eorum numero, ubi ſeparatio ita ſuccedit, ſi rite tractentur, ſed hic ſingulari quadam arte opus eſt. Taylorum, ſubjungit Montmortius, etiam ſolviſſe prius exemplum Hyperbolarum, tum etiam jactaſſe, ſe quoque habere Exempla quædam, quæ Tibi viciſſim propoſiturus ſit, refertque unum a Tayloro perſcriptum, quod hoc eſt: *Determinare Trajectorias normaliter ſecantes curvas quibus reſpondet hæc æquatio* $zz\,ddx = 2\,x\,dz^2$, *in qua ſupponitur* dz *conſtans; & definire naturam horum curvarum, quibus iſta æquatio reſpondet.* Poſt brevem applicationem ſolvi hoc Problema, & poſtea etiam ſolvit Agnatus meus, amboque invenimus quod triplex curvarum ſpecies ſatisfaciat æquationi iſti $zz\,ddx = 2x\,dz^2$, nempe Parabolas, Hyperbolas, & Curvas quaſdam quæ ſunt trium dimenſionum. Quod ſi nunc Parabolæ illæ normaliter ſunt ſecandæ, erit Trajectoria aliqua Ellipſis: ſi vero Hyperbolæ illæ, habebimus pro Trajectoriis, alias Hyperbolas prioribus ſimiles & concentricas; ſi Curvæ illæ trium dimenſionum ſint ſecandæ, erit etiam Trajectoria altioris ordinis: ſic itaque pars poſterior Problematis triplicem ſolutionem admittit: prior vero etiam triplicem, niſi per conditionem aliquam, qualem Taylorus addit [quam vero non ſatis intelligo] reſtringatur ad unam aliquam ſimplicem.

Miror quomodo Newtonus ſcire potuerit me auctorem eſſe Epiſtolæ illius, quam inſeri curaſti chartæ illi contra Newtonum publicatæ (1); cum tamen nemo mortalium ſciverit me illam ſcripſiſſe, niſi Tu ad quem ſcripta eſt, & ego a quo ſcripta eſt. Fortaſſis autem expreſſio iſta, *par un Mathématicien ou prétendu Mathématicien*, alium habet ſenſum quam putas: poteſt enim etiam ita ſumi, quaſi Newtonus crediderit, Epiſtolam iſtam eſſe ſuppoſititiam & tanquam a Mathematico quodam confictо,

(1) *Scivit ex ipſo* Leibnitio *ad* Bothmarum *ſcribente.*

ficto, exaratam, revera tamen ab ipſo Auctore chartæ inventam & intruſam; quod ſi rem ita ſumas, videbis *par un prétendu Mathématicien* intelligendum eſſe Mathematicum confictum & nunquam, exiſtentem. Vellem Arnoldus locum indicaſſet in *Tranſactionibus*, ubi Keilius dicit me quoque ignorare Calculum differentialem: interim parum me moveret quod Keilius ex ira furioſus contra me deblaterat; etſi crederem verum eſſe quod Arnoldus retulit, ſed cum nec ex *Gallia*, nec aliunde ſimile quid audiverim, Arnoldus forte deceptus eſt, eo quod intellexerit Keilium alicubi dicere me uſum Serierum convergentium Newtoni non ſatis intelligere. Alias enim Keilius, ſi me dicere vellet Calculi differentialis ignarum, ſibimet ipſi turpiter contradiceret, quippe qui in *Diario Gallico Hagienſi*, ubi contra Chartam illam, de qua ſupra, diſputans ad me provocat tanquam ad Judicem idoneum & Calculi differentialis callentiſſimum, quique adeo quam-optime decidere poſſim annon Problema illud; *Data area curvæ invenire ejus applicatam* [quod Newtonus jam dudum ſolverit], idem ſit quam hoc, *Datæ quantitatis invenire differentialem.* Præterea alia in me cumulat Elogia; quæ omnia ejus ſunt naturæ, ut me neceſſario Calculi differentialis peritiſſimum crediderit; adeo ut vel calumniator, vel mente captus cenſendus eſſet, ſi nunc contrarium diceret. . . . . Vale & Fave.

1716. Mai.

Baſileæ a. d. 20. Maii. 1716.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. Bernoulli.

P. S. Scripſi ad Filium *Venetias*, ut de Horologiis turbinatoriis inquirat. . . . .

EPISTOLA CCXXXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Problemate Trajectoriarum. De TAYLORI Methodo incrementorum. *De ſua cum* CLARKIO *controverſia. De Horologio turbinatorio.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1716. Jun.

SOLUTIONEM Trajectoriarum perpendicularium ad Hyperbolas Domini Filii Tui reperies in *Actis Lipſienſibus* (1). Adjectum eſt, inſervire ad intellectum Problematis generalis, quod ad explicandos progreſſus in Calculo infiniteſimali inſervire poſſit. Equidem dictum non eſt, per ſe tamen intelligitur, in generali illo ſaltem efficiendum eſſe, ut res reducatur ad æquationem differentialem primi gradus, & in ſpecialibus reducendam rem ad quadraturas, quoties per notas hactenus artes licet.

Miſi CONTIO Problema Tuum ſpeciale, & videbimus quid TAYLORUS, vel alii, in eo ſint præſtituri.

Accepi TAYLORI *Methodum*, quam vocat, *incrementorum* (2). Eſt applicatio Calculi differentialis & integralis ad numeros, vel potius ad magnitudines generales. Ita *Angli* equos, ut in Proverbio eſt, adjungunt poſt currum. Ego incepi Calculum differentialem a numerorum Seriebus, eoque utiliter uſus ſum ad ſummas Serierum numericarum, & poſtea animadvertens in Geometria differentias, & ſummas dare quadraturas, & multa ob incomparabilitatem evaneſcere in lineis, via naturali perveni a Calculo generali ad ſpecialem geometricum ſeu infiniteſimalem. Iſti contra procedunt; nempe quod veram inveniendi methodum non habuerunt. In toto ſuo Libello

(1) 1716. Maj. pag. 226.

(2) *Methodus incrementorum directa & inverſa, Auctore Brook* TAYLOR &c. Lond. 1715. 4°.

bello neminem citat niſi Newtonum. Scriptus eſt ſatis obſcure, 1716.
& cum ad uſum venit, ſuarumque artium ſpecimen exhibere vult, Jun.
vix habet niſi jam dicta. . . . .

. . . .

Serram etiam Philoſophicam nunc cum Newtono, vel quod eodem redit, cum ejus Hyperaſpita Clarkio Regis Eleemoſynario me reciprocare fortaſſe jam intellexeris (1). Scis Keilium & Præfatorem (2) novæ Editionis *Principiorum* Newtoni etiam Philoſophiam meam pungere voluiſſe. Itaque ſcripſeram ego forte Sereniſſimæ Principi Regiæ *Walliæ*, pro excellenti ingenio ſuo harum rerum non incurioſæ, degenerare nonnihil apud *Anglos* Philoſophiam, vel potius Theologiam Naturalem. Lockium & ſimiles dubitare de immaterialitate animæ, Newtonum Deo tribuere ſenſorium, quaſi ſpatio tanquam organo ſenſationis opus habeat; inde alicui in mentem venire poſſe, quaſi non ſit niſi anima mundi ſecundum veteres Stoïcos. Eumdem Auctorem Dei Sapientiæ & perfectionibus derogare, dum velit Mundum eſſe Machinam non minus imperfectam quam horologia noſtrorum artificum, quæ ſæpe retendi debent, aut alias corrigi; ita Machinam Mundi, ſecundum Newtonum & aſſeclas, correctione quadam extraordinaria ſubinde indigere, quod parum ſit dignum Deo Auctore. Mea ſententia Deum omnia tam ſapienter ab initio conſtituiſſe, ut correctione non ſit opus, quæ imprudentiam arguat. Sereniſſima Princeps *Walliæ* excerpta hujus Epiſtolæ Clarkio communicavit. Is ſcriptum contra Anglico ſermone ipſi dedit, quod illa ad me miſit, reſpondi, replicavit; duplicavi, triplicavit; ego noviſſime quadruplicavi, ſeu ad tertium ejus ſcriptum reſpondi. Inter alia improbat formulam a me in *Theodicæa* uſurpatam, quod Deus ſit *Intelligentia ſupramundana*, tanquam a me a mundi gubernatione excludatur. Ego quæſivi an ergo velit Deum nihil aliud eſſe quam *Intelligentiam mundanam*, ſeu ani-

Bbb 3 mam

(1) Videatur *Recueil de diverſes pièces ſur la Philoſophie, la Religion naturelle, l'Hiſtoire, les Mathématiques, &c. par Mrs.* Leibnitz, Clarke, Newton *&c. Amſt.* 1720. 12°.

(2) Rogerum Cotesium *Profeſſ. Cantabrig.*

1716. Jun. niam mundi? Male excuſat doctrinam *Newtonianam* de ſpontanea virium activarum diminutione & tandem ceſſatione in mundo, niſi a Deo reparentur. Ex quo intelligitur NEWTONUM ejuſque aſſeclas veram ſcientiam rei dynamicæ nondum habere. Ex noſtris enim principiis ſemper ſervatur eadem quantitas virium. Male etiam excuſat phraſin *Newtonianam* de ſpatio ſenſorio Dei. Et quia ſpatium hodie eſt Idolum *Anglorum*; ego ipſi oſtendo ſpatium non eſſe aliquid reale abſolutum, non magis quam tempus, ſed ordinem quemdam generalem coexiſtendi, uti tempus eſt ordo exiſtendi ſucceſſive. Itaque eſſe aliquid ideale, quod ſi creaturæ tollerentur, non futurum eſſet, niſi in ideis Dei. Oſtendi etiam ſecundum NEWTONUM crebris miraculis ad ſuſtentandum naturæ cenſum opus eſſe, & ex CLARKII excuſationibus deprehendo ipſum non habere bonam notionem miraculi. Ipſi enim miracula tantum ſecundum nos a naturalibus differre videntur, tanquam minus uſitata: ſed ſecundum Theologos & veritatem, miracula [ſaltem ea quæ ſunt ſuperioris ordinis, velut creare, annihilare] tranſcendunt omnes naturæ creatæ vires. Itaque quidquid ex naturis rerum inexplicabile eſt, quemadmodum attractio generalis materiæ *Newtoniana*, aliaque ejuſmodi, vel miraculoſum eſt, vel abſurdum. Fortaſſe non-nihil adhuc continuabitur noſtra collatio, in qua abſunt quæ offendere poſſint, & videbo quo res ſit evaſura. Hujuſmodi enim collationes mihi ludus jocuſque ſunt, quia in Philoſophia.

Omnia præcepi atque animo mecum ante peregi.

. . . .

. . . .

Gratum erit aliquando intelligere, tibi innotuiſſe ſtructuram Horologiorum turbinatoriorum jam uſitatorum: ni fallor olim *Romæ* CAMPANUS, [Frater ejus qui vitris terendis excellebat] talia parabat. Quod ſupereſt Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 7. Junii 1716.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPIS-

EPISTOLA CCXXXIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Tayloro. *De ipſius cum* Clarkio *diſceptatione. De Agnati ſui ad* Patavinam *Profeſſionem vocatione.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

Nondum vidi *Acta Lipſienſia*, in quibus dicis extare ſolutionem Filii mei Trajectoriarum perpendicularium ad Hyperbolas: etenim, non niſi ſemel tantum ſingulis annis, quod de iſtis *Actis* prodiit, accipio; nimirum Mercator ex noſtratibus, qui frequentant Nundinas *Lipſienſes* Maïales, *Actorum* faſciculum pro me mercibus ſuis huc advehendis adjungit. Poſtremum vero, quod miror, nondum accepi, ita ut quid inde ab anno in *Actis* proditum ſit, neſciam. 1716. Jul.

Taylori Librum (1) pariter nondum vidi: Montmortius ab aliquo jam tempore promiſit, ſe duo ejus exemplaria nobis tranſmiſſurum ſed forſan occaſionem mittendi nondum habuit. Facile credo Taylorum neminem citare, niſi Newtonum; hoc enim multis *Anglis* in more eſt, ut omnia invideant cæteris, vel omnia ad ſe, vel ad ſuos derivent. Sic Taylorus Theoriam meam de Centro oſcillationis pene totam, ut ſcribit Cl. Hermannus, ex *Actis Lipſienſibus* deſumſit; eamque, ne plagium eſſet nimis manifeſtum, obſcuritatis quodam peplo ita involvit, ut fere inintelligibilis ſit; quam tamen clariſſime expoſui.

Ais quod ſuarum artium ſpecimen exhibere volens, vix habeat niſi jam dicta, quodque totus Liber ſcriptus ſit ſatis obſcure; hoc ego non miror. . . . . ſed hoc maxime . . . . . . quod dum *Angli* illi . . . . ſunt . . . . plagiarii, eo temeritatis

(1) *Methodum incrementorum directam & inverſam.*

1716. Jul. tatis procedant, ut aliis hoc vitium exprobrare audeant; *Quis tulerit Gracchos*, &c. . . . .

De Diſceptatione Philoſophica, quæ tibi eſt cum CLARKIO, nihil ante intellexeram. Ex iis quæ refers video nihil tam abſurdum proferri poſſe a NEWTONO, quod inter *Anglos* non inveniat Patronos ac Defenſores ſuos. . . . .

. . . .

Hinc dubito, utrum hoc tantum ab ipſis ſis conſecuturus, ut agnoſcant NEWTONUM errare poſſe, aut omnino aliqua in re erraſſe. Mihi quoque dudum abſona viſa eſt ejus doctrina de ſpontanea virium diminutione & tandem ceſſatione in mundo: ſiquidem per ſe clariſſimum mihi apparet nullam vim deſtrui, quæ non ſimul effectum edat ſibi æquivalentem; quia nihil tendit ad ſui annihilationem: effectus autem nihil eſt aliud quam vis ipſa efficienti ſubſtituta, ita ut eamdem virium quantitatem ſervari neceſſe ſit. Dicit NEWTONUS alicubi in *Principiis Philoſophiæ Naturalis* (1), Vortices cæleſtes CARTESII ideo admitti non poſſe, quia, ob partium ſuarum attritionem & frictionem, tandem a motu ceſſarent: ſed jam ſibi ipſi contradicit. Si enim, ſecundum ipſum, jactura virium in Mundo reparari a Deo, & tota Machina mundana ſubinde quaſi retendi debet; annon & idem CARTESIUS in Vorticum ſuorum defenſionem reponere poſſet; quod nempe, ſi vel maxime per attritionem partium in motu retardarentur, Deus tamen decrementum motus reſarcire poſſit, eos quandoque per novam impulſionem in priſtinam celeritatem incitando.

Significavit nuper Dominus MICHELOTTUS, Moderatores Archilycæi *Patavini* tandem decreviſſe, ut Agnatus meus ad docendam Matheſin invitetur, & nihil aliud ſupereſſe quam ut Decretum ſuum Senatui proponant, ad ejus confirmationem & ratificationem habendam: Monet ut ſe ad iter præparet & inſtruat, quo ſub initium proximi Novembris, Lectiones ſuas publicas *Patavii* inchoare queat. Interim, quod miror, ſolemnes litteræ Vocationis nondum tranſmiſſæ huc ſunt, etſi jam ante ſeſquimenſem fere MICHE-

(1) *Imo potius in* Optica Quæſt. 31.

Digitized by Google

Michelottus perſcripſerit Moderatorum Decretum. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Baſileæ a. d. 14. Julii 1716.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. Bernoulli.

P. S. Hiſce jam ſcriptis accipio faſciculum *Actorum Lipſienſium*, in quibus video Filii mei ſolutionem Problematis Trajectoriarum Hyperbolarum. Adjecit Dominus Menkenius Lexicon Mathematicum Cl. Wolfii, & *Nova* ſua *litteraria* Germanica, quæ omnia legam per otium.

EPISTOLA CCXXXIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Gratulatur ipſius Agnato. De Hermanni *Solutione Problematis Trajectoriarum. De* Ruſſorum *Monarcha*, & Scheuchzero.

Vir Nobiliſſime & Celeberrime!

Gratulor Domino Nepoti Tuo rem apud *Venetos* confec- 1716.
tam, quemadmodum ex amici noſtri *Veneti* litteris intellexi. Jul.
Quibus conditionibus, & in quot annos pactum ſit, diſcere gratum erit. Deum precor ut res pulchre ſuccedat ipſius commodo & publico.

Dnus Hermannus ſcripſit ad Dnum Wolfium, Problema illud de ductu perpendicularium ad Seriem curvarum non videri tam difficile. Ecce Methodum qua ſolvi poſſe ſcribit, quam

Digitized by Google

1716. Jul. ex litteris ejus a Dno Wolfio tranſcriptam Tibi mitto, petoque ut eam examinare velis.

„ Lineam rectam, quæ in una eademque linea curva conſtans
„ eſt, ſed variabilis variata curva, vocabo *Modulum*. Differentie-
„ tur curvæ datæ æquatio, ſumto etiam Modulo pro quantitate
„ variabili, & eadem æquatio adhuc ſemel differentietur, ſed ita
„ tamen ut x velut conſtans tractetur, & pro Elemento ipſius y
„ ponatur $\delta y = (dx\,dx + dy\,dy) : dy$. Ope duarum ejuſ-
„ modi æquationum eliminari poteſt Modulus, ejuſque Elementum,
„ adeo ut habeatur æquatio ad curvam omnes datas ad angulos
„ rectos trajicientem. Hæc ſolutio generaliſſima eſt, ſed exemplo
„ Bernoullii junioris illam illuſtrare placet.

„ Eſto æquatio Hyperbolarum $y = b\sqrt{(xx - aa)} : a$ in
„ qua x ſunt abſciſſæ a centro, y applicatæ, a ſemilatus tranſver-
„ ſum, & b ſemiaxis conjugatus, quem pro modulo accipere opor-
„ tet. Ergo æquationem logarithmice exprimendo, erit $ly = lb$
„ $+ l\sqrt{(xx - aa)} - la$, & ſumta x pro conſtante, & diffe-
„ rentiando fiet $\delta y : y = db : b$, ſed per regulam eſt $\delta y = (dx\,dn$
„ $+ dy\,dy) : dy$. Ergo etiam $db : b\,(= \delta y : y) = (dx\,dx$
„ $+ dy\,dy) : y\,dy$; qui valor ſubſtitutus in præcedenti $dy : y$
„ $= db : b + x\,dx : (xx - aa)$ dat $dy\,dy : y\,dy = (dx\,dx$
„ $+ dy\,dy) : y\,dy + x\,dx : (xx - aa)$, vel $- dx : y\,dy$
„ $= x : (xx - aa)$, ſeu $aa\,dx - xx\,dx = xy\,dy$, id eſt
„ $aa\,dx : x - x\,dx - y\,dy$, quæ eſt æquatio quam Ber-
„ noullius invenit in *Actis*.

Hæc Dnus Hermannus, quæ ſi recte ſe habent, non erunt ſpernenda; eximent enim nos a neceſſitate adhibendi differentiationem meam extraordinariam, quæ tamen alibi uſus ſuos retinebit. Eam ſuſpicor nec Dno Hermanno nec *Italo* illi vitilitigatori a Te fuiſſe communicatam.

Ego pene integro octiduo in acidulis *Pirmontanis* magni *Ruſſorum* Monarchæ aſſeclam egi; & quanto magis hujus Principis indolem perſpicio, tanto eam magis admiror.

Male factum eſt, quod *Tigurina* Reſpublica ei Scheuchzeros non ſaltem in aliquot annos indulſit. Id Reipublicæ *Tigurinæ*

næ honorificum, Scheuchzeri autem & Reipublicæ litterariæ utile futurum fuiſſet. A Dnis Scheuchzeris ab eo inde tempore nihil amplius intellexi aut accepi.

Cum acidulas bibere Monarcha decreviſſet, ſanguinem miſit: miſere & alii ex Comitatu, quibus idem bibendi conſilium, & inter alios ſacerdos *Ruſſus*, quem unum ſecum habet. Hujus ſanguis erat omnium peſſimus, ſubalbidus craſſuſque. Tranſacto bibendi tempore, Princeps, ut eſt ingenioſus, experimentum profectus ex aquis ſumere decrevit; ſacerdotique iterum venam pertundi juſſit. Allatus eſt ſanguis emendatiſſimus, floridus utique & qualem a ſaniſſimo homine expectares; affui ipſe cum afferretur. Applauſit Princeps non immerito; nam vix eſt ut ſoli diætæ tam brevis temporis tam inſignis mutatio adſcribatur. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 26. Julii 1716.

Deditiſſimus.

G. G. Leibnitius.

EPISTOLA CCXXXV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſione Patavina. *De* Hermanni *ſolutione Problematis Trajectoriarum. De* Verzalia. *De* Taylori *Methodo incrementorum.*

Vir Ampliſſime ac Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

De conditionibus futuræ Vocationis *Patavinæ* nihil adhuc nobis 1716.
conſtat; nec in quot annos ſe adſtringere debeat Agnatus, hac- Auguſt.
tenus eſt pactum. Interim Cl. Michelottus de negotio iſto ſcribit, tanquam confecto, jubetque nos ſecuros eſſe de vocatione

 certo

Digitized by Google

1716. Auguſt. certo & infallibiliter forteque brevi ſubſecutura: nihil enim aliud ſupereſſe quam ratificationem Moderatorum Decreti in Senatu peragendam: Decretum autem ipſum nondum fuiſſe propoſitum, propter *Turcicum* bellum, in quod Senatus jam omnes ſuas cogitationes vertat: Expectandum itaque eſſe momentum, quo Senatus de rebus aliis tranquillius deliberare poſſit. Speramus fore ut, accepto nuntio de *Turcarum* graviſſima clade in *Hungaria*, *Veneti*. . . . . animum reſumant.

Facile crediderim HERMANNO difficile non videri [ſaltem in ea, qua ſumpſit extenſione] Problema de ductu perpendicularium ad Seriem curvarum. Miror namque, quod non perceperis methodum, qua ſolvi poſſe ſcripſit, eſſe Tuam ipſiſſimam, quam, ante complures annos, in litteris Tuis (1), poſtquam Tibi meam aperuiſſem, mecum viciſſim communicaſti; ego vero publicavi, excerptum ex Epiſtola Tua ad *Acta Lipſienſia* mittens. Vid. *Acta Lipſienſia* Anno 1698, pag. 471 (2). HERMANNUS, qui. . . . . habet feliciſſimam memoriam revocandi ea quæ diu ante in Libris legit, rem iſtam ſuam facere volens, habitu nonnihil mutato, aliis obtrudit. Si locum citatum conferas, videbis facillime potiſſimam diverſitatem in eo conſiſtere, ut HERMANNUS vocet *modulum*, quod Tu vocabas *conſtantem ſed variabilem b*; ego vero *Lineam locum parametri variabilis* habentem. Fallitur autem HERMANNUS, quando putat methodum hanc, ſive Tuam, ſive ſuam tam facile ad omnia exempla applicari poſſe. Si pro curvis tranſcendentibus tentare voluiſſet ſolutionem, obſervare potuiſſet mirum quantum adhuc deeſſe, quominus iſta methodus ſuccedat. Aliquid profecto in caſu tranſcendentium deprehendo, quod & mihi etiamnum remoram injicit, facitque, ut nondum plenariam ſolutionem, talem qualem optarem, inveniſſe me jactare poſſim, ſaltem in quibuſdam tranſcendentium generibus; nam in permultis aliis res mihi perpulchre ſuccedit. Non bene memini, num aperuerim HERMANNO differentiationem extraordinariam; videtur tamen probabile, ob frequentem, quam habuimus, de

(1) Epiſt. VI.
(2) *Opp. Bernoull.* Tom. I. N°. LII. pag. 267. 268.

de his rebus ſermocinandi occaſionem. Ut enim minime ſum myſ- 1716.
terioſus, ita liberaliſſimus ſemper fui, præſertim erga Hermannum Auguſt.
in communicando, quamvis ille ſubinde ita ſe gerat, ut meæ facilitatis me pœnitere poſſit. Quod ad Verzaliam attinet, meum quondam. . . . . . . hoſpitem & diſcipulum, fateor illum hinc diſceſſiſſe onuſtum ſpoliis noſtris ſecretiſſimis. . . . . . . De eo nuper ſcripſit Michelottus, quod Libellum contra Hermannum ediderit injuriis plenum; in quo Te quoque, non minus ac alios Mathematicos, quos ultramontanos vocat, ſugillet, & quidem hiſce verbis. *Si* Italia *non produxiſſet ſuos* Galilæos, *ſuos* Borellos, *ſuos* Cavallerios; *Ultramontani nullos vidiſſent* Wallisios, Newtonos, Leibnitzios. Sed non meretur, ut ipſi reſpondeatur.

Accepi tandem Taylori Libellum. Quid, bone Deus! Sibi vult ſcriptor, ſua affectata iſta caligine, qua involvit res quoque ſua natura clariſſimas? Haud dubie, ut tegat ſui furandi ſtudium: quantum enim capio, quantum ſapio, nihil niſi res noſtras nobis ſurreptas ibi obſervo, per denſiſſimam obſcuritatis nebulam. Quæ de Iſoperimetris habet, *Fratri* meo debentur; quæ de Catenariis, Velariis, Linteis liquore plenis &c. tradit, a me habet. Et, quod noviſſimum eſt plagium, ſub finem Libelli proponit methodum determinandi Centrum oſcillationis in Pendulis compoſitis, quæ tota deſumta eſt ex nova mea Theoria *Actis Lipſienſibus* 1714 (1) inſerta. Atque hæc omnia ita profert ſcriptor, quaſi ex propria penu depromſiſſet. Nemo interim ex *Anglis*, juſti verique vindicibus, reperitur, qui contra hunc plagiarium clamitet; nemo qui nobis quod noſtrum eſt tribuat: ſilet Keilius, ubi videt a ſuis peccari, præſertim cum nec ipſe ab hoc peccato ſit immunis.

Argentorato nuper accepi, fortaſſe Tuo dono, exemplum *Theodiceæ*: pro eo itaque gratias ago. Legam quam-primum vacaverit: ſpero me multa egregia & utilia in hoc Libro inventurum. Interim Vale & Favere perge.

Baſileæ a. d. 22. Auguſti 1716.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo. J. Bernoulli.

(1) *Menſ. Jun.* p. 257. Vel *Opp.* Tom. II. N°. XCVI. p. 168.

Digitized by Google

EPISTOLA CCXXXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De NEWTONI *ſolutione Problematis Trajectoriarum. De ſua cum* CLARKIO *diſceptatione. De Mathematicis* Italis. *De* TAYLORI *Methodo incrementorum. Varia.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1716. Octob. EXPECTAVI quid parituri eſſent *Angli*: nunc ergo Dnus WOLFIUS mihi, quæ in Scheda adjecta vides, ſcripſit miſitque. An Methodus ſolvendi in *Tranſactionibus* (1) illorum ſit ſufficiens, nemo Te melius judicaverit. Itaque judicium de ea Tuum expecto: mihi enim in tantis diſtractionibus nunc vix poſſibile eſt talia diſcutere, ut par eſt. Interim ſuſpectum eſt quod non adjecere ſolutionem Problematis ſpecialis a Te propoſiti, & a me tranſmiſſi, & forte a Te quoque per MONMORTIUM: cum Tu ſpeciale ipſorum ſolviſſes (2), illis communicati. Sed quidquid ſit, imperfecta videtur *Anglorum* ſolutio, cum recurrat ad differentias ſecundi gradus in re præſtabili per primas.

Etiam mihi *Venetiis* ſcribitur negotium Domini Cognati tui *Nicolai* BERNOULLII eſſe confectum, de quo gaudeo.

Gratum mihi valde erit, habere judicium tuum de variis in *Theodicæa* mea contentis.

CLARKIUM videor mihi reduxiſſe ad abſurdum. Coactus enim eſt mihi in effectu negare hanc Propoſitionem, *Nihil exiſtere, evenire, locum habere, cujus non detur ſufficiens ratio cur ſit potius vel non ſit, aut cur ſic potius quam aliter ſit.* Nam

(1) N°. 347. *Vid. & Opp.* BERNOULLII Tom. II. N°. CV. p. 273.
(2) *Vid. Epiſt.* CCXXX.

Digitized by Google

Nam coactus eſt recurrere ad meram, ut vocat, Dei voluntatem 1716.
nulla ratione, nullo motivo nixam, quod mihi abſurdum, & Divinæ Sapientiæ, pariter ac rerum naturæ contrarium videtur. Octob.
Nam cum ſcias *Anglos* ex ſpatio facere aliquod abſolutum ac reale, vacuum etiam admittere, oſtendo, admiſſa abſoluta realitate ſpatii, cum id ubique ſit uniforme, impoſſibile eſſe dari rationem cur res Deus in hac potius quam alia parte ſpatii, aut hoc potius quam inverſo ſitu locet. Mihi vero ſpatium nihil aliud eſt quam ordo coexiſtendi, adeoque ſublatis rebus nullum eſt, & eodem manente rerum omnium ſitu, idem. Videtur & in aliis vadimonium deſeruiſſe Clarkius. Expecto adhuc reſponſionem ad noviſſimam meam ſcripturam, quæ videbo an replicationem a me mereatur. Omnia finito certamine edentur. Sed cum per manus eant Sereniſſimæ Principis *Walliæ*, ejus id venia fiet.

Rectiſſime faciet Dominus Hermannus, ſi Verzaliam omittat: generatim enim illis non reſpondendum cenſeo, qui a Legibus honeſtæ diſputationis recedunt.

Galilæum merito extollit Verzalia, qui certe ad Phoronomica aliis viam aperuit. Sed Cavallerio multum adeo tribui poſſe non arbitror. Et notatum jam eſt a Guldino, aliiſque Keplerum in libro *de Dolio Auſtriaco* ipſi Cavallerio ad hanc Geometriam, quam indiviſibilium vocat, viam aperuiſſe. In Borello multum diligentiæ agnoſco, ingenio mediocri fuiſſe videtur.

Facile judicabam Taylori vel Sartorii *Angli* Librum Tibi parum fuiſſe ſatisfacturum. Hujuſmodi ſcriptor mihi haud ſatis aptus videtur ad obeundum officium Secretarii Societatis Regiæ; quod poſtularet hominem minus fortaſſe mathematicum, ſed magis clarum, factumque ad Commercia litteraria.

Dominus Monmortius ſignificavit mihi ſe litteras prolixas ad hunc Sartorium parare, contra hodierna *Anglorum*

1716. Octob. *rum* Philoſophemata (1). Et jure meritoque fictitias illorum attractiones aliaque ejuſmodi ἄῤῥητα impugnabit.

Diu nihil a Dno *Abbate* VARIGNONIO intellexi, ut verear ne adverſa valetudine utatur: quemadmodum ſuperiori tempore factum ad me ſcripſit.

PARENTIUS quædam in *Trevultianis*, ſi bene memini, contra Tua nautica edidit (2).

Dominus *Bernardus* TREVISANUS Nobilis *Venetus* parat opus de Lacunis *Venetis* & remediis quibus caventur, ne obareneſcant. Argumentum eſt nobile, & Reipublicæ cura dignum. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 23. Octobris 1716.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) Habetur illa in *Europe Savante* 1718. Octob. *pag.* 209.
(2) Vid. Epiſt. CCXIX.

EPISTO-

EPISTOLA CCXXXVII.

NICOL. BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Nunciat ſuum diſceſſum Patavium, *& gratias agit. Problematis a* Tayloro *propoſiti ſolutio. De ſolutione Problematis Trajectoriarum. De* Taylori *methodo incrementorum.*

Vir Perilluſtris ac Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

Diu nimis diſtuli, quam nunc demum perſolvo, debitam gratiarum actionem pro eo quod, Tua præſertim cura ac indeſinenti exhortatione, negotium *Patavinum* ex voto tandem confectum ſit. Excel. Dominus *Comes* Schullemburgius negotium hoc, a Te ſibi commendatum, ſi non conſiliis ſuis, quod forte ob gravioris momenti curas non potuit, intrepida ſaltem & forti inſulæ Corcyræ defenſione haud parum promovit; ſiquidem Inſulæ hujus liberationem mox ſecuta eſt, quam antea ſperare vix licebat, electionis meæ ad Cathedram mathematicam a Dominis Reformatoribus ante aliquot menſes factæ confirmatio; de qua miſſo Senatus-Conſulti hac de re facti Apographo, nuper me certiorem fecit Michelottus noſter. Proficiſcar igitur, bono cum Deo, intra paucos dies, ut Provinciam demandatam, durante adhuc menſe Novembri, vel initio Decembris auſpicari queam. Det Deus ut Profeſſione iſta in ſui honorem & rei litterariæ, præcipue mathematicæ, commodum defungar, & ut ſpem & promiſſa de me Tua ita non fallam, ut de Patrocinio & favore Tuo, quem hactenus mihi ſummopere gratulatus ſum, nec poſthac dubitandi locum habeam. Vale & fave *1716 Octob.*

Perilluſtris N. T.

Cultori Indefeſſo
Nicolao Bernoulli.

Baſileæ a. d. 24. Octob. 1716.

1716 Octob. P. S. Dominum Taylorum *Anglum*, occaſione problematis Tui de ducendis trajectoriis, Te ad certamen provocaſſe Problemate, cujus ſolutionem mox invenimus, ex Patrui mei litteris intellexiſti. Forte non ingratum erit, ſi hic apponam propria ipſius Taylori verba ad Dnum. Montmortium ſcripta. *If Mr.* Leibnitz *delights in Problems, I would propoſe the following one to him, wich I can ſolve. 'Tis a particular caſe of his own general Problem, but il tends more to the diſcovery, of a Man'ſkill in the method of fluxions, then the Problem does, as he has propoſed is.* Problema autem ſequens Domino de Montmort propoſuit: *Invenire curvam quæ per datum punctum tranſeat, & ad angulos rectos ſecet Curvas omnes, per aliud punctum tranſeuntes, & expreſſas per aquationem* $zzddx = 2xdz^2$: *nempe* z *fluente uniformiter.* Inveni æquationem integralem huic differentio-differentiali $zzddx = 2xdz^2$ reſpondentem, eſſe iſtam $z^3 = axz + abc$: & proinde curvam iſti æquationi ſatisfacientem eſſe Parabolam, ſi terminus abc deficiat, & Hyperbolam ſi $a = \infty$, & bc ſit quantitas negativa. Trajectoriæ autem pro iſtiuſmodi curvis facile inveniuntur, per Methodum a Te in *Actis Lipſienſibus* olim propoſitam, cum qua ſane coincidit Methodus Dni. Hermanni, ut & illa qua ego utor, quamque pridem cum Dno. De Montmort communicavi, inſcius vel ſaltem oblitus Te ſimile quid in *Actis* dediſſe. Si x & y ſint coordinatæ trajectoriæ quæſitæ, p linea illa variabilis quæ determinat ſpeciem vel poſitionem curvarum, ad quas alia ad angulos rectos duci debet. Quæro valorem ipſius p in x, & conſtantibus, quo differentiato, & mutatis dx in dy & dy in dx; poſitiſque membris per dx multiplicatis æqualibus illis quæ per dy multiplicantur, habebitur æquatio differentialis ſatisfaciens Trajectoriæ quæſitæ.

Pervenit ad nos nuper demum Taylori Liber *De Methodo incrementorum*, in quo nulla fere nova, ſed pleraque jam diu nota, obſcure tamen & nimis in abſtracto propoſita inveni, ita ut paucis ea intelligi credam. Propoſitionem ejus tertiam ego jam olim in hunc modum ſolvi. Sit æquatio differentialis in quam ingrediantur variabiles duæ x & z; cum ſuis differentialibus dx & dz, quorum

rum dz ſupponitur eſſe conſtans; oporteat invenire quid pro ddx, d^3x, &c. ſubſtitui debeat, ut dz fiat variabilis & dx conſtans. Fingo $ddx = Adz^2$, ubi A ſignificat quantitatem compoſitam ex x, z, & conſtantibus: hinc integrando habetur $dx = \int Adz \times dz$, ſive $dx : dz = \int Adz$; quæ æquatio iterum differentiata, ponendo dz variabilem & dx conſtantem dat $-dxddz : dz^2 = Adz$, vel $-dxddz : dz = Adz^2 = ddx$. *Q. E. Inv.* Sic pro differentialibus tertiis, ſuppono $d^3x = Adz^3$: hinc integrando $ddx = dz^2 . \int Adz$, vel [ponendo pro ddx, valorem ejus modo inventum & dividendo per dz^2] $-dxddz : dz^3 = \int Adz$; quæ iterum differentietur, ſumta dx conſtante, & habebitur $(-dxdzd^3z + 3dxddz^2) : dz^4 = Adz$, ſive $-dxdzd^3z + 3dxddz^2 = Adz^3 = d^3x$; quemadmodum TAYLORUS quoque invenit; eodemque modo procederem in reliquis differentialium gradibus. 1716. Octob.

EPISTOLA CCXXXVIII.

JOH. BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad penultimam.

De ſolutione Newtoniana & Hermanniana *Problematis Trajectoriarum. De ipſius* Theodicæa. *De ipſius cum* CLARKIO *controverſia. De* VARIGNONIO & PARENTIO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

DIſceſſit hinc Agnatus meus, ante quindecim circiter dies: En ejus litteras, quas Tibi mittendas mihi reliquerat; volui hæc pauca adjicere, in reſponſionem ad ea quæ nuperrime a te accepi. Nihil intelligo ex ſcripto anglicano illo a Cl. WOLFIO ad Te tranſmiſſo, mecumque porro communicato, neque capio quid generalis illa ab Anonymo jactata ſolutio contribuat ad caſum aliquem ſpecialem ſolvendum. Vellem tentaſſet exemplum, quod a me ſuggeſtum *Anglis* propoſueras, ſed id ipſum quod *Anglus* anonymus, [quem TAYLORUM * eſſe credo] ne apice quidem digiti attigit, ſatis arguit quod aqua 1716 Nov.

Ddd 2 ipſi

* *Imo* NEWTONUS *ipſe fuit.*

INDEX
RERUM NOTABILIORUM
In hoc OPERE contentarum.

Nota Primi TOMI (I) *reſpondet omnibus paginis ſequentibus uſque ad Secundi* TOMI *notam* (II), *& vice verſa.*

A

ACademia Scientiarum *Pariſienſis*, ejuſque ſocii & inſtituta aliquot, Tom. I. pag. 446. 454
—— ejus *Hiſtoria* ab HAMELIO conſcripta, 405. 437
—— *Hallenſis*, à quo fundata, Tom. II. 18
—— Equeſtris *Berolinenſis* fundata 129
Acidularum *Pyromontanarum* effectus mirabilis, 387
Actio motrix *abſoluta*, & ejus quantitas, I. 125
—— ſemper eadem ſervatur in Mundo, 157
—— æquabiles in qua ratione ſint, 143
—— *Directiva*, 125
Actiones liberæ & violentiam facientes, in quo differant, 471. 474. II. 1
—— æſtimatio quomodo facienda, I. 471. 474. II. 1
Activitas Subſtantiarum, I. 450. 463. 471. 483. II. 3. 5. 7
—— In eam objectio, I. 483
Æquationes *differentiales*, quomodo conſtrui poſſint, 7
—— —— earum *mechanica* conſtructio, 50
—— —— ad eas finitas reducendæ Series infinitæ, 49
—— —— primi gradus, quæ, 10
—— *Percurrentes*, quæ, 8
—— vel *exponentialiter tranſcendentes*, earum ordines, 14
—— *Tranſcendentes*, quæ, 8
—— —— quæ ſimpliciſſimæ, 11
—— Earum radices utiles ad *Curvam Segmentorum* inveniendam, 257. 261. 269
—— Radicum *impoſſibilium* numerus inveſtigatus, II. 210
Æſtimatio *Actionum*, I. 471. 474. II. 1
—— *Virium* demonſtrata *à poſteriori*, I. 63
—— —— In eam Demonſtrationem objectio, 63

——— ——— Ad hanc Objectionem reſponſio, 68.
——— ——— Objectiones variæ, 79. 91. 102. 335. 339. 377.
——— ——— Reſponſiones, 84. 95. 105. 335. 339. 343. 345. 379.
——— ——— acquieſcit illis BERNOULLIUS, 102. 109. 345. 379.
——— Demonſtrata per motuum compoſitionem, 113. 121. II. 8.
——— per vires centrifugas, I. 115. 123.
——— Demonſtrata *à priori*, 122.
——— ——— Hujus Demonſtrationis conſectaria, 125.
——— ——— confirmatio, 170.
——— ——— In eam Objectio, 132. 151.
——— ——— Ad hanc Objectionem reſponſio, 140. 157.
——— ——— Alio pacto, 143. 157. 164.
——— Huic æſtimationi, ſub diſtinctione quadam accedit HUGENIUS, 203.
——— Condenſationis Aëris, 475. 479.
——— Compreſſionis, ſeu coactionis ejuſdem, 479. 482.
Æſtimandi ars in quo conſiſtat, 84.
Aer, utrùm ſit homogeneum comprimibile, 458. 475. 479. 482.
——— Quantùm reſiſtat gravibus cadentibus, II. 266.
——— Quis utilis ad reſpirationem, 266.
——— Compreſſus quam ſe dilatandi vim acquirat, I. 455.
——— Rarefactus à Calore quam ſe dilatandi vim accipiat, 458. 476.
——— ——— Inſtrumentum, quo hujus rei periculum fieri poteſt, 459.
——— ——— hoc experimentum faciliùs fieri poteſt, & quomodo, 477.
——— ejus *condenſatio* quomodo æſtimetur, 475. 479.
——— ——— eſt *ponderi* proportionalis, 455. 675.
——— ejus *compreſſio*, ſeu *coactio* quomodo æſtimetur, 479. 482.
——— externi preſſio utrùm ita à Calore mutetur, ut Barometra ordinaria hinc minus perfecta fiant, 478.
——— ejus *vis elaſtica* quam habeat rationem ad ſpatium, 455.
——— Pondus utrùm *condenſationi* proportionale, 458. 475.
Aërometria, WOLFII, & monita LEIBNITII atque BERNOULLII, II. 226.
ALBERICI Monachi *Trium Fontium* Chronicon, I. 37.
Aleæ ludi mathematicè tractantur ab HUGENIO & FRENICLIO, 244.
——— & à MONTMORTIO, II. 211. 216. 222. 265.
——— Atque à *Jacobo* BERNOULLIO, 211. 222.
——— & à MOYVRÆO, 265.
ALEMIUS, *Gallice* D'ALEME, 160.
Algebra vulgaris quantitates finitas ſolas conſiderat, I. 4.
——— ſigna nova, 386.
Analyſis *localis* generaliſſima unde eruenda, 259.

Analyſeos *tranſcendentis* maxima perfectio, II. 82
Anguli multiſectio, 73
ANGICOURTIUS, 235
Anima, morte Animalis, ubi transferatur, I. 415. 420
—— hæc ſententia explicata, 424. 430. 435
—— ejus cum corpore commercium, 69. 427. 430. 434. 439
—— difficultas hinc educta, 483
—— hæc ſententia utrum nova, 434. 439
Animalia noſtris majora & minora in infinitum utrùm exiſtant, 410. 415. 420. 424
—— eorum contractio utrùm ſit *Mors*, 415. 420
Anni magnitudo incommenſurabilis, II. 10
Anthlia *Pneumatica* à quo excogitata, 314
ANTONIUS ULRICUS Dux *Brunſwicenſis*, I. 2. II. 233
Antitypia Corporum, 279
APOLLONIUS *Pergæus* axiomata EUCLIDIS demonſtrat, I. 196
—— ejus liber de *Sectione Rationis*, II. 138
—— —— Editus ab HALLEIO, 154. 159
—— ejuſdem *Conica* pariter edita ab HALLEIO, 291
Aqua *marina* nonnunquam lucida, 25
—— hoc phœnomenum explicatum, 28. 32
Aquarum Scientia, à quibus tractata, & de his LEIBNITII judicium, 346
Arcu *Circuli* & Radio datis invenire Sinum rectum, I. 16
Arcus *Parabolæ* in data ratione abſcindi poſſunt ſecundùm TSCHIRNHAUSIUM, I. 166. 352. 357
—— Non autem ſecundùm BERNOULLIUM niſi per quadraturam *Hyperbolæ*, 166. 203. 355
—— Modus id efficiendi à Bernoullio traditus oppugnatur à TSCHIRNHAUSIO, 359
—— —— defenſus à BERNOULLIO, 362
—— alter a TSCHIRNHAUSIO traditus, 386
—— —— utrùm rectus, 401
—— & aliarum *Curvarum* dimenſi per Arcum Circuli, II. 174
—— *Circuli* æqualis datæ rectæ, 176
—— & aliarum *Curvarum* comparati, I. 366
ARCHIMEDES, ejus Quadratura *Parabolæ* impugnata & defenſa, 173. 180. 453. 455. 457
Areæ ejuſdem *Curvæ* inter ſe collatæ, 358
Argentum *vivum* à BERNOULLIO redditum lucidum, quomodo & qua occaſione, II. 19
—— LEIBNITIO approbante, 24

—— lucet pro ratione ſuperficiei, 24. 27. 31
—— communicatum Regiis Societati *Berolinenſi*, & Academiæ *Pariſienſi*, 21. 27. 31. 48. 50. 53
—— & Aulæ *Berolinenſi*, 64. 67. 73
—— hujus Phœnomeni ratio, 20. 22. 33
—— quid accidat, ubi curru vehitur, 62
—— pro eo præmium datum, 86. 87. 89. 91
—— de ea re dubia, 140
ARITOTELES, ejus ſententia de *Anima Mundi*, II. 365
Arithmetica *binaria* excogitata à LEIBNITIO, 36
—— Ejus proprietates, 36. 38. 44. 47. 140
—— *Tetractica*, 38. 48
—— Decadica quomodo poſſit exprimi, 44
ARNOLDUS (*Johannes*) Anglus LEIBNITIO commendatus, 351
—— Quem inviſit, 358
Ars *conjectandi*, quam meditabatur *Jacobus* BERNOULLIUS, quæ complecti deberet, 244
—— Hæc Ars ad quæ extendi poſſit, 251. II. 225
—— Ejus editio expetitur a LEIBNITIO, 211. 220. 225
—— De ea judicium *Johannis* BERNOULLII, 222
—— Edita, 324
—— Ejus uſus in jure, 225
—— —— De ea re Diſſertatio *Nicolai* BERNOULII, 217. 219
—— æſtimandi in quo conſiſtat, I. 84
Arthritidis remedium, II. 266. 277
Artificia ut deſcribantur inſtituitur Collegium, I. 369
Aſcenſus Corporum ſunt Quadratis Celeritatum proportionales ſecundùm BERNOULLIUM, 63
—— continui & interrupti æquales utrùm ab eadem Potentia gignantur, 92. 95. 102. 106. II. 3. 6. 7
Aſtronomi *Galli Alexandriam* miſſi ut ſuas cum PTOLEMÆI obſervationibus compararent, I. 369
Atomi non dantur ſecundùm LEIBNITII ſententiam, 301. 429
—— Pro ea argumenta allata, 307
—— Quot generum ſint, 316. 329
—— De iis opinio BERNOULLII, 301. 329. 433
—— —— Explicata, 312
Atomiſtarum opinio deſtructa, 63
Attractio *Newtoniana*, utrùm demonſtrata ſecundùm LEIBNITIUM, II. 364
—— Eſt aut miraculoſa aut abſurda, 382

—— Ejus Lex à NEWTONO conſtituta naturæ & continuitatis legi repugnat, judice BERNOULLIO, I. 411
—— —— Secus autem ſecundùm LEIBNITIUM, 415
—— —— Explicata & demonſtrata, 415
—— —— In hanc explicationem difficultas à BERNOULLIO propoſita, 420
—— —— De ea re ultimum LEIBNITII judicium, 424
AVERROIS ſententia de Anima Mundi, II. 365
Axiomata demonſtranda eſſe cenſet LEIBNITIUS, II. 185. 196
—— Contrarium ſentit BERNOULLIUS, 190
—— Hujus objectio, 205
—— —— Reſponſio, 207
—— LEIBNITII opinio explicata, 196
—— *Euclidea* demonſtraverunt APPOLLONIUS *Pergæus* & PROCLUS, 196
AZOUTUS, ejus elogium, 144

B

BAGLIVUS, ejus ſententia de *motu Muſculorum*, II. 242
Barometrum redditum *lucidum*, a quo, quomodo, & qua occaſione, II. 19
Plura vide in voce *Argentum vivum*,
—— Portatile, quomodo fieri poſſit, ſecundùm LEIBNITIUM, I. 368. 385
—— —— explicatum, II. 70
—— —— ex qua re poſſit conſtrui, 71. 78
—— Novum, *variationes* ad libitum augens inventum à BERNOULLIO, 60
—— —— Aliud ſimile ab HUGENIO quondam excogitatum, & hujus incommoda, 60. 61
—— —— *Hugenianum* utrùm unquam ad praxim traductum, 65
—— —— Alia ab aliis excogitata, 65
—— —— Iſtorum incommoda, 67
—— —— *Bernoullianum* expoſitum, 67
—— —— LEIBNITIO probatum, 70
Barometris VULGARIBUS utrùm Calor obſit, nec ne, I. 478
BASNAGIUS (*Belvallius*) vide BELVALLIUS,
BAYLIUS cum LEIBNITIO de quibuſdam Philoſophicis diſputat, 405. 435. II. 77
—— Reſponſiones LEIBNITII, I. 405. 439

Digitized by Google

BELVALLIUS (*Baſnagius*) & ejus epiſtola quædam, 266. 267
——— ——— ad eam reſponſio, 272
——— Auctor eſt Diarii, cui titulus *Hiſtoire des Ouvrages des Savans*, 271
——— ——— Ejuſdem error, 271
——— ——— ——— Correctus, 272. 287
——— ——— Ejus Diarii loca quædam ad LEIBNITII Philoſophiam ſpectantia, 430. 439
——— Habet quemdam HUGENII Logogryphum, 378
BERNARDUS edit Diarium, cui Titulus *Nouvelles de la Republique des Lettres*, II. 141
——— Succedit VOLDERO in *Leydenſi* Naturalis Philoſophiæ profeſſione, 141. 286
——— Articulus quidam ex ejus Diario excerptus pertinens ad Calculum infiniteſimalem, 150
——— Alter, 151. 154. 155
BERNERIUS dubia ſua de Philoſophia GASSENDI & CARTESII divulgat, I. 431
——— Ejus liber illa complectens, 431. 455
——— Hæc dubia tollere cogitat LEIBNITIUS, 431
——— Ejuſdem *Compendium Philoſophiæ* GASSENDI, 455
BERNOULLIUS (*Jacobus*) laudatus, 3. 4. 6. 7. 33. 35. 71. 91. 99. 145. 168. 173. 179. 188. 198. 208. 247. II. 130. 133
——— Cum LEIBNITIO diſputat de natura Oſculi, 33. 43. 51. 62. 68. 78. 83. 91
——— Putat unam dari Curvam *tranſcendentem*, cujus puncta quotvis per communem *Geometriam* poſſint inveniri, 59
——— ſolvit Problema de *Curva æquilibrii*, 60
——— de ejus ſcriptis judicium HUGENII, 155
——— ſolvit Problema *Beaunianum* extenſum, 183
——— ſummat *Series* quaſdam, 186. 218
——— Quædam notat in TSCHIRNHAUSII ſcriptis, 193. 203
——— ſolvendam proponit æquationem quandam *differentialem*, 188. 197
——— ——— ea ſolvitur, 198. 221
——— ejus ſententia de Curvis *rectificabilibus*, 201
——— qua occaſione verum Calculi *differentialis* uſum intelligit, 205
——— agit de *Conoidum* ſuperficiebus, 212
——— docet modum conſtruendi Problemata *ſolida* & *ſuper-ſolida* per *Geometricam* approximationem, 222. 228
——— Molitur librum de *Arte conjectandi*, 243. 251
——— —— cujus editio flagitatur a LEIBNITIO, II. 211. 220. 225
——— —— de eo judicium *Joannis* BERNOULLII, 222

—— —— editur, 324. 326. 329. 336. 337
—— ſolvit Problema de Curva *celerrimi deſcenſus*, I. 251. 253. 260
—— —— & de Curva *ſegmentorum*, 278
—— Proponit obſervationem quandam opticam, 278
—— —— quæ explicatur à LEIBNITIO, 279
—— —— —— & ab aliis, 282. 288
—— Proponit Problemata quædam, 280
—— —— quæ ſolvuntur a *Johanne* BERNOULLIO, 283. 289. 296. 305
—— —— controverſia nata occaſione hujus ſolutionis, 292. 293. 299. 306. 310. 351. 354. 394. 395. 437. 440. II. 4. 6
—— ſolvit Problema de *minima linea* inter duo puncta ejuſdem ſuperficiei, I. 387. 401.
—— —— & alia a *Fratre* propoſita, 387. 401. II. 350
—— quædam ſcribit de *Loxodromica*, I. 444
—— conſtituitur *Rector* Academiæ *Baſileenſis*, II. 15
—— Edit analyſim Problematis *Iſoperimetrici*, 46. 49
—— —— de ea judicium LEIBNITII & HOSPITALII, 48
—— ſolvit Problema de Curva *æquilibrationis*, I. 44. 60
—— Quadrat Zonas *Cycloïdales*, II. 62
—— mittit LEIBNITIO quaſdam analyſes propoſitionum a ſe in *Actis Erud.* editarum, I. 186
—— ejus ſententia de *Dynamicis* quibuſdam, II. 101
—— moritur, 139
—— in ejus honorem *Diſtichon* LEIBNITII, 141
—— —— Elogia funebria vel Parentalia, 145
—— laudatur a BERNARDO in ſuis *Novellis Reipublicæ Litterariæ*, 151. 154. 155
—— de eo PARENTII judicium, 212
—— Scriptorum ab illo relictorum editionem flagitat LEIBNITIUS, 211. 273
—— tentat *Curvarum enumerationem*, 334. 335
BERNOULLIUS (*Johannes*) ſeſe per LEIBNITIUM commendat *Duci Brunſwicenſi*, I. 1
—— à *Baſileenſibus* retinetur, 3
—— laudatus, 4. 5. 12
—— habet diverſas regulas, quibus plura ſolvit exempla peculiaria *methodi Tangentium inverſæ*, 7. 15
—— conſiderat Curvas *percurrentes* vel *exponentialiter tranſcendentes*, 7. 11. 13. 15. 19. 25. 32
—— habet plures vias reducendi *Quadraturas* ad *Rectificationes*, 9. 367
—— ſcribit de Curvarum *Rectificatione*, 461

Bernoullius conſtruit plures Curvas ex *Tangentium* conditione, 14. 17
—— agit de Curvis, quæ revocari poſſunt ad *Circuli* & *Hyperbolæ* Quadraturam, I. 14
—— tradit *Seriem* univerſaliſſimam omnes *quadraturas* & *rectificationes* exprimentem, ac *Methodo Tangentium inverſæ* aptiſſimam, 15. 28. 35. 40. 46. 75. 76
—— quomodo inventa ſua ſervet, 16
—— —— ea quomodo facere ſolitus ſit, 81
—— Problema proponit de *Trajectoriis orthogonalibus*, 17. 23. II. 373
—— —— & de Trajectoriis ſub dato angulo, I. 18. 23
—— —— hoc argumentum tractat, 178. 190. 194. 204. 209. 306. 311. 314. 327
—— —— hoc Problema ſolvit generaliſſime, I. 332. 337
—— —— —— aliud de eodem argumento, II. 378
—— —— de his aliqua ſcribit *Jacobus* Bernoullius, I. 401
—— —— & de Curva *æqualis tenſionis* vel *preſſionis*, 30. 33. 134
—— —— atque de Curva *celerrimi deſcensûs*, 167
—— —— —— quod ſolvit Leibnitius, 172. 183. 188. 195
—— —— —— —— & ipſe Bernoullius, 177
—— —— —— —— & quidem duplici modo, I. 178
—— —— —— —— indè eruit ſolutionem Problematis optici de *Curvatura radii in medio variante*, 178
—— —— —— —— & Fatius Duillerius, 456
—— —— —— —— in hujus ſolutionem animadverſio, 464
—— —— —— —— & Hospitalius, 249
—— —— —— —— & *Jacobus* Bernoullius, 253. 260
—— —— —— —— atque Newtonus, 266
—— —— —— illud ſolvere tentat Salvator, 234. 237. 242
—— —— —— —— & alii, 267. 287
—— —— & de Curva *Segmentorum*, 247.
—— —— —— quod ſolvit Leibnitius, 248. 251. 257. 261. 258. 269. 278
—— —— —— —— & ipſe Bernoullius, 255. 262. 270. 272. 276. 281. 288
—— —— —— —— & Newtonus, 261. 269. 272
—— —— & de quadam *Integrali Logarithmica*, 223. 226. 231
—— —— & de minima *Linea* ducenda inter duo puncta data in eadem *ſuperficie*, 387
—— —— —— quod Solvit *Jacobus* Bernoullius, 387. 401
—— —— —— —— & Leibnitius, 387

&

— — — — & ipſe BERNOULLIUS, 393
— tradit *Integralia* quædam, 26. 53. 65. 75. 223. 226. 231.
— nonnulla notat in ſcriptis TSCHIRNHAUSII, 166. 202. 203. 209. 224. 229. 232. 245. 264. 342. 352. 355. 359. 362. 367. 401. II. 117
— — & in ſcripto SALVATORIS de *Curva celerrimi deſcenſus*, I. 233. 237. 242
— — Et in GREGORII *Catenaria*, 400. 403. 406. 411. II. 29. 31
— — In FATIUM DUILLERIUM, 9. 13. 25. 28. 31. 50
— — In HUGENII *Phoronomicis*, 98
— — In CHEYNÆI *Fluxionum Methodo inverſa*, 110. 115. 120. 121. 123. 127. 129. 219
— — In PARENTIUM, 117. 216. 349. 356
— — In VARIGNONIUM, 128. 130. 136.
— — In CRAIGIUM, I. 44. 50. 60. 77. II. 133. 215. 219. 265
— — In LA HIRIUM, 148. 150. 159. 256
— — In WOLFII *Aërometriam*, 226. 229
— — In NEWTONI *Principia*, 229. 234. 240. 244. 253. 291. 294. 299. 310. 323. 328. 343
— — — In ejuſdem Solutionem Problematis de *Trajectoriis*, 390. 395
— — In HARTZOEKERUM, 247. 250. 251. 256. 257. 357
— — In GRANDIUM, 265
— — In TAYLORI Problema, 378
— — — In ejuſdem *Methodum Incrementorum*, 389. 391
— — In Montmortii libro de *ludis a Fortuna pendentibus*, 222
— Solvit Problema de *Curva æquilibrii*, I. 28. 33. 44. 60
— — & de *Æquatione* à *Fratre* propoſita, 199. 221
— — De *Curva citiſſimi appulſus* ad rectam poſitione datam, 283. 461
— — — & quidem generaliſſime, 286. 289. 324. 335. 338
— — — ejuſdem ſolutio *Leibnitiana*, 289
— — & de Iſoperimetris, 265. 284. 295. 299. 305. 310. 315. 328. 375. 386. 392. 397
— — — de hac re obſervatio notabilis, 285
— — — controverſia orta ex Problematibus de *Curva citiſſimi appulſus*, & de *Iſoperimetris*, 284. 292. 293. 299. 302. 306. 351. 354. 375. 394. 395. 399. 417. 420. 437. 446. II. 4. 46. 48
— — de *Solido minimæ reſiſtentiæ*, I. 466
— calculum *infiniteſimalem* quibus tradit, 12. 28
— agit cum LEIBNITIO de *Natura Oſculi*, 34. 43. 61. 68. 78. 83. 91
— — de Corporum *duritie*, 300. 307. II. 246. 257

— — de *Virium æſtimatione*, I. 335. 339. 344
— — de *Legibus motus*, 335. 339. 345
— — de *Oenometro* quodam, 368. 394. 396. 405
— — de *Functionibus*, 392. 399
— — de *Attractione Newtoniana*, 399. 411. 415. 420. 424
— — de *Calendario* reformando, II. 9. 12. 13. 16. 23. 29. 31. 49
— — de ROLLIO *Calculi Differentialis* adverſario, 23. 25. 39. 40. 46. 50. 170. 172
— — de *Arithmetica binaria*, *quaternaria*, & *decadica*, 36. 38. 44. 47
— — de HUDDENII Methodo de *Maximis* & *Minimis*, 41. 46. 50
— — de LEIBNITII Machina arithmetica, 239. 243
— — de *reſiſtentia* orta ex *lubricitatis* defectu, 240. 244. 254. 259. 262
— — de Vi *centrifuga*, 131. 135. 253
— — de Curvarum transformatione, 95. 97. 102. 108. 133. 140. 142. 144. 145. 149. 152. 160. 163. 171. 172. 178. 183. 186. 211. 214. 219
— — de earum *Synchroniſ*, I. 178. 190. 293. 303. 306. 309. 315. 317. 323. 325. 332
— — de *Lege continuitatis*, 409. 411. II. 110
— — de *Mundis* atque *Animalibus* noſtris majoribus ac minoribus, &c. I. 410. 415. 420
— æmulatio inter eum & *Fratrem*, 35
— determinat ſpatia quædam *quadrabilia*, 41
— conſulitur a CHIRACO de Calculo *infiniteſimali*, 42. 49
— ſcribit de *Motu Muſculorum*, 42. II. 256. 273
— — de *Nutritione*, I. 470
— — de *Laudibus Analyſeos novæ*, II. 141
— — de *Conatibus paracentricis*, 357
— — de *Turbinationibus*, 370
— — de *Praxi Nautica*, 335. 340. 343. 346. 348
— cum eo agitur de *Profeſſione* quadam apud *Batavos*, I. 45. 51
— — de altera *Halis Saxonum*, 51. 88. 99. 101
— — & *Groningæ*, 64. 70
— — — Quo migrat, 72. 74. 90
— — — — Quot annis natus, 90. 95
— — — Quem invenit ibi ſtatum Studiorum mathematicorum, 101
— — — Ubi ei mandatur Provincia docendæ *Philoſophiæ* experimentalis, 346. 347. 350. II. 19
— — — creatur *Rector* Academiæ, I. 474
— — — Dubitat utrum *Groningæ* manendum ſit, an *Baſileam* redeundum, an *Ultrajectum* petendum, II. 96
— — — ſtatuit manere *Groningæ*, 97
— — — Unde tandem diſcedit, 125. 126. 131. 139

calculum

— calculum *integralem* promovet ex conſenſu inter *Poteſtates* ac *Differentias*, I. 46. 53. 65. 75. 104. 107. II. 238. 243
— excogitat Regulam inveniendi *Coëfficientes Terminorum* in Poteſtatibus, I. 54. 66
— conſiderat *Maxima* & *Minima*, 55. 58. 67. II. 41. 46. 50. 161
— — Horum aliud genus, I. 57. 67
— — *Maxima Maximorum* & *Minima Minimorum*, 57. 67. 179
— — de hac re obſervatio ſingularis, 286. 298. 306
— agit de *Curvis Tranſcendentibus* per puncta *geometrice* deſcribendis, 59
— diſputat cum LEIBNITIO de *Dynamica*, 62. 68. 78. 84. 91. 95. 102. 105. 108. 335. 339. 344. II. 7
— — — in ejus ſententiam diſcedit & quibus rationibus, I. 113
— — — eamque ſuis Demonſtrationibus confirmat, 113. 115. 164
— — — — Per obliquum Corporum incurſum, 113. 121
— — — — Per *Vires centrifugas*, ſeu *conatus excuſſorios*, 115. 123. 133
— — illam LEIBNITIUS probat *a priori*, 122. 170. 185. 429
— — — in hæc argumenta *objectiones* BERNOULLII, 132. 151. 176. 432
— — — — LEIBNITII reſponſiones, 140. 157. 170
— — eam VOLDERO demonſtrat, 425
— — De *Natura Corporum*, atque materiæ, 63. 69. 379. 389. 398. 402. 404. 407. 413. 418. 423. 427. 429. 432. II. 65. 68. 92. 119
— — De DEI Attributis, I. 433. 438. 441. 445. 450. 454. 479. 481. II. 2
— — De *Gravitatis* cauſa & actione, I. 93. 97. 102. 105. 110. 119. 128. 138. 148. 156. 160. 168. 174. 184. 189. 202. 429. 432
— — De *Monadibus*, 398. 402. 407. 413. 417. 424. 427. 429. 432. 434. 439. 442. 451
— — De *infinite magnis*, *infinite parvis*, & Progreſſionum *Terminis infiniteſimis*, 370. 375. 380. 382. 390. 397. 402. 404. 407. 413. 418. 423. 427. 431. 440
— — De *Axiomatibus* demonſtrandis, 185. 190. 196. 205. 207
— — De *Atomis*, 301. 307. 312. 316. 329. 390. 429. 442. 454
— — De *Vacuo*, 399. 418. 422. 427. 429. 433. 441. 445. 451. 454
— — De *Aëris compreſſione*, 455. 458. 475. 479. 482. II. 2
— — — qua de re proponit experimentum, I. 477
— — De *Subſtantiarum* Activitate, II. 7
— — de poſſibilibus, 8. 17
— — de *Logarithmis* numerorum negativorum, 269. 277. 278. 282. 287. 292. 296. 298. 303. 305. 312. 315
— conſiderat punctum *regreſſus* in Curvis, I. 59. 67. 76. 83. II. 170. 172

— — atque *flexus* contrarii, I. 59
— monetur ut operam det *Medicinæ*, 72. 80. 82. II. 114. 117. 273
— — & *rei navali*, 6
— — atque *aquariæ*, 346. 349. 352
— ejus conſtitutio & valetudo, I. 80
— quomodo ſtudiis operam navare ſolitus fuerit, 81
— excogitat rationem dimetiendarum *Curvarum* per Arcus *Circuli*, 81. 84. 91
— — per geometricam *approximationem*, II. 174
— — id facit in Ellipſi, 217
— quomodo credat fieri poſſe ut obtineatur *motus perpetuus*, I. 115. 124
— demonſtrat LEIBNITII propoſitionem de *Corpore a pluribus ſimul potentiis impulſo*, 152
— conſtruit *Synchronam Cycloidum*, 178. 190
— agit de *Synchronis* aliarum *Curvarum*, 293. 306. 309. 325
— — de *Synchrona* cujus *Tangens* ſit recta poſitione data, 290. 293. 303. 314. 317. 323. 332
— detegit inſignem quandam *Cycloidis* proprietatem, 179
— ejus de Curvis *rectificabilibus* & in ſe redeuntibus ſententia, 201
— Animadverſiones de *Curvis partes quadrabiles* habentibus, 202
— — & de *Curvis* quibuſdam, quæ neque per *Carteſianam*, neque per *infiniteſimalem* Geometriam determinari poſſunt, 203
— agit de *Serierum Summis* ad *Quadraturas* revocandis, 217. 227
— — & de altero *Serierum* genere, 223. 231
— — *Series* diſpeſcit in partes datam rationem habentes, 218
— determinat *Catenariam* methodo directa ſine *Tangentium* conſideratione, 254. 260. 265. 270
— — eam probat eſſe figuram *fornicibus* conſtruendis aptiſſimam, 411. 416. 420
— ejus judicium de LEIBNITII animadverſionibus in CARTESIUM, 300
— accipit a LEIBNITIO principia *differentiationis de Curva in Curvam*, 319. 321. 334
— — hanc methodum promovet, 331
— comparat Arcus *Parabolæ*, 355. 357. 386. 401
— — hanc methodum ad alias *Curvas* extendit, 266
— invenit methodum comparandi omnes *Parabolas* & *Hyperbolas* cujuſcunque gradus, aliaſque *Curvas* algebraïcas, 367
— demonſtrat *Cycloidis tautochroniſmum*, 366. 368. 374. 387
— excogitat *Oenometra* duo, 372. 385. 391
— ejus cogitata de *Thermometris* perficiendis, 373. 385. 391

— quid

Digitized by Google

— quid illi acciderit publicè de *Corporum reſurrectione* diſputanti, 376
— hortatur LEIBNITIUM ut edat *Dynamicam* ſuam, 421
— — & ut condat novam *Philoſophiam*, 422
— cooptatur in Regiam Academiam *Pariſienſem*, 440. 451
— ejus error de *Quadratura* quadam notatus, 447
— — ad hanc animadverſionem reſponſio, 452
— invenit *Phoſphorum* ſuum mercurialem, II. 19. 24. 27. 31. 33. 35. 37. 48. 50. 51. 53. 56. 62. 73. 140. 235. 238. 242. 247. 251. 357
— — quem vident Rex & Regina *Boruſſorum*, 64. 67. 70
— — & pro quo donatur nummo aureo, 86
— Reperit *Cyſſoidis* rectificationem, 55
— cooptatur in Regiam Societatem *Berolinenſem*, 57. 63
— excogitat novum *Barometrum*, 61. 64. 67. 70
— detegit innumera *Cycloidis Segmenta* & *Zonas* quadrari poſſe, 62
— molitur nova *ſpecula cauſtica*, 68. 70. 72. 102. 107
— Recipitur in Regiam Societatem *Londinenſem*, 299. 302
— invenit methodum quandam pro *multiſectione Anguli*, 73. 74
— quædam notat in quodam *Comitis* RICCATI ſcripto, 348. 350. 353. 356. 360. 363. 365. 369
— ei debetur Regula de *Fractione, cujus Numerator & Denominator uterque ſimul evaneſcunt*, 127
— quomodo in Calculum *infiniteſimalem* penetraverit, 151. 155
— transformat *Curvas* in alias diverſi generis ſed *æquales*, 95. 97. 102. 108. 133. 140. 142
— — LEIBNITII methodum id efficiendi per *ſpecula* perficit, 144. 145. 149. 152. 156. 160
— — id conficit per *motum reptorium*, 133. 138. 156. 163. 171. 172. 174. 178. 183. 186. 211. 214. 219
— corrigit LEIBNITIUM de *motu radente* loquentem, 146. 152
— vocatur *Ultrajectum*, 133
— — & *Leydam*, 221. 228
— reſpuit plures *vocationes*, 322. 332.
— excogitat novam *Quadratricis* DINOSTRATI deſcriptionem, 176. 179
— ejus judicium de COLLINSII *Commercio Epiſtolico*, 308. 316. 334. 337
— — de HERMANNI *Phoronomia*, 361
— — de LEIBNITII *Theodicea*, 396
— LEIBNITIO auctor eſt ut Problemata *Anglis* proponat, 316. 344. 359. 361. 367. 371. 373
BERNOULLIUS (*Nicolaus Nicolai* Filius) laudatus, 154. 171. 210. 212. 219
— demonſtrat & provehit Regulam a NEWTONO traditam pro in-

veniendis *Æquationum Diviſoribus rationalibus*, II. 186
— — ejus de hac re ſchediaſma, 189
— — — valde LEIBNITIO probatum, 210
— — — qui pollicetur ſe curaturum ut in *Miſcellaneis Berolinenſibus* illius anni edatur, 210
— — — quod in annum differtur, 212
— ſcribit Diſſertationem *De uſu Artis conjectandi in jure*, 217. 219. 222
— petit *Lutetiam Pariſiorum*, 222
— eum hortatur LEIBNITIUS ad perficienda cœpta *Jacobi* BERNOULLII de *Arte conjectandi*, 225
— commendatur pro Profeſſione *Francofurtenſi*, 257
— pro eo agitur de Profeſſione *Patavina*, 258. 261. 263. 265. 268. 270. 272. 275
— eum rogat LEIBNITIUS ut ſecum ſtudia ſua communicet, 273
— cum HERMANNO in *Patavina* Profeſſione ſurrogare nititur BERNOULLIUS, 275
— ejus ad *Patavinam* Profeſſionem promovendi curam ſuſcipiunt LEIBNITIUS & HERMANNUS, 280
— in *Angliam* proficiſcitur; 281
— ut provehatur ad *Patavinam* Profeſſionem neceſſe eſt ut commendetur apud *Venetos* Legatos apud *Gallos* & *Batavos* agentes, 284
— *Londini* commoratur, 290
— Humaniſſime a NEWTONO acceptus, qui ei promiſit ſe conaturum ut in Regali Societate admittatur, 299
— in Regalem Societatem *Londinenſem* cooptatus, 302
— in Societatem Regiam *Berolinenſem* admiſſus, 318
— de ejus avunculo ad *Patavinam* Profeſſionem transferendo, & ipſo *Baſileenſi* ſubſtituendo, verba facit LEIBNITIUS, 319
— ejus partes amplectitur RUZZINUS apud *Venetos* in *Patavina* Profeſſione, 321
— magna *Patavinæ* Profeſſionis ſpes eſt, ſecundum LEIBNITIUM, 325
— *Patavinam* Profeſſionem fere deſperat, 327
— cum avunculo & *Venetis* de *Patavina* Profeſſione agit, 332
— eum ad operam dandam *Scientiæ aquarum motus* hortatur LEIBNITIUS, 341. 346. 348. 352
— ejus controverſia cum *Comite* RICCATO, 348. 350. 353. 356. 360. 363. 365. 369
— *Patavinam* Profeſſionem tandem conſequitur, 384
— ſed inter eum & *Venetos* nihil adhuc de conditionibus & annorum numero, in quot Matheſim docere teneatur, pactum eſt, 387
— in *Patavina* Profeſſione confirmatus gratias LEIBNITIO agit, & *Patavium* petit, 393

— Problema

Digitized by Google

— Problema a TAYLORO propoſitum ſolvit, II. 394
— *Venetias* petit, 396
BERNOULLIUS (*Nicolaus*, *Johannis* Filius) laudatus, 290. 359. 372
— Licentiam Doctoratus Juris adeptus exteros inviſurus eſt, 355
— eum *Bernoullizare* gaudens LEIBNITIUS optaret ut Medicinæ operam daret, 359
— Problema ſolvit, quod *Anglis* Analyſtis propoſuerat LEIBNITIUS, 367. 368
— ejus Analyſis Trajectoriarum Problematis, a LEIBNITIO petita ad eum mittitur, 373
Berolinenſis Societas a quo fundata, 15. 18
— eam ut illuſtret ſcriptis rogatur BERNOULLIUS, 16
— Solemniter inaugurata, 250
BIGNONIUS (*Abbas*) res Regiæ Scientiarum Academiæ curat, I. 358
— Laudatus, 446
— collegium inſtituit Virorum doctorum qui opificia deſcribant, 369
— ad LEIBNITIUM ſcribit, II. 16
— Mercurialis Phoſphori *Bernoulliani* cupidus eſt, 27
— litem dirimit inter SAURINUM & ROLLIUM, 150. 153
— ejus effigies ad BERNOULLIUM miſſa, 237
Binomii poteſtates ſymbolizant cum rectanguli differentiis, I. 46. 65
— unde promovetur calculus integralis, 52. 71. 83
— utrum ſemper locum habeat hic conſenſus, 54. 66
BLANCHINUS præclarus eſt in *Aſtronomia* & *Antiquitate*, II. 305
BLYSWICHIUS doctorum *Mecænas* magni LEIBNITIUM faciebat, I. 372
— eum BERNOULLIO innotuiſſe gaudebat LEIBNITIUS, 379
BOISOTIUS (*Abbas*) ſpem facit LEIBNITIO *monumentorum* quorundam hiſtoricorum, I. 24. 38. 44. 46
— moritur, 62. 65
— ejus *Elogium* editum, 65
BOISOTIUS (*Preſes*) *Abbatis* Frater, ab eo ſperat LEIBNITIUS monumenta ab *Abbate* promiſſa, 65. 73. 74
— qui ea ſe miſſurum pollicetur, 94
BORELLUS, ejus ſententia de *motu Muſculorum*, II. 256
— Laudatus, 389
— de eo LEIBNITII judicium, 391
BORGERIUS, *Matheſeos* Profeſſor *Groningæ* quando mortuus, I. 102
Botanica, de ea & de methodo qua tractatur, judicium LEIBNITII, II. 183
BOTHMARUS laudatus, 284

Boylæus exprimenta de Aeris elaſticitate & rarefactione inſtituit, I. pag. 455. 458
— Indicat de ea re experimentum, quod explicat Leibnitius, 459
— — & Bernoullius, 477
— docet rationem quandam obtinendi elegantiſſimi *cærulei*, II. 239
— utrum verus *Nitri regenerati & Anthliæ pneumaticæ* inventor, 314
Brandius verus *Phoſphori igniferi* inventor, 24
— ejus *Phoſphorus* ex quo conficitur, 28
Braunius, *Theologiæ* Doctor & Profeſſor *Groningenſis*, I. 64. 74
— ei tribuuntur opuſcula quædam ab eo non profecta, II. 30. 31. 32
— explicat *Animæ* & *Corporis Commercium* eodem pacto, quo Leibnitius ab eo edoctus, I. 434. 439
Brounkerus (*Vicecomes*) dat Seriem pro *Circulo*, 227
— demonſtrat *Cycloidis* tautochroniſmum, 369
Bullialdus, *Mathematicus* inſignis, II. 138
Burnetus, Epiſcopi *Salisburienſis* Filius, peregrinatur, 215
— laudatus, 221. 283. 326
— Leibnitium inviſit, 225
— *Angliam* repetit, 228
— relinquit ſtudia *Theologica* amplexus *Juridica*, 265
Bysantius, Presbiter *Oratorii*, Mathematicus, I. 42

C

Cæruleum elegantiſſimum quomodo parari poſſit, II. 239
— *Berolinenſe* 239
— — de eo Bernoullii judicium, 262
Cæsar (*Julius*) Litteris operam dat etiam inter prælia, I. 201
Calculus *percurrens* ſeu *tranſcendens* inventus, 7
— explicatus a Leibnitio, 10
— — a Bernoullio, 13
— ejus exemplum, 8. 11. 19. 25. 32
— de eo Nieuwentiitii ſententia, 70
— quas *Curvas* complectatur, 77
— *infinitefimalis* promotus, 7. 9. 14. 15. 26. 28. 35. 40. 41. 46. 53. 55. 57. 62. 65. 67. 75. 76. 81. 84. 91. 104. 127. 179. 201. 202. 217. 218. 223. 226. 227. 231. 298. 306. 319. 321. 331. 332. 334. 367. 401. 461
— propagatus, 12. 28. 30
— in eum difficultas propoſita, 377
— — ſoluta, 382
— idem eſt ac *Methodus Fluxionum*, 190

— illius

— illius adverſarii, II. 23. 25. 39. 40. 69. 71. 78. 148. 150. 153. 170. 172. 177. 178. 211
— ejus hiſtoria, 151. 154. 155. 161. 283. 286. 291. 299. 300. 302. 308. 313. 315. 320. 323. 325. 327. 330. 334. 337. 340. 343. 351. 358. 361. 364. 367. 375. 377. 378
Calendarium *Gregorianum*; de eo difficultates quædam a LEIBNITIO ad Regiam Scientiarum Academiam miſſæ, 9. 12. 14. 16. 23. 29
— ejus reformatio, 9. 12. 14
— — cujus auctoritate facienda, 14. 16. 31
Calendarii forma propoſita a REYHERO, 10
— Novum a REYHERO & TIDIO propoſitum Corpori *Evangelico*, 49
Calor quam aëri ſe dilatandi vim tribuat, I. 455. 458
— de ea re ſententia BERNOULLII, 476
— de ea re experimenta propoſita a LEIBNITIO, 459
— — alia a BERNOULLIO, 477
— utrum Barometris ordinariis noceat, 478
— an ſolus augere poſſit atmoſphærici aëris preſſionem, *ibid.*
CAMPANELLA, ejus opuſcula inedita quædam, II. 96
CAMPANUS, *Romæ* horologia turbinatoria paravit, 382
CAREUS ejus Elementa Calculi integralis, 29
CARTESIUS, de ejus *Phyſica* judicium, quod ſpectat ad uſum, I. 83
— de ejuſdem *Communicationis motus* regulis, 103. 106
— utrum bene definiverit quantitatem *Actionis motricis abſolutæ*, 125. 157
— hujus refractionum leges, 161
— de illius *dubio generali* ſententia, 196. 205
— interrogatur a FERMATIO de *Curvis*, quæ ex relatione plurium Curvæ punctorum determinantur, 207. 209. 212
— — illius explicatio, 257. 261. 269
— in ejus partem generaliorem *principiorum* animadverſiones LEIBNITII, 268. 431. 306
— — Comprobatæ a BERNOULLIO, 300. 306
— circa legem *continuitatis*, II. 110
— de eo judicium PARENTII, 212
— ejus *vortices* comprobati, 241
— utrum ejus ſententia de *cauſa duritiei* vera, I. 307
— in ejus *Philoſophiam* dubitationes, 431. 455
— detegit KEPLERI *Diaclaſticam* eſſe *Hyperbolam*, 315
— ejus Geometria utilis ad determinandas *Cauſticas* & alia problemata ſolvenda, 17
— ſententia de *viribus motricibus* & *quantitate motus* utrum vera? Vide vires vivæ, 115

Carteſii opera Poſthuma de Regulis *veritatis inquirendæ*, & cogitationes de *animalium generatione* &c. II. 96
Cassinus conſultationem de *Reformatione Calendarii Romani* mittit, 12
— Novas Ellipſes *Keplerianis* ſubſtituit, I. 368
— — de illis Leibnitii judicium, 368
Catacauſticæ, Vide Catoptrica.
Catelanus (*Abbas*) laudatus, 42
— de calculo differentiali, 49
— — de hoc judicium ferens quomodo habitus fuerit, 80
— de temporis æſtimatione habenda circa motuum regulas, 170
Catenaria conſtructa ope *Curvæ Parabolicæ*, 9
— determinata per *Tangentium* proprietatem, 47
— ejus determinatio directa & ſine *Tangentium* conſideratione tentata per Seriem a Leibnitio, 47. 250
— — in hoc tentamen animadverſiones Bernoullii, 56
— perfecta a Bernoullio, 55
— — per Radium *Circuli oſculatoris*, 254
— — — in ſolutionem hanc ſuam Bernoullii difficultas, 254. 265
— — de hac ſolutione judicium Leibnitii, 259. 270
— ejus *Curvæ* proprietas quædam, 56
— — alia, 250
— de ea conſideratio quædam Bernoullii, 296
— — & Leibnitii, 305
— de ea agit *David* Gregorius, 387. 393
— de hujus Diſſertatione judicium Bernoullii, 400
— — & Leibnitii, 403. 406. 411
— reſponſio Gregorii, II. 29. 31. 106
— eſt vera *Fornicis* curvatura, I. 412
— — de ea re difficultas Leibnitii, 416
— — — reſponſio Bernoullii, 420
— — utrum ſola, 412
Catoptrica a Leibnitio accomodata ad ſolvendum Problema de *Curvarum transformatione*, II. 102. 108. 134. 143
— de ea re Bernoullii judicium, 140
— — Leibnitii reſponſio, 140. 143
— in hanc methodum Bernoullii obſervatio, 143. 145
— — Leibnitii reſponſio, 143
— hæc methodus a Leibnitio limitata, 142
— — in hanc limitationem animadverſio Bernoullii, 144. 146
— — — Leibnitii reſponſio, 144. 149

— limitatio BERNOULLII, II. 147
— — LEIBNITIO probata, 149. 152
— — hujus limitationis *Analyſis*, 156. 160
— & *Dioptricæ* Elementa a *Davide* GREGORIO edita, I. 196. 204
II. 105
Catoptricum quoddam Theorema ad Catacauſticas deſcribendas utile demonſtratum, 156
CAVALLERIUS laudatus, 309. 389
— de eo LEIBNITII judicium 391
— ei viam aperit KEPLERUS ad inveniendam ſuam *Geometriam Indiviſibilium*, 391
Cauſticæ determinari poſſunt per vulgarem Geometriam *Carteſianam*, I. 17
— Curvarum *algebraïcarum* in ſe *redeuntium* ſunt *algebraïcæ* in ſe *redeuntes* & rectificabiles, 201
— utiles ad *Curvarum* transformationem, II. 102. 108. 134. 140. 142. 143. 146. 149. 156. 160
Celeritas uno impetu non imprimitur, I. 409
— quadratis *Gravium* aſcenſus proportionalis, & cur ſecundum BERNOULLIUM, 63
— — LEIBNITII ſententia, 68
— earum perditarum atque reſiduarum proportiones, 126. 131. 139
— *Elementares* quæ, 123
— illarum decrementa in medio conſtante ex globulis æqualiter diſſeminatis, 126. 136. 139
Centrum *Gravitatis* Corporum motu à *Gravitate* accepto ſurſum verſus reflexorum ubi finito aſcenſu reperiatur, 112
— *Liquorum* quomodo ita poſſit extolli ut habeatur *motus perpetuus*, 115. 124
— *Corporum* quotcunque *in motu conſtitutorum* poſt illorum mutuam actionem ſervat eandem directionem atque celeritatem quam habebat ante actionem, 134. 143. 152. 158
— totius *Univerſi* utrum progrediatur, 134
— *Penduli compoſiti* utrum ad eandem altitudinem aſcendat ſive *Gravia Pendulum conſtituentia* ſejunctim moveantur ſive ſimul, 136
— de *Centro Gravitatis* Theorema propoſitum a LEIBNITIO, 144
— — ab HUGENIO laudatum, 144
— — a BERNOULLIO demonſtratum, 152
— corpus poſitum in *Centro Gravitatis Trianguli* vel *Pyramidis* triangularis, quo caſu quieturum, 153
— *Percuſſionis* quomodo inveſtigetur poſita *Virium* æſtimatione *Leibnitiana*, 116. 123. 134. 136. 146
— — idem eſt ac Centrum *Oſcillationis*, 154

Centrum *Oſcillationis* inventum a BERNOULLIO, I. 136. 153.
— de eo cum HUGENIO ſentiendum cenſet LEIBNITIUS, 146
— idem eſt ac Centrum *Percuſſionis*, 154
CHEVREUSIUS (*Dux*) comite utitur LEIBNITIO, II. 178
CHEYNÆUS mittit LEIBNITIO ſuam *Methodum Fluxionum inverſam*, 95
— de eo libro LEIBNITII judicium, 95. 97. 98. 105. 123. 129
— BERNOULLII animadverſiones, 95. 111
— — eas BERNOULLIUS mittit CHEYNÆO, 111. 113
— utrum eadem utatur methodo pro quadraturis, qua CRAIGIUS, 105
— de BERNOULLII *animadverſionibus* LEIBNITII judicium, 111
— — — CRAIGIUS illas accipit, 115. 120
— — — & reſpondet, 121
— — — huic reſponſo reſpondet BERNOULLIUS, 122.
— — — iterum BERNOULLIO reſpondet, 127
— MOIVRÆI animadverſiones, 122.
— — de his BERNOULLII judicium, 122.
— — & LEIBNITII, 130
— illis reſpondet CHEYNÆUS, 140. 159
— librum ſcribit de *Veritate Religionis*, 140
CHIRACUS *Anatomiæ* Profeſſor *Monſpelienſis* laudat BERNOULLII *Diſſertationem* de *Motu Muſculorum* & ab eo petit quomodo diſcere poſſit *calculum infiniteſimalem*, I. 42. 49
Chronicum ALBERICI Monachi *Trium Fontium*, 37
Circuli *Quadratura* arithmetica a quo prius inventa, a LEIBNITIO, an a GREGORIO, II. 309. 313. 317. 320. 337. 341
— pro *Circulo* Series LEIBNITII, & BROUNKERI, I. 227
— hiſtoriam parat LAGNIUS, II. 300. 302
— & *Hyperbolæ Quadratura* quibus *Curvis* inſerviat, I. 14.
Circuli Arcu & *Radio* datis invenire *ſinum* rectum, 16
— *Arcus* æqualis *datæ rectæ* determinatus, 176.
Circuli Oſculatores quot in punctis *Curvam* tangant in ipſo *Oſculo*, de ea re controverſia inter LEIBNITIUM, & *Jacobum* BERNOULLIUM, 33. 43. 51. 78.
— de ea *Controverſia* BERNOULLII ſententia, 43. 78.
— — de ipſa re quid ſentiat BERNOULLIUS, 61. 78
— — — quid LEIBNITIUS, 68
— — — qui tranſit in BERNOULLIORUM ſententiam, 83. 91
— eorum *Radii* facile deducuntur ex calculo *differentiali reciproco*, 34. 43
— — & per ſecundas *Differentias*, 44
— utiliter in *Opticis* ſubſtituuntur *Conicis Sectionibus*, 185

&.

— — & aliis *Curvis*, I. 196
— — quod prior indicat LEIBNITIUS, 185. 196
— — hujus rei petit explicationem BERNOULLIUS, 204
— adhibiti ad *Catenariam* determinandam, 254
Ciſſois, ejus *Quadratura* redacta ad *Quadraturam Circuli*, II. 55
— *Rectificatio* duplici modo exhibita, 55
CLARKIUS cum LEIBNITIO de *Philoſophia* diſputat, 381. 390. 396
— hujus diſceptationis *occaſio* & *hiſtoria*, 381
Claſſium *Evolutiones* tractat P. HOSTE *Jeſuita*, 3
— de hoc libro LEIBNITII judicium, 3. 6. 17
CLAVIUS cum PELETTARIO diſputat de *Angulo Contactus*, & de hac Controverſia BERNOULLII judicium, I. 91
Clepſydra lucida quomodo parari poſſit, II. 27
CLUVERIUS impugnat *Archimedeam Parabolæ* Quadraturam, I. 173. 455
— LEIBNITII reſponſio, 173. 455. 457
— de Homine LEIBNITII judicium, 174
— — & BERNOULLII, 180
— laudatus, 230. 233. II. 25
— in eum ſcribit NIEUWENTIITIUS, I. 241
— edit quædam Schediaſmata mathematica, 443. 447. 455
— — de quodam ex illis quid BERNOULLIUS ſentiat, 452
— promittit novum *Miſcroſcopii* genus magnitudinem augens in infinitum, II. 94
Coëfficientes *Poteſtatum Polynomii* cujuſcunque, quomodo poſſint inveniri ſecundum BERNOULLIUM, I. 54
— pro ea re LEIBNITIUS Regulam excogitat, 47. 66
— — quæ cum *Bernoulliana* coincidit, 66
Coëvolutio Curvarum a LEIBNITIO adhibita ad *Curvas* transformandas in alias æquales & diverſi generis, II. 102. 108. 134. 140. 142. 144
— hanc Methodum perficit BERNOULLIUS, 146. 149 156
COLBERTUS laudatus, I. 358. II. 178
COLBERTUS (*Croiſſius*) laudatus, 178
Colorum Theoria nova *Newtoniana* edita, 106. 123
— de hoc libro LEIBNITII judicium, 124. 235
— — & BERNOULLII, 216
— de illis experimentum a NEWTONO traditum & a MARIOTTO impugnatum, 213. 216. 234
— — de hoc quid ſentiat BERNOULLIUS, 242
— — — & LEIBNITIUS, 245

— de illis multa nova detegenda ſupereſſe putat LEIBNITIUS, 213
Collegium inſtitutum ut opificia deſcribantur, I. 369
COLLINSIUS, ejus *Commercium Epiſtolicum* collectum & examinatum a *Regia Societate Londinenſi*, II. 283
— editum, 299
— quid de eo ſentiat LEIBNITIUS, 286. 291. 301. 302. 313. 320. 325. 341
— & BERNOULLIUS, 300. 308. 315. 316. 327. 334. 343
— qui illud recenſet, 308. & ſeq.
— hac *recenſione* vult uti LEIBNITIUS, 321. 323
— — & quidem utitur, 330. 337. 376. 378
— Recenſetur in *Tranſactionibus Philoſophicis*, 364. 367
Commercium *Animæ* & *Corporis* quomodo fieri putet LEIBNITIUS, I. 69
— cujus ſententia ut ſibi aperiatur petit BERNOULLIUS, 427
— ubi expoſita reperiatur, 430
— utrum nova ſit, 434. 439
— difficultas inde educta, 483. II. 2
— de ejus certitudine, 364
Communicatio *motus*, de ea REGULÆ a CARTESIO traditæ utrum ſubvertantur doctrina nova de *viribus vivis*, I. 103. 106
— utilis eſt demonſtrandis *Viribus vivis*, ſi corpora oblique in ſe incurrant, 114. 121
— ſi tria corpora æqualia concurrant, quando duo in unum totam vim ſuam transferant, 121
— ejus Regula, 125
— regula generalis a BERNOULLIO tradita, 135
— — & a LEIBNITIO, 145
— eas tradit MALLEBRANCHIUS in ſuo libro de *Inquiſitione Veritatis*, & poſtea mutat a LEIBNITIO perſuaſus, 307
— quibus approbantibus conſcriptus fuerit liber complectens novas has MALLEBRANCHII Regulas de *Legibus* & *communicatione motus*, I. 313
— — LEIBNITII ſententia, 316
— regulas tradit LA HIRIUS, 344
— — inde deductæ conſequentiæ, 344
— — unde eas fortaſſe hauſerit LA HIRIUS, 346. 348
Complanatio *Superficierum Conoïdicarum* & *Sphæroïdicarum* a *Jacobo* BERNOULLIO tradita, 208. 212
Compoſitio *motuum* a BERNOULLIO adhibita ad *Vires vivas* demonſtrandas, 113
— LEIBNITIO approbante, 121

Digitized by Google

— de ea re *Theorema* quoddam a LEIBNITIO propoſitum, I. 144
— — a BERNOULLIO demonſtratum, 152
Compreſſio *Aëris* utrum illi minorem ſe dilatandi vim tribuat quam pro *Denſitatis* ratione, 455. 460. 477
— ejus proportio, 458
— quomodo ſit æſtimanda, 479. 482
— utrum æqualis ſit in omnibus partibus, ex quibus *Aër* conſlatur, 458. 475. 479. 482
Conatus excuſſorii, ſive vires centrifugæ, quam rationem inter ſe habeant in Corporibus in gyrum motis, 115. 123. 133
— nihil aliud ſunt quam celeritates elementares, 123
Conatus paracentrici, numquid in iis deſideretur, II. 353. 357
— quid hac in materia compererat BERNOULLIUS, 357
Conatus inſiti, quid, I. 409
— quid ex his oriatur, 415
— an dentur, 419
Conoïdum ſuperficies a *Jacobo* BERNOULLIO tractatæ, 212
Conſtructio æquationum differentialium nititur ſeparatione indeterminatarum, 7
— curvæ cujuſdam percurrentis, 8
— problematum ſolidorum & ſuper-ſolidorum, per approximationem Geometricam, 222. 228
Continuitatis lex. Quid hac de materia meditatus ſit LEIBNIUS, 300. II. 100
— num uſum habeat late patentem, I. 306
— an omnibus innoteſcere poſſit, II. 110
CONTIUS (*Abbas*), nobilis *Venetus*, in reconditiore Geometria peritus, 223
— quid ad *Pariſinum* amicum ſcripſerit ex Anglia, 364
— *Pariſiis* diſcedens Epiſtolam ad LEIBNITIUM reliquit, 365
— problema per eum *Anglis* a LEIBNITIO propoſitum, 367
— Litteras, quas a NEWTONO acceperat, ad LEIBNITIUM, miſit, 375
— ad eum mittitur Problema quoddam *Bernoullianum*, 380
Contractio animalis utrum mors ſit, I. 415
— μετεμψύχωσιν quodammodo ſapit animalium Contractio, 420
— μεταμόρφωσεως potius quam μετεμψυχώσεως ſpecies eſt, 424
— in ea craſſiora tantum animalis organa pereunt ac diſſolvuntur, 430
— illius Syſtema latius explicatur, 435
CORDEMOIUS *Carteſianus* quid crediderit de *Atomis*, 316
Corium an ita muniri poſſit, ut *aëri* pervium non ſit, II. 71

Corpora actionibus ſuis *centrum gravitatis* quieſcens vel motum non turbant, I. 134
Corporum *natura* aut *eſſentia* in quo ſita, 62. 65. 68. 69. 382. 389. 398. 402. 404. 407. 413. 417. 423. 427. 429. 432. II. 92. 95. 102. 106
— Aſcenſus *quadratis celeritatum* proportionales, cur, I. 63
— Aſcenſus continui an minus virium requirant quàm interrupti, II. 3. 6. 7
— plurium motorum commune *gravitatis centrum*, I. 134
— Indifferentia ad *motum* & *quietem*, an vera, 164
— Extenſio, II. 279
— Durities explicata, I. 300. 307
— humanorum reſurrectio, 376
— Elaſticitas utrum accidentalis an neceſſaria, 377. 379
— infinite velocium actio eadem eſt in Corpora quieſcentia ac in Corpora velocitate finita prædita, ſecundum BERNOULLIUM, 102. 110. 130. 149. 160. 174
— — ſecus autem ſecundum LEIBNITIUM, 105. 120. 139. 156. 168
De actione materiæ gravificæ in Corpora vide, *Gravifica*.
Corporis & Animæ *Commercium*, vel *Harmonia præſtabilita*, 69
— hujus Syſtematis explicationem petit BERNOULLIUS, 427
— ubi expoſitum illud ſyſtema reperiatur, 430
— — utrum novum ſit, 434. 439
— contra illud Syſtema difficultates, 483. II. 2
— — de ejus certitudine, 364
Corpus a pluribus Potentiis ſimul impulſum qua directione feratur, I. 144
— hujus Theorematis Demonſtratio, 152
— majoris *potentia* utrum tota transferri poſſit in *minus* quieſcens, 109. 121
Correctio *Bernoulliana* ſeriei ſummatoriæ a LEIBNITIO traditæ, 40
Coſmotheoros HUGENII editus, 378. 380
CRAIGIUS, ejus liber de *Quadraturis* a BERNOULLIO oppugnatus, 44
— a LEIBNITIO defenſus, 49
— — BERNOULLII reſponſio, 60. 68. 77. 83
— animadvertit quendam BERNOULLII lapſum, 447
— — BERNOULLII reſponſio, 452
— de ejus methodo pro *Quadraturis* LEIBNITII ſententia, II. 105
— laudatus, 123
— aggreditur Problema de Curvarum transformatione, 133. 140
— — de hoc tentamine judicium BERNOULLII, 215. 219. 222

errorem

— — errorem ſuum candide agnoſcit, II. 265
Culcitæ aere ſuffertæ, 71
Cunæus, quædam ad eum pertinentia, I. 455. II. 318
Cuperus laudatus, 94
Curva *rigida prædeſcripta* cur a Leibnitio adhibita in ſuo *Tetragoniſmo generali per motum*, I. 4
— *Tangens* ſingulas *Parabolas* deſcriptas a Globis ejectis ex ſingulis *Mortarii* elevationibus eſt *Parabola*, 17
— — quæ determinari poteſt per vulgarem Geometriam *Carteſianam*, 17
— *Iſochrona* a Leibnitio determinata, 206
— — *Paracentrica* a Leibnitio conſtructa per *rectificationem*, 23. 34
— — — ſimplicius autem a Bernoullio, 34
— — infinitæ per quodvis punctum duci, 44
— Tranſiens per puncta *flexuum* omnium *Curvarum* eidem *Æquationi differentiali* ſatisfacientium a Bernoullio determinata, 44
— — hanc methodum probat & promovet Leibnitius, 50
— Tranſiens per puncta ubi *Curva* ſatisfaciens eidem *Æquationi differentiali* habet inclinationes datas, 50
— Tranſiens per omnia puncta *maximæ* vel *minimæ latitudinis*, 51
— *Ordinaria* abſcindens partem imperatam a figura data contenta duabus rectis & Curva ordinaria, quomodo poſſit obtineri, 229
— *Segmentorum*, id eſt, rectas per datum punctum actas ita ſecans ut *Segmentorum datæ Poteſtates* datam ſummam conficiant, determinata a Leibnitio, 247
— — de hoc Problemate Fermatius agit cum Cartesio, 207. 209. 212. 224
— — ejus *Analyſis*, 258
— — — qua occaſione illam excogitaverit, 257. 261. 269
— — id facit infinitis modis generalibus, 248
— — in ſuam ſolutionem Leibnitii annotatio, 251
— — *Leibnitianam* ſolutionem probat Bernoullius, 255
— — in eam Bernoullii obſervatio, 261
— — — Leibnitii reſponſio, 268
— — & a Bernoullio, 255
— — — ejus *Analyſis*, 255
— — — — in hanc Bernoullii ſolutionem animadverſio Leibnitii, 247
— — — — Bernoullii reſponſio, 255
— — ſeries infinitas, quarum quælibet infinities infinitas complectitur hujus Problematis ſolutiones, habet Bernoullius, 255

— — qui ex iis quandam exhibet, I. 256.
— — atque a NEWTONO, 262. 266.
— — — hujus methodum probat & promovet BERNOULLIUS, 262.
— — — qui eam extendit ad *Curvas* in quibus data eſt *differentia Poteſtatum Segmentorum*, 265
— — — LEIBNITII animadverſio, 270
— — — ejuſdem fundamentum, 263.
— — in NEWTONI ſolutionem animadverſio LEIBNITII, 288.
— — quam probat BERNOULLIUS, 272.
— rectam ita ſecans ut *Solidum* ſub uno *Segmento* & *Quadrato* alterius *ſit conſtans*, & tranſcendens inventa a BERNOULLIO, 248. 257. 263.
— — curvæ hujus tranſcendentis *Analyſis*, 275
— — *Algebraïcam* detegit LEIBNITIUS, 248. 260.
— — — de ea BERNOULLII ſententia, 263. 275.
— — — LEIBNITII reſponſio, 269. 278.
— — algebraicam reperit ipſe BERNOULLIUS, 263.
— — — qui ſuam exhibet *Analyſim*, 264.
— — in eam obſervatio LEIBNITII, 270. 278
— — — BERNOULLII reſponſio, 276.
— — — ipſius BERNOULLII dubium, 281.
— — — de eo LEIBNITII judicium, 288
— rectas *ab eodem puncto prodeuntes* ita ſecans ut *Rectangulum Segmentorum* ſit conſtans; Hujus Curvæ *Analyſis*, 272.
— rectas *parallelas* ita ſecans ut *Rectangulum Segmentorum* ſit conſtans; Hujus Curvæ *Analyſis*, 273.
— rectas ita ſecans ut *Segmentorum ſumma* ſit conſtans *Analyſis*, 274
— rectas ita ſecans ut conſtans ſit *aggregatum* ex *Segmentorum Poteſtatibus* determinata, 275
— *Segmentorum*, nempe cujus *Ordinatim applicatæ* ſunt *Segmentis circularibus* proportionales, ſolvit Problema *celerrimi deſcenſus*, 173.
— — ea eſt *Quadratrix Quadratricis Leibnitianæ*, 172
— — ipſa eſt *Cycloïs*, 178.
— *Trajectoria*, ſeu quæ infinitas *poſitione* datas *Curvas* ſecat ad *Angulum* data lege *variabilem*, 333. II. 361.
— — ſolutum a BERNOULLIO, I. 333.
— — — notanda quædam, 333
— — de ea ſolutione judicium LEIBNITII, 334
— ſecans infinitas *poſitione* datas *Lineas* ad *datum Angulum*. Hoc Problema propoſitum, 18
— — ſi datæ *Lineæ* ſint rectæ, *Curva* ſatisfaciens eſt *Loxodromica* plana.

plana, ſive *Logarithmica* Spiralis, I. 18
— — hoc Problema in pluribus *Curvis* ſolvit BERNOULLIUS, 178
— ſecans *Lineas* infinitas poſitione datas ad *rectos Angulos*. Hoc Problema proponitur a BERNOULLIO, 17
— — *Parabolas* eundem *Axem* ac *Verticem* ſed *Parametros* diverſas habentes eſt *Ellipſis*, 17. 23
— — *Parabolas* eundem *Axem* eandemque *Parametrum* ſed *Vertices* diverſos habentes eſt *Logarithmica*, 17
— — methodus ſolvendi hoc Problema tradita a LEIBNITIO, 23. 204
— — in eam BERNOULLII animadverſio, 179
— — — LEIBNITII reſponſio, 194
— — *Cycloïdes* omnes ab eodem *initio* deſcriptas, quæ, 178. 283
— — — ab ea ſponte fluit ſolutio Problematis de *Linea celerrimi appulſus ad rectam datam*, 283
— — *Cycloïdes* omnes *æquales* ſuper eadem *recta* deſcriptas, eſt *Cyclois*, 179
— — *Logarithmicas* omnes *ſpirales*, eſt *Logarithmica ſpiralis*, 179
— — *Logarithmicas* omnes, inventa, & ejus *Analyſis* BERNOULLII, 190. 194. 209. 213.
— — altera methodus hujus Problematis ſolvendi per *principium opticum* a LEIBNITIO tradita, 306
— — in eam BERNOULLII obſervationes, 311
— — — LEIBNITII reſponſio, 314
— — — cui acquieſcit BERNOULLIUS, 326
— — hoc Problema ſolutum a *Jacobo* BERNOULLIO, 401
— — *Anglis* ſolvendum proponit hoc Problema LEIBNITIUS, II. 365. 371
— — illud ſolvit MOIVRÆUS, 376. 377
— — atque HERMANNUS, 386
— — de hujus ſolutione judicium BERNOULLII, 388
— — & NEWTONUS, 390
— — de hac ſolutione BERNOULLII judicium & WOLFII, 395. 396
— — pro *Hyperbolis* ejuſdem *Axis tranſverſi* ſolvit BERNOULLII Filius, 367. 371. 373. 376. 380
— — qui eam ad *Ellipſes* transfert, 371. 376. 380
— — & ad *Parablas* ejuſdem *Parametri*, *Verticis* & *Axis*, ſed *Exponentium variabilium*, 373
— — pro *Hyperbolis* ejuſdem *Verticis* & *Axis tranſverſi*, ſed *Parametrorum* variabilium, propoſitum & ſolutum a BERNOULLIO, 368

Digitized by Google

—— —— pro *Parabolis* ejuſdem *Parametri*, *Verticis*, & *Axis*, ſed variorum *Exponentium*, propoſitum & ſolutum a BERNOULLIO, II. 369
—— —— pro *Curvis*, in quibus *Radius Oſculi* ſecatur ab *Axe* in data ratione, propoſitum & ſolutum a BERNOULLIO, 373
—— —— pro *Curvis* æquatione quadam *differentiali* definitis proponit TAYLORUS, 378
—— —— ad quas *Curvas* pertineat æquatio illa, 378
—— —— illud ſolvunt *Johannes* & *Nicolaus* BERNOULLII, 378
—— —— *Nicolai* ſolutio, 394
—— —— hoc Problema utile ad definiendam *Curvaturam Radiorum* Lucis per *medium* inæquabiliter *denſum* tranſeuntium, I. 17. 24.
—— *Æquilibrationis*, id eſt, talis, ut quavis *Linea* data in plano verticali, duo *pondera* his duobus *Lineis*, (datæ & quæſitæ,) in eodem plano exiſtentibus, impoſita & communi funiculo per eandem trochleam *poſitione* datam transjecto alligata, ſemper & ubicunque ſint in *æquilibrio*, hoc *Problema* ſolutum ab HOSPITALIO & a BERNOULLIO, 29. 60
—— —— Hæ ſolutiones laudatæ a LEIBNITIO, 33
—— —— Ejuſdem in has ſolutiones obſervatio, 49. 60
—— —— ſolutum etiam a *Nicolao* BERNOULLIO. 44. 60
—— —— *Preſſionis æquabilis*, quæ ſcilicet ſemper æquali *vi centrifuga* premitur a *grave* libere deſcendente. Proponitur & ſolvitur hoc Problema a BERNOULLIO, 30. 134
—— *Celerrimi deſcenſus*, vel *Brachyſtochrona*, ſive *Tachyſtoptota*, ea nempe, per quam in plano verticali exiſtentem, & per duo data puncta tranſeuntem, *grave* propria *gravitate* deſcendens breviſſimo tempore perveniat ab uno horum punctorum ad alterum. Hoc Problema propoſitum & duplici modo ſolutum a BERNOULLIO, 167. 271
—— —— LEIBNITII ſolutio, 172
—— —— Ejuſdem Theorema hinc deductum, 173
—— —— hoc Problema laudatum, 172. 177. 253
—— —— in LEIBNITII ſolutionem animadverſio BERNOULLII, 177
—— —— ea eſt *Cyclois*, 178
—— —— cur a BERNOULLIO dicatur Brachyſtochrona, 178. 185. 190
—— —— LEIBNITIANÆ ſolutionis fundamentum, 183
—— —— ejus ſolutio a SALVATORE tentata, 233. 234
—— —— —— in hanc ſolutionem animadverſiones LEIBNITII. 236. 240
—— —— —— in eandem BERNOULLII obſervationes, 242
—— —— a quibus ejus ſolutio poſſet expectari judice LEIBNITIO, 247

ſolutio

— — ſolutio HOSPITALII, I. 249. 253. 260
— — — in eam animadverſiones BERNOULLII, 249
— — — & LEIBNITII adnotationes, 249
— — — nova BERNOULLII dubia, 254
— — — LEIBNITII reſponſa. 259
— — illud ſolvit *Jacobus* BERNOULLIUS, 251. 253. 260
— — — & NEWTONUS, 266
— — de eo agit TSCHIRNAUSIUS, 281. 287
— — illud alii fruſtra aggrediuntur, 287
— — Methodi fundamentum, 290. 315
— — in illud BERNOULLII obſervationes. 310. 328
— — hujus Problematis caſus particulares a BERNOULLIO recenſiti, 179
— *Brachyſtochrona datæ longitudinis* indaganda proponitur, 265. 310. 328
— *Synchrona*, ad quam ſcilicet appellunt *eodem tempore* Mobilia *propria gravitate* per infinitas *Cycloides* ab eodem puncto eodem tempore cadentia; determinatur a BERNOULLIO, 178. 190. 194. 294
— — quomodo eam invenerit, 178
— — per hanc ſolvit Problema de *Cycloide Citiſſimi appulſus ad rectam poſitione datam*, 283
— *Synchrona* pro quibuſcunque *Curvis* datæ ſpeciei determinata a BERNOULLIO, 286. 294
— — hujus *Tangens* facile poteſt determinari ſecundum LEIBNITIUM, 290. 303. 314
— — ſecus autem ſecundum BERNOULLIUM, 293. 309. 314. 323
— — methodus id efficiendi a LEIBNITIO propoſita, 319
— — Qui hinc perficit *Calculum integralem*, 322
— — a BERNOULLIO probata & promota, 330
— — ejuſdem judicium de nova hinc educta *Calculi integralis* promotione, 337
— — inventa a BERNOULLIO, 325
— *Synchrona* ipſa ſemper quidem haberi poteſt, ſed difficile judice BERNOULLIO, 294
— quomodo ea poſſit obtineri ſecundum LEIBNITIUM, 303. 314
— de hoc BERNOULLII ſententia, 309. 326
— ſecunda methodus LEIBNITII, 317
— — de ea BERNOULLII judicium, 323
— de hujus *Tangente* ad rectam *poſitione* datam parallela, 337. 343
— *Synchronarum* & *Undarum* ad *Radios* convenientia, & hujus con-

venientiæ uſus ſecundum LEIBNITIUM, I. 306. 314

— — de ea re ſententia BERNOULLII, 311

— *Multigibba* conſiderata a BERNOULLIO, II. 163

— — utilis ad *Curvas* in ſe redeuntes transformandas in alias, 163. 166

— — utrum ſemper ad eaſdem partes concava, 184. 186

— — & ad eas reducendas ad *Circulares* per *approximationem* celerrimam, 164

— — — hinc demonſtratur Regula a *Practicis* quibuſdam tradita pro comparandis *Perimetris Ellipticis* cum *Circularibus*, 165

— — — & deducitur *Theorema* pro commutanda *Curva* quavis intra duos Arcus *Circulares* quantumvis ſibi propinquos, 214

— — — quod applicatur *Ellipſi*, 217

— — — de his LEIBNITII judicium, 171

— — — qui hanc Methodum applicat *Circulo*, 172

— — — eam BERNOULLIUS extendit ad *Curvas* omnes, 174

— — — & ad *Circulum*, 176

— — — unde prodit nova ratio deſcribendi *Quadratricem* DINOSTRATI, 176

— — — in hanc methodum LEIBNITII difficultas, 184. 211

— — — ſoluta a BERNOULLIO, 186. 211

— — hoc problema tentatur ab aliis, 265

— *Citiſſimi appulſus*, ea videlicet, per quam *Grave* deſcendens ſua *gravitate* minimo tempore perveniat ad rectam *poſitione* datam. Hoc Problema propoſitum pro *Cycloidibus* a *Jacobo* BERNOULLIO & a *Johanne* ſolutum ope ſuæ *Synchronæ*, I. 283

— — qui illud, ope *Synchronæ*, ſolvit etiam pro quibuſvis *Curvis* alterius *ſpeciei*, ſed omnibus ejuſdem *ſpeciei* & *Baſeos*, 286

— — de hac ſolutione judicium LEIBNITII, 289

— — qui putat facile deſcribi poſſe *Synchronam* quæ tangat rectam *poſitione* datam, 290. 303

— — quam difficile ſit *Synchronam* deſcribere *Tangentem* ducere ad eam, & multo magis tangentem datæ rectæ *parallelam*, 294

— — pro hac re methodus BERNOULLII, 309

— — aliam obumbrat LEIBNITIUS, 317

— — methodum has tangentes ducendi excogitat LEIBNITIUS, 319

— — qui inde perficit Calculum *integralem*, 322

— — de hac ſecunda methodo judicium BERNOULLII, 330

— — qui eam explicat generaliſſime, 331

— — hoc Problema ſine *Sinchronæ* conſideratione ſolvit BERNOULLIUS, 310

— — — ejus *Analyſis*, 324

quomo-

— — quomodo hoc Problema ſolvi poſſit, ſecundum LEIBNITIUM, ubi *Curvæ* non ſunt *ſimiles*, I. 334. 343
— — & ſecundum BERNOULLIUM, 338. 343
— — ſolutum in *Circulis*, 325
— quæ cum alia *data* ſit æqualis Arcui *Circulari*, conſtructa a BERNOULLIO, 81
— quæ una cum alia *irrectificabili* data *rectificari* poſſit, determinata a BERNOULLIO, 366
— ex infinitis *Ellipſibus* æqualia *Spatia* vel *Arcus* æquales reſecans, 310
— *Elliptica* ad *Circularem* reducta per cellerrimam approximationem, II. 164
— — regula vulgo ad hoc tradita demonſtratur, 165
— — regula nova & facillima, 214
Curva (*de*) in Curvam *Differentiatio* explicata, I. 319
— — generalius tradita, 330
— — hinc perficitur *Calculus integralis*, 322
— — — de hoc BERNOULLII judicium, 337
— *Superficies*, in eam quomodo definiatur linea *breviſſima* de puncto ad punctum, ſecundum LEIBNITIUM, 343. 387
— — in hanc methodum obſervatio BERNOULLII, & hujus methodus, 393
— — idem præſtat *Jacobus* BERNOULLIUS, 387. 401
Curvæ *Geometricæ*, quæ, 8
— *Mechanicæ*, quæ, 8
— *Percurrentes*, quæ, 8
— — primum conſideratæ a BERNOULLIO, 7. 14
— — & a LEIBNITIO, qui eas appellat *exponentialiter tranſcendentes*, 10. 13. 18
— — hujus modus procedendi, 10
— — harum puncta omnia geometrice poſſunt inveniri, 77
— — omnes conſtruuntur per *Logarithmicam*, 8. 10. 90
— — cujuſdam *conſtructio*, *tangens*, & *quadratura*, 8
— — — in quadraturam iſtam adnotatio LEIBNITII, 11
— — — qui aliam exhibet, 11. 12
— — — ad LEIBNITII adnotationem BERNOULLII reſponſio, 15
— — — in BERNOULLII reſponſionem animadverſio LEIBNITII, 19
— — — in hanc BERNOULLII obſervatio, 25
— — — LEIBNITII reſponſio, 30
— — conſideratæ a NIEUWENTIITIO, 70
— *Tranſcendentes* utrum omnes *percurrentes*, 77. 83. 91

ſii

—— —— ſi id eſſet omnium *Spatiorum quadratura* alteræ ab alteris mutuo dependerent, I. 91. 94. 102
—— —— quarum puncta omnia poſſunt geometrice aſſignari, 49
—— —— methodus talium *Curvarum* inveniendarum in quo conſiſtat, 59
—— —— —— de hac methodo LEIBNITII judicium, 68
—— —— aliæ hac proprietate præditæ, 77
—— —— utrum omnes habeant aut nullam, aut duas, aut tres non vero *infinitas* (niſi ipſæ ſint *quadrabiles*) partes *quadrabiles*, 202
—— *Quadrabiles* quædam, 41
—— *Retrogradæ*, quæ, 59
—— —— earum *maxima applicata* poteſt habere *elementum* infinitum, & in quavis data ratione cum *elemento abſciſſa*, 59
—— —— poſſunt in uno puncto habere infinitas Tangentes ſecundum LEIBNITIUM, 67. II. 170
—— —— —— & ſecundum BERNOULLIUM, I. 76
—— —— quomodo genitæ concipiendæ ſint, 67. 76
—— —— —— Difficultas hinc exſurgens, 77
—— —— —— —— ſoluta a LEIBNITIO, 83
—— —— —— altera pariter a LEIBNITIO ſoluta, II. 161. 170
—— —— *Algebraïcæ* & in ſe *redeuntes* omnes ſunt *rectificabiles*, I. 201 206
—— conſtruendæ ex data *Tangentium conditione*, pro iis methodum excogitat LEIBNITIUS, II. 17
—— —— qui tradit etiam methodum eas deſcribendi per appropinquationem, 34
—— —— quædam deſcriptæ a BERNOULLIO, 14
—— —— hujus methodus unde derivata, 34
—— —— aliquando deſcribuntur per *interſectiones* infinitarum *Curvarum*, II. 14. 34
—— —— —— tunc plerunque ſunt *algebraïcæ* aut *algebraïcarum* evolutione formatæ, 14
—— *Algebraïcæ*, utrum omnes habeant aut nullam aut *infinitas* partes *quadrabiles*, 202
—— —— quænam, quamvis *inquadrabiles*, infinitas habeant partes *quadrabiles*, 224
—— *Algebraïcæ* & in ſe *redeuntes* quæ *rectificabiles*, 201. 206
—— —— utrum omnes illæ, quæ *Segmentum* aut *Semiſegmentum* habent *quadrabile*, ſint *indefinite quadrabiles*, 207
—— quædam unum habent ſpatium *quadrabile*, 239
—— —— exemplum, 224

quænam

—— quænam in puncto habeant infinitas *Tangentes*, 67. 76. II. 170
—— aliarum *evolutione* deſcriptæ; ea de re difficultas quædam propoſita, I. 76
—— — ſoluta, 83
—— non omnes deſcribi poſſunt per *Focos*, ſecundum BERNOULLIUM, 81
—— quomodo deſcribi poſſint per *Focos* ſecundum LEIBNITIUM, & quid ab ipſo de hac re deſideraretur, 84
—— Determinatæ ex mutua plurium punctorum relatione notæ fuerunt FERMATIO, 207. 209
Plura vide in *Curva Segmentorum*,
—— Quomodo poſſint cum *Circulis* comparari per *motum reptorium*, II. 163. 164. 172. 174. 214. 217
—— Reductæ ad *Arcus* circulares, I. 102
—— Aliquæ, quanquam *indefinitè rectificabiles* non ſint, habent tamen *infinitas* partes *rectificabiles*, 202
—— Aliquæ, quanquam *indefinitè quadrabiles* non ſint, habent tamen *infinitas* partes quadrabiles, 202
—— — Quænam hac proprietate præditæ ſint, 224
—— — Hujus generis eſt *Cycloïs*, 202
—— — Et alia *Curva* deſumpta ex *Lunula* HIPPOCRATIS, ejus *Ordinatis* ad *Axem* applicatis, 202. 207
—— — Quam proponit LEIBNITIUS, 202
—— — Et quadrat BERNOULLIUS, 209
—— *Maximi* & *Minimi* proprietate præditæ non ſemper facile determinantur, 47. 55
—— — Id LEIBNITIUS tentat per *Seriem*, 48
—— — In hoc tentamen difficultas BERNOULLII, 56
—— — — LEIBNITII reſponſio, 67
—— — Quædam proprietatem habent quandam valde notabilem, 286. 298. 306
—— — Difficultas quædam ad eas pertinens ſoluta a LEIBNITIO, II. 161
—— — BERNOULLIO approbante, 170
—— *Flexu contrario* præditæ in ipſo *Flexûs* puncto *Radium Oſculi* non ſemper habent *infinitum*, ſed aliquando *nihilo* æqualem, I. 59
—— Quædam, quæ neque per *Carteſianam* neque per *infiniteſimalem* Geometriam determinari poſſunt, 203
—— *Parabolicæ* & *Hyperbolicæ* cujuſcunque gradus, atque innumeræ aliæ *Curvæ Algebraïcæ* a BERNOULLIO transformatæ in alias æquales & diverſi generis, 367
Curvarum Tangentes ex *Focis* determinatæ ab HOSPITALIO, 211

— — De hoc judicium LEIBNITII, I. 211
— — Et deſiderata, 212
— — Idem præſtitum a TSCHIRNHAUSIO, FATIO, & LEIBNITIO, & quomodo, ipſo LEIBNITIO judice, 212. II. 117
— Quarundam proprietas notabilis ad *maxima* & *minima* ſpectans a BERNOULLIO detecta, I. 286
— — Quomodo in illam inciderit, 298
— — LEIBNITII reſponſio, 306
— *Arcus* comparati, 366
— *Coëvolutio* a LEIBNITIO applicata ad *Curvas* in alias æquales & diverſi generis transformandas, II. 102. 134
— — Qui hanc methodum ad plures transformandas & addendas extendit, 108
— — De ea BERNOULLII judicium & LEIBNITII reſponſio, 140
— — Qui dat ejus rei exemplum, 142
— — Et obſervationes quaſdam, 144
— — Ad has obſervationes reſponſio BERNOULLII, qui hanc methodum perficit, 145
— — LEIBNITIO approbante, 149
— — BERNOULLII *Analyſis* huc pertinens, 156
— *Rectificatio*, I. 81. 84. 201
— — Ad eam pertinentia deſiderata, 368
— — De ea re ſententia *Jacobi* & *Johannis* BERNOULLIORUM atque LEIBNITII, II. 201
— *Quadratura* generalis per motum a LEIBNITIO tradita & BERNOULLIO probata, I. 4. 6
— Quarum *Quadratura* ſemper poſſit haberi, 41
— — Deſiderata ad eam pertinentia, 5. 9
— — Reducenda eſt ad earum *rectificationem*, 5. 9. 367
— Quarum *Quadratura* reduci poſſit ad *Quadraturam Circuli* & *Hyperbolæ*, 14
— De hac re deſiderata, 15. 23
— — De ea liber NEWTONI, II. 124
— — *Irrationales* ad *rationales* reductæ a LEIBNITIO, 80
— — Ad *Seriem* quomodo reducatur, I. 12. 219
— — De hac methodo BERNOULLII judicium, 15
— — Omnes per *Seriem* expreſſæ a BERNOULLIO, 15
— — — Hanc inveſtigat LEIBNITIUS, 22
— — — Illius fontem monſtrat BERNOULLIUS, 28
— — — ejus nova demonſtratio, 75
— — *Seriem* aliam exhibet LEIBNITIUS, 35. 99. 104

— — Quam

Digitized by Google

— — Quam corrigit BERNOULLIUS, I. 40
— — LEIBNITIO approbante, 46
— — De hac re Librum ſcribit CRAIGIUS, 50
— — In eum LEIBNITII obſervatio, 50
— — In hanc adnotatio BERNOULLII, 60
— *Algebraïcarum enumeratio* an bene facta a TSCHIRNHAUSIO, 71
— — Quæ ibi *Curvæ* deſiderentur, 80
— — *Secundi gradûs* tradita a NEWTONO, II. 124
— — — LEIBNITII judicium, 124. 331
— — — BERNOULLII reſponſio, 334
— — — Hunc tractatum examinare aggreditur *Jacobus* BERNOULLIUS, 335
— *Transformatio*, I. 367
— — Per *motum reptorium* a BERNOULLIO excogitata, II. 163. 166. 184. 186
— — Qui hinc educit rationem eas reducendi ad *Circulares* per celerrimam approximationem, 164
— — Hinc demonſtratur Regula a *Practicis* quibuſdam tradita pro comparandis *Perimetris Ellipticis* cum *Circularibus*, 165
— — Et deducitur *Theorema* pro commutanda *Curva* quavis intra duos arcus *Circulares* quantumvis ſibi propinquos, 214
— — Quod applicatur *Ellipſi*, 217
— — De his LEIBNITII judicium, 171
— — Qui hanc Methodum applicat *Circulo*, 172
— — Eam BERNOULLIUS extendit ad *Curvas* omnes, 174
— — Et ad *Circulum*, 176
— — Unde prodit nova ratio deſcribendi *Quadratricem* DINOSTRATI, 176. 179
— — In hanc Methodum LEIBNITII difficultas, 184. 211
— — Soluta a BERNOULLIO, 186. 211
— — Hoc Problema tentatur ab aliis, 265
— Per *Coëvolutionem* a LEIBNITIO excogitata, 102. 134
— — Qui hanc Methodum ad plures transformandas & addendas extendit, 108
— — De ea BERNOULLII judicium & LEIBNITII reſponſio, 140
— — Qui dat ejus rei exemplum, 142
— — Et obſervationes quaſdam, 144
— — ad has obſervationes reſponſio BERNOULLII qui hanc Methodum perficit, 145
— — LEIBNITIO approbante, 149

— — BERNOULLII *Analyſis* huc pertinens, II. 156
— Id LEIBNITIUS efficit modis infinitis, 95. 97
Curvatura *Radii* per *medium* inæqualiter denſum tranſeuntis, quomodo poſſit definiri ſecundùm BERNOULLIUM, I. 17. 178
— LEIBNITIO approbante, 24. 185
— Hoc Problema eſt affine Problemati de Curva *Celerrimi deſcenſus*, 178. 185. 194
— Eſt *Cyclois*, ſi *medium* ſit continuè difforme, II. 148. 150. 153. 159
— *Fornicis* ſemet ſuſtinentis eſt *Catenaria*, I. 401. 403
— — Quomodo id probetur, 411
— — Quomodo fieri poſſit ut ſit quævis alia figura, 412
— — LEIBNITII difficultas, 416.
— — A BERNOULLIO ſoluta, 420.
Cyclois protenſa & contracta, 76. 349
— De *Curva* ejus evolutione genita difficultas a BERNOULLIO propoſita, 77
— A LEIBNITIO ſoluta, 83.
— Eſt Curva *Celerrimi deſcenſus*, 178.
— Et *Linea Segmentorum*, 178.
— Atque *Quadratrix Quadratricis* LEIBNITII, 178.
— — *Citiſſimi* ad *rectam* datam *appulſus determinata*, 283.
— Ad eam perpendicularis eſt *Synchrona*, 178.
— *Evoluta*, *Cauſtica*, & *Perpendicularis* perpetua eſt itidem *Cyclois*, 179.
— Eſt Curva *Iſochrona*, ſeu *deſcenſuum æquivelocium*, 190.
— — Hujus proprietatis Demonſtratio PARDIESII, 366. 369.
— — — BERNOULLII, 366. 369. 374. 387.
— — — Et BROUNKERI, 369.
— Ejus æquatio a LEIBNITIO aſſignata, 194.
— Ejus infinita ſegmenta *quadrabilia* determinata a BERNOULLIO, II. 61. I. 202. 232
— Et Zonæ *quadrabiles* a BERNOULLIIS *Fratribus*, II. 62
— Eſt *Curva Dentibus* rotarum aptiſſima, I. 249
— Eſt *curvatura Radii* per *medium* continuè difforme tranſeuntis, II. 148. 150. 153. 159.
— Earum generalis *quadratura* ab HOSPITALIO tradita, I. 202
— Ejus pars quædam *quadrabilis* inventa ab HUGENIO, 202.
— — Altera detecta a LEIBNITIO, 202. 214. 228.
— Ejus *Hiſtoria* ſcripta a PASCHALIO, 224.
— — Eam meditatur GRONINGIUS, 224. 232

— — Qui-

Digitized by Google

— — Qui ad ejus calcem inſerit HUGENII notas in NEWTONUM, II. 328
— — — De hac LEIBNITII conſilia, I. 228. 443. II. 65
— — — De ea judicium BERNOULLII, 61
— — — — Et LEIBNITII, 65
— — Aliam parat NICOLIUS, 300. 302
— Proprietas quædam notabilis, I. 285
— — Quæ tamen ei ſoli propria non eſt, 286
Cyclus *Zarlinianus* deſcriptus, II. 10
— *Kirchianus* deſcriptus, 10
— Alter novus a REIHERO & TIDIO excogitatus, 49

D

D'ALEME (DALEMIUS) ſuccedit HALEMIO, II. 160
DANKELMANNUS (*Eberhardus*) intimus *Brandeburgici* Electoris Miniſter, LEIBNITII precibus curam ſuſcipit *Johannis* BERNOULLII ad Mathematicam Profeſſionem *Halis-Saxonum* provehendi, I. 51
— Qui LEIBNITIO committit ut eum a *Groningenſibus* vocatum *Halas-Saxonum* potius revocet, 88
Decrementa *Virium* in *mediis reſiſtentibus* ſunt proportionalia incrementis ſpatiorum, 131
— Et *decrementis decrementorum* velocitatum, aut reſiſtentiæ, 139
— ſunt, ut *quadrata Celeritatum*, poſitis æqualibus temporum elementis, ſecundùm LEIBNITIUM, 126
— — ut *cubi Celeritatum*, ſecundum BERNOULLIUM, 136. 153
— — In cujus ſententiam abit LEIBNITIUS, 139. 146
— Velocitatum, utrum Celeritatibus proportionalia, 126. 137. II. 244. 254. 259. 262.
Decuſſationis punctum in Curvis ſe ipſas ſecantibus, methodo *Huddeniana* de *Maximis* & *Minimis*, determinatur, 41
Definitiones continent explicationes ſecundum LEIBNITIUM, I. 413.
— Quæ, ſecundum BERNOULLIUM, 417
Dei Attributa, 423. 427. 430. 433. 438. 441. 445. 450. 454. 475. 479. 481
— exiſtentia, 448.
Demonſtratio *Axiomatum* neceſſaria ſecundum LEIBNITIUM, 185.
— Excipiantur *indemonſtrabilia*, quæ ſunt *identica* propoſitiones, 196.

— Secus autem juxta BERNOULLIUM, I. 190
— Hujus objectio, 205
— Reſponſio, 207
— *Euclidæorum* Axiomatum a quibus Veterum ſuſcepta, 196
— *A poſteriori* Æſtimationis *Virium*, 63
— — In eam objectio, 63
— — Reſponſio, 68
— — Objectiones variæ, 79. 91. 102. 335. 339. 377
— — Reſponſiones, 84. 95. 105. 335. 339. 343. 345. 379
— Per *motuum Compoſitionem* Æſtimationis *Virium*, 113. 121. II. 8
— Per *Vires centrifugas*, ejuſdem, I. 115. 123
— *A priori*, ejuſdem, 122
— — In eam objectio, 132. 151
— — Reſponſio, 140. 157
— Alia, ejuſdem, 143. 157. 164
— Theorematis de Corpore a pluribus ſimul *Potentiis impulſo*, 152
Demonſtrationis natura, II. 3
— Talis eſſe debet ut indubitatam adverſariorum *convictionem* extorqueat, 3
Dentes *Epicycloidales* & eorum uſum quis invenerit, I. 347. 349. II. 172. 177. 178. 257
— Omni notabili frictione carent, I. 349
— *Et motum æquabilem* procurant, 349
Deſcenſus celerrimi Curva. Hoc Problema LEIBNITIO propoſitum a BERNOULLIO & duplici modo ſolutum, 167
— Qui eam ad LEIBNITIUM mittit *Actis Eruditorum Lipſienſibus* inſerendam, 177
— Illud ſolvit LEIBNITIUS, 172. 183. 188. 195
— BERNOULLIUS indè eruit ſolutionem Problematis optici de *curvatura radii in medio variante*, 178
— Illud ſolvit FATIUS DUILLERIUS, 456
— — In hujus ſolutionem animadverſio, 464
— Illud ſolvit HOSPITALIUS, 249
— Ut & *Jacobus* BERNOULLIUS, 253. 260
— atque NEWTONUS, 266
— Illud ſolvere tentat SALVATOR, 234. 237. 242
— — & alii, 267. 287
— A multis laudatum, 177
— Infinitos habet caſus peculiares, 179
— Gravium, Experimenta quædam *Londini* tentata, II. 266
Deſcriptio *opificiorum* incepta ab *Academia ſcientiarum*, I. 369
DETTONVILLÆUS vel PASCHALIUS, 21

— multa

Digitized by Google

— multa invenit de Cycloide, I. 228
Diaphanorum fluidorum refrangibilitas utrum gravitati ſpecificæ aut eorum inflammabilitati proportionetur, II. 266
Diarium *Bernardinum*, cui titulus *Nouvelles de la Republique des Lettres*, 141
— Ejus locus quidam ad Calculum infiniteſimalem pertinens, 150
— *Belvallinum*, cui titulus *Hiſtoire des Ouvrages des Savans*, I. 271
— — loca quædam ad LEIBNITII Philoſophiam ſpectantia, 430. 439
— Gallicum primos Auctores habet PELISSONIUM & Abbatem DE LA ROQUE, 69
DIERGUENS Præſes in *Brabantiæ* Curia, laudatus, 378
— ejus filius Matheſeos peritiſſimus ad BERNOULLIUM miſit elegantem duplicem conſtructionem *Curvæ ciſſoidalis* in rectam extenſæ, II. 55
— — Laudatus, I. 267. 268. 287
Differentia inter actiones liberas & violentiam facientes in quo conſiſtat, 471. 474. II. 1
Differentiales æquationes ad Conſtuctionem perducuntur ſine ſeparatione indeterminatarum, I. 7
— Ad eas ſeparandas multæ ſunt viæ ſpeciales, 7
— Earum *mechanica* Conſtructio, 7
— Primi gradus, & earum Conſtructio, 34. 44
— Earum Symbolus vel notatio, II. 137
— Ad eas finitas reducendæ ſeries infinitæ, I. 49
Differentialia quomodo ſumantur in æquationibus percurrentibus, 8
Differentiatio a *Curva* in *Curvam* explicata, 319
— generalius tradita, 330
— — hinc perficitur *Calculus integralis*, 322
— — — de hac re BERNOULLII judicium, 337
Differentiæ reciprocæ ſummis vel integralibus, 36
— comparatæ cum poteſtatibus, 66
— rectanguli conſentiunt cum Binomii poteſtatibus, 46. 65
— — plurium dimenſionum cum polynomiis poteſtatibus, 47
— — unde promovetur calculus integralis, 52. 75. 83. II. 238. 243
— — utrum ſemper locum habeat hic conſenſus, 54. 66
— — utrum ſemper æquent nihilum in Maximis & minimis, 59
— — ſeries iis utilis, 99
— — quarum exponens eſt fractus vel irrationalis, 104. 107
Dilatationis vim, quam acquirat aër compreſſus, 445
— vim, quam accipiat aer a Calore rarefactus, 458. 476
— vis aëris a Calore rarefacti, inſtrumentum, quo reperitur, 459

— — facilius

Digitized by Google

— — facilius prædictum experimentum inſtituitur, 477
DINOSTRATUS. Euis *Quadratrix* novo modo deſcripta, II. 176. 179
Dioptrica quædam Obſervatio, I. 278
— ejus cauſa ex principiis opticis non potuit deduci, 278
— eruditis jam propoſita fuerat, 282
— principium utile ad determinandas Trajectorias orthogonales, 306. 327
— hoc principium multis caſibus nullius uſus eſſe poteſt, 311. 314
Directionis ſeu *progreſſus* quantitas quomodo eſtimetur, 125
— coincidit cum quantitate *progreſſus centri Gravitatis*, 135. 143. 152. 339
— in quo differat a quantitate motus, 125
— ſemper eadem conſervatur in Mundo, 125
— — quod probatu difficile putat BERNOULLIUS, 134
— hinc factum putat LEIBNITIUS ut vulgo male quantitas motus æſtimaretur, 125
— — idem ſentit BERNOULLIUS, 134
— hinc demonſtratur id quod experientia oſtendit de duobus globis *duris* ſive *elaſticis*, qui *centraliter* concurrunt cum celeritatibus reciproce proportionalibus ad corpora, 125. 339. 343. 344
— — & quod, ſi globus unus ita in duos *æquales* quieſcentes incurrat, ut eorum centra faciant in momento concurſus triangulum rectangulum, ille quieſcet tota ſua vi duobus aliis communicata, 121. 126
— hinc etiam fit (ſecundum LEIBNITIUM) ut vera maneant theoremata receptæ *mechanicæ*, item *oſcillationis*, vel *percuſſionis*, & *reſiſtentiæ* medii reſpectivæ, 126
— — BERNOULLII animadverſio, 136
— — LEIBNITII reſponſio, 146
— ex ejus conſervatione & ex conſervatione virium motricium conduntur veræ Regulæ pro *motus communicatione*, 135. 145
Directio mutata utrum mutet *mobilium* velocitatem, 115
Diſſertatio *Nicolai Nic.* F. BERNOULLII de *uſu artis conjectandi in Jure*, II. 217
— Laudata, 219
Diviſores *formulæ* vel *quantitatis*, vel *fractionis* vel *functionis* cujuſque rationalis unicam indeterminatam comprehendentis inventi, 80
— rationales æquationum quomodo poſſint inveniri docet NEWTONUS, 182
— — hujus Regulæ fundamentum detegit BERNOULLIUS, 186
— — eam demonſtrat & perficit *Nicolaus Nicolai* F. BERNOULLIUS, 186

hujus

Digitized by Google

— — hujus Schediaſma, II. 189
— — a LEIBNITIO laudatum, 210. 212
Doctos homines agere quid deceat, I. 71. 457
Dubia BERNERII de Philoſophia GASSENDI & CARTESII, 431
— ea tollere cogitat LEIBNITIUS, 431
— liber ea continens & quando ab Auctore editus, 431. 455
Duillerius (FATIUS) vide FATIUS.
Duritiei cauſa eſt particularum *motus conſpirans*, ſecundum LEIBNITIUM, 301. 307. II. 246
— & ſecundum BERNOULLIUM, qui argumenta nonnulla affert, I. 301
— — & hanc ſententiam docet, II. 357
— eadem eſt cauſa *Duritiei* ac *elaſticitatis*, I. 307
Durum & fluidum perfectum utrum dentur, 307. 312. 316. 329
DU-HAMEL (HAMELIUS) ſcribit Regiæ Academiæ Scientiarum Pariſienſis hiſtoriam, 405. 437
— mors ejus & Succeſſor, II. 160
DU-TALIUS, vel TALIUS (DU TAL) conficit Phoſphorum mercurialem BERNOULLII, & ejus defenſionem ſuſcipit, 170
Dynamica LEIBNITII, qui ejus *Specimen* edit, I. 62
— BERNOULLII judicium, 62
— — qui *Leibnitianæ virium* ſeu *potentiarum* æſtimationi non acquieſcens, in eam objicit, 63
— — — LEIBNITII reſponſio, 68
— Novæ BERNOULLII objectiones, 79. 91
— — LEIBNITII reſponſa, 84. 95
— ei ſententiæ accedit BERNOULLIUS, nonnulla tamen dubia eximenda proponit, 102
— — eximit LEIBNITIUS, 105
— illam impugnat PAPINUS, 108
— — BERNOULLII judicium & animadverſiones, 109. 112
— controverſia inter PAPINUM & LEIBNITIUM renovatur, 119. 128
— LEIBNITII in PAPINUM argumenta nonnulla, 121. 139. 157
— — judicia BERNOULLII, 132. 130
— in *Leibnitianam* æſtimationem difficultatem quandam notabilem movet & ſolvit BERNOULLIUS, 110
— — qui eam demonſtrat per *motus compoſitionem*, 113
— — — LEIBNITIO approbante, 121
— — & per *vim centrifugam*, 115
— — — LEIBNITIO plaudente, 123

— ex ea concludit BERNOULLIUS male determinatum fuiſſe *Centrum percuſſionis*, I. 116. 126
— — & non bene a LEIBNITIO definitum *reſpectivam medii reſiſtentiam* eſſe in *duplicata* velocitatum *ratione*, ſed eſſe in *triplicata*, 116. 134. 137
— — — LEIBNITII reſponſiones, 123. 126. 146
— — — — — de quibus BERNOULLII judicium, 153
— cur nova hæc æſtimatio locum habeat in *velocitatibus actualibus* non in *conatibus*, 116. 173
— & cur minima *velocitas* impreſſa alteri ex duobus corporibus in *æquilibrio* poſitis illud non magno impetu deſcendere faciat, 116. 173
— — æſtimationem ſuam LEIBNITIUS probat *a priori*, 123
— — — confectaria, 125. 157
— — — hinc eductæ novæ Leges motus a BERNOULLIO, traditæ, 135
— — — eaſdem tradit LEIBNITIUS, qui inde nova conficit, 145
— — — — — quæ BERNOULLIUS probat & promovet, 153
— — in hoc argumentum BERNOULLII difficultas, 133
— — — LEIBNITII reſponſio, 140
— — — — cui acquieſcit BERNOULLIUS, 151
— — aliud LEIBNITII argumentum *a priori*, 143
— — — quod BERNOULLIO probatur, 164
— — in hæc argumenta ſua LEIBNITII obſervationes, 170. 185
— — — & in eas BERNOULLII animadverſiones, 176. 190
— — in hanc rem objectio, 170
— — — ſoluta, 170
— — — — in hanc ſolutionem animadverſio BERNOULLII, 176
— de *Dynamica* librum ſcribit LEIBNITIUS, & qua occaſione, 144
— — ut de ea ſcribat LEIBNITIUS rogatur a BERNOULLIO, 421

E

Ecliptica Terræ; de ejus *obliquitate* invenienda regula traditur ab HOLLANDERO, I. 191
— quæ explicatur, 192
— de ea LEIBNITII ſententia, 192. 197. 207
— — atque BERNOULLII, 204. 207
— ejus *obliquitas* cum *Circuli tetragoniſmo* conſentit, 197. 204
Editio libri APOLLONII de *Sectione rationis* ab HALLEIO ſuſcepta, II. 154. 159. 161

Arithme-

— *Arithmetica Univerſalis* NEWTONI, II. 182
— *Miſcellaneorum* POLENI, 229
— nova *Principiorum* NEWTONI promiſſa, 223. 226. 229. 295
— — dilata, & cur, 299. 323
— vulgata ; quædam ad eam pertinentia, 328. 334
— *Conicorum* APOLLONII ab HALLEIO ſuſcepta, 291
— SERENI ab eodem, 291
— MENELAI ab eodem, 291
— *Artis conjectandi* a LEIBNITIO, flagitata, 211. 220. 225
— — Publici juris facta, 337
Effectus *formalis* a *reali* diſtinctus, I. 471. 474
— mirabilis Acidularum *Pyromontanarum*, II. 387
Elaſticitas : ejus cauſa eſt *motus conſpirans*, I. 301. 307
— & *organica* corporum *conſtructio*, 379
— hæc ſententia explicata, 381. 398
— — & BERNOULLIO probata, 390
— corporibus eſt *accidentalis* ſecundum VOLDERUM, 377
— — *Eſſentialis* autem ſecundum LEIBNITIUM, 379
— — hujus rei ratio, 379. 381
— — & ſecundum BERNOULLIUM, 390
— eſt cauſa ſeparationis corporum poſt *concurſum*, 378
— ad eam plurima in *organicis* revocat LEIBNITIUS, II. 274
— *Aëris* : ejus cauſa, 277
— — utrum *Spatio* proportionalis, I. 455. 458. 477
— — de hoc experimentum a BOYLÆO indicatum, 455. 458
— — — explicatum a LEIBNITIO, 359
— — — aliter a BERNOULLIO, 477
Elementa *materiæ* inſecabilia, vel *partes minimæ* non dantur ſecundum LEIBNITIUM, 385
— ſecus autem ſecundum BERNOULLIUM, 390
— hujus argumenta, 390. 402. 407
— LEIBNITII reſponſa, 398. 404
— *Numerorum* & *Linearum* dari non putat LEIBNITIUS, 397
— linearum non ſunt puncta, quæ ſunt illarum *limites*, 398. 402
Ellipſis ad rectos *angulos* ſecat omnes *Parabolas* eundem *Axem* & *Verticem* habentes, ſed *Parametros* mutabiles, 17. 23
— *Linea* reſecans ab infinitis *Ellipſibus Arcus* æquales vel æqualia *Spatia*, 310
— reducta ad *Arcum* circularem per celerrimam approximationem, II. 164
— — regula vulgo ad hoc tradita demonſtratur, 165
— — — nova & facillima traditur, 214, 217

— in aliam *Curvam* transformata, II. 133. 138. 156. 163. 171. 172. 174. 178. 183. 186. 211. 214. 219
— ejus & *Hyperbolæ Rectificatio* ad earundem *Quadraturam* revocari nequeunt, I. 15
— *Apollonianæ* vel *Keplerianæ* novam ſubſtituit CASSINUS pro *Planetarum* orbitis, 368
— — de hoc LEIBNITII judicium, 368
— *Caſſinianæ* proprietas quædam aſficta, II. 137
EMUS pro Sereniſſima *Veneta* Republica Legatus, 285
Entelechiæ, ſive *Activitates* ſunt *Formæ*, I. 413. 415
— Primitivæ ſunt *Formæ ſubſtantiales*, 413
— pro earum exiſtentia LEIBNITII argumentum, 414
— quomodo earum ideam habere poſſimus ſecundum LEIBNITIUM, 414
— — BERNOULLII difficultas, 419
— — — LEIBNITII reſponſio, 424
— habent *perceptionem* & *appetitionem* quandam, 415
— — BERNOULLII objectio, 427
— — — LEIBNITII reſponſio, 429
— — BERNOULLII quæſtio, 432
— tales exiſtere in *Corporibus inanimatis* ut ſibi demonſtretur petit BERNOULLIUS, 418
— — ſententiam ſuam explicat LEIBNITIUS, 423
— — BERNOULLII difficultas, 420
— — — LEIBNITII reſponſio, 424
— nec incipere nec finire *naturaliter* poſſunt, 424
— — exiſtere tamen cœperunt in univerſali creatione, 427. 430
— fieri poteſt ut in alios *Mundos* transferantur, ſecundum LEIBNITIUM, 415
— — BERNOULLII difficultas, 420. 427
— — — LEIBNITII reſponſio & explicatio, 424.
— nunquam penitus a *materia* divelluntur, 430. 431. II. 92
— hæc locum non habent *IN ANIMA RATIONALI*, I. 424. 430
— — cur, 430
— LEIBNITII ſententiam de ortu *Entelechiarum* ſuis verbis exponit BERNOULLIUS, 435.
— — qui inde quædam conficit, 435
— — — & objectiones ſuas proponit, 436
— — — & nova conſectaria, 436
— de hac expoſitione LEIBNITII judicium, 439
— — ejuſdem ad objectiones reſponſio, 439

fine.

Digitized by Google

— ſine illis *ſubſtantiæ* eſſe non poſſunt, II. 92
— earum cum *Corporibus* commercium. Vide *Commercium Animæ & Corporis.*
Enumeratio curvarum Algebraïcarum an bene facta a TSCHIRNHAUSIO, I. 71
— Quæ ibi *Curvæ* deſiderentur, 80
— *Secundi gradus* tradita a NEWTONO, II. 124
— LEIBNITII judicium, 124. 331
— BERNOULLII reſponſio, 334
— — Hunc tractatum examinare aggreditur *Jacobus* BERNOULLIUS, 335
Ephemerides novæ ut conficiantur, monet BERNOULLIUS, 9
— ARGOLI, 9
Epicycloides utiles ad figuras dentium in rotis, I. 347. 349. II. 172. 177. 178. 257
— Rotæ talibus dentibus inſtructæ omni notabili frictione carent, 349
— Et *motu æquabili* feruntur, 349
Epigramma LEIBNITII, 141
— BERNOULLII, 90
ERNESTUS *Haſſiæ* Landgravius, I. 69
Eſſentiam aut naturam Corporis juxta LEIBNITII ideas conſequi conatur BERNOULLIUS, 62
— Eam latè explicat LEIBNITIUS, 69
— Corporis & materiæ in mundi ſyſtema redactæ quam agnoſcit LEIBNITIUS, 379
— Eam non conſtituunt ſolæ *extenſio* & *impenetrabilitas*, 379. 381
— — Objectiones VOLDERI, 382
— — LEIBNITII reſponſiones, 382
— — Ejuſdem argumenta, 398
— — BERNOULLII difficultates, 389. 402
— — LEIBNITII reſponſa, 404
— — Tertium illud, poteſt exiſtere, 408
— — Conſiſtit in *conatu* quodam *inſito*, ſeu *vi primitus impreſſa* ſecundùm BERNOULLIUM, 409
— — Secus autem ſecundum LEIBNITIUM, 415
— — BERNOULLII reſponſio, 419
— — In *adivitatibus*, ſeu *Entelechiis* ſecundum LEIBNITIUM, 415
— — BERNOULLII difficultates, 418. 427. 432
— — LEIBNITII reſponſiones, 423. 429. 440
Plura vide in *Entelechiæ*,

Euclides, ejus *Axiomata* demonſtrata a Proclo & Appollonio, I. 196
Evoluta *Cycloidis* eſt *Cyclois*, 179
Evolutæ & Cauſticæ *Curvarum* algebraïcarum in ſe redeuntium in ſe redeunt & ſunt *rectificabiles*, 201. 206
— Difficultas quædam a Bernoullio propoſita, 76
— — A Leibnitio ſoluta, 83
Evolutiones *Claſſium*: de his librum ſcribit P. Hostius, II. 3
— De eo Leibnitii judicium, 4. 6
— Quomodo hoc argumentum tractandum putet, 6
Extenſio & impenetrabilitas ſolæ non conſtituunt *naturam materiæ* in *Mundi Syſtema* redactæ, I. 379. 381. 382
— Neque ſufficiunt ad determinandas *Leges motus*, 398
— Non eſt quiddam *primitivum*, ſed diffuſio quædam *alicujus communis naturæ* per plura coexiſtentia, II. 65. 69. 119
Plura vide in *Eſſentia*,

F

Fabrius (*Honoratus*) oppugnat Kepleri & Cartesii modum demonſtrandi æqualitatem *incidentiæ* & *reflexionis*, II. 99
— Impugnat principium *motus varie compoſiti idem efficientis*, 99
— *Phyſicam more Mathematico* conſcribere moliens laudatus, 234
Fardella de Hermanno præclarum teſtimonium largiens, 180
— relicta ſua Cathedra in *Catalauniam* ſe confert, 223
— in aula *Barcinonenſi* ſtationem habet, 229
— *Hiſpaniæ* Reginam, a qua benevole excipitur, adit, 235
— Ejus valetudo. Deſideratur, & qua occaſione, 280
— *Italiam* reverſus operam ſuam Bernoulliis pro Cathedra *Patavina* promittit, 319
— iterum rogatur ut huc ſuam operam dirigere velit, 322
— ſedulam navat operam Bernoulliis pro Cathedra *Patavina*, 332
Fatius Duillerius (*Johannes Chriſtophorus*) problema proponit de invenienda *Curva*, quæ ſingulas *Parabolas* a Globis ex ſingulis *Mortarii* elevationibus deſcriptas tangit, I. 17
— — Quod ſolvit Bernoullius, 17
— Ejus elogium, 23. 30
Fatius Duillerius (*Nicolaus*) ejus ſtatio in *Anglia*, 23
— Emen-

— Emendat lapſum quendam TSCHIRNHAUSII de *tangentibus* ducendis ex datis *Focis*, I. 212
— Inveſtigat lineam *breviſſimi deſcenſus* & ſolidum *minimæ reſiſtentiæ*, 456. 460
— — Qua occaſione quædam profert in LEIBNITIUM, 456
— — — utrum hoc *Regiæ Societati* probatum, 481. 483
— — — LEIBNITIUS ei reſpondet, 457. 460
— — — De hac reſponſione BERNOULLII judicium, 464
— — — Quod edit LEIBNITIUS ſine ſua reſponſione, II. 9
— — — Cur, II. 13
— — LEIBNITII reſponſioni quædam reponit, 28
— — — ſecunda LEIBNITII reſponſio, 30
— — Et de BERNOULLIO queritur, I. 464
— — — Hujus reſponſio, 464. II. 2
— — — In eam LEIBNITII notæ, I. 472
— — — Cui FATIUS reſpondet, II. 25
— — — Quid ejus reſponſio contineat, 28
— De inveſtigatione ipſa BERNOULLII ſententia, I. 465. 467. 469. II. 2
— utrum proprio marte *Calculum differentialem* detexerit, I. 457
— Dicitur litem habuiſſe cum NEWTONO, 475. 483
— — Qua de cauſa ſecundum LEIBNITII conjecturas, 480
— De *Rei hortenſis* melioratione Librum ſcribit, II. 50. 55
— Quædam ei opponit LEIBNITIUS, 112
— modum *Tangentium* ducendarum ex *Focis* generalem publicat, 117
— Problematibus vexari non vult, 130
FERGUSONIUS *Belga* ex *Scotis* oriundus Algebraïcum librum edit, 219
— Affirmat WITTIUM & HUDDENIUM multa de *Reditibus ad vitam* meditatos eſſe, 220
FERMATIUS, quid ei acciderit contra CARTESIUM diſputanti, I. 161
— Ejus Problema quoddam, 188
— Ad CARTESIUM ſcribit de *Curvis* per *plurium punctorum mutuam relationem* determinandis, 207
— — Locus hic ut ſibi indicetur petit BERNOULLIUS, 209
— Ejus verba circa Curvarum determinationem ex punctorum relatione, 212
— — Latiori ſenſu intelligi poſſunt, 224. 263
— Quid circa ejus verba notaverit LEIBNITIUS; unde adjuvatur ad ſolvendum Problema de *Curva Segmentorum*, 257
— — Hoc quomodo intelligat BERNOULLIUS, 261

Quomodo

— — Quomodo ſit intelligendum, I. 269
— Quæſtio ab eo propoſita, quomodo a WALLISIO ſoluta, 263
— Quæ loca Veterum Mathematicorum explicuerit, II. 151
— Quem demonſtrandi morem ſervaverit, 309
Figuræ contentæ duabus *rectis* & *Curva* ordinaria, pars imperata per ordinariam *Curvam* abſciſſa, I. 229
— *Fornicibus* aptiſſimæ, Vide infra *Fornicis*,
FLAMSTEDIUS triginta annorum obſervationes *Aſtronomicas* publici juris facit, II. 124
— Quid NEWTONO negaviſſe dicitur, 153
— Ejus obſervationum primus Tomus ſub prælo eſt, 180
— Quid ad LEIBNITIUM mandaverit circa *Newtonianam* Lunæ Theoriam, 360
Flexus contrarius Curvarum: in eo Radius *Oſculi* non ſemper eſt infinitus ſed aliquando nullus, I. 59
— Eo carent *Curvæ multigibbæ* BERNOULLII, II. 186
Fluxionum methodus coincidit cum *Calculo infiniteſimali*, I. 190
— Ad ejus inventionis hiſtoriam pertinentia, II. 151. 154. 155. 161. 283. 286. 291. 299. 300. 302. 308. 313. 315. 320. 323. 325. 327. 330. 334. 337. 340. 343. 351. 358. 361. 364. 367. 375. 377. 378
— — Methodus inverſa CHEYNÆI, Vide CHEYNÆUS,
Foci datarum *Curvarum* quomodo poſſint inveniri, I. 84
— Dati non præbent *Curvarum* deſcriptionem ſecundum BERNOULLIUM, 81
— Quomodo eam præbere poſſent ſecundum LEIBNITIUM, & quid ab eo de hac re deſideraretur, 84
Follis ex materia durabili quibus rebus utilis, 368. 385
— ex qua re confici poſſit, II. 71. 78
FONTENELLIUS, *Regiæ Scientiarum Academiæ* Secretarius, I. 405
— LEIBNITIO mittit Diploma ſuæ in *Academiam* receptionis, II. 16
— Quid coram eo teſtatus ſit ROLLIUS Calculi differentialis adverſarius, 170
— Quæ circa Calculi *Leibnitiani* hiſtoriam dixerit, LEIBNITIO ſignificat, 179
— Quid ſcribere parat, 339
Formæ aut animæ, quæ ſpiritus non ſunt, exiſtunt ſecundum LEIBNITIUM, I. 382
— Subſtantiales, an, & quo ſenſu, jure exploſæ, 382
— — Si ſtatuantur corporibus peculiares, difficultas BERNOULLII inde nata, 389

— — Alia difficultas exſurgens ſi corpus dicatur ex infinitis *Formis* conſtare, I. 390
— — Infinitæ exiſtunt in quavis materiæ particula, 399
— — BERNOULLII difficultates, 402. 407
— — LEIBNITII reſponſiones, 404. 413
— conſiſtunt in *conatu* quodam *inſito*, ſeu *vi primitus* impreſſa ſecundum BERNOULLIUM, 409
— — De hoc LEIBNITII ſententia, 415
— — BERNOULLII reſponſio, 419
Formæ ſunt *activitates*, ſeu *Entelechiæ*, ſecundum LEIBNITIUM, 413
— Subſtantiales ſunt Entelechiæ primitivæ, 413
— — Habent *perceptionem* & *appetitionem* quandam, 415
— — Quod ſibi demonſtrari petit BERNOULLIUS, 418
— — Ejus difficultas, 420
— — LEIBNITII explicatio, 423. 424
Plura vide in *Entelechia*,
Fornicis ſemet ſuſtinentis Curvatura, 401. 403
— Quomodo id probetur, 411
— Quomodo fieri poſſit ut ſit quævis alia figura, 412
— LEIBNITII difficultas, 416
— — a BERNOULLIO ſoluta, 420
Fractio cujus *Denominator* & *Numerator* ſimul certo caſu evaneſcunt, II. 127
Francofurtum ad *Oderam* invitatur HERMANNUS, 250. 257. 258. 261. 263. 265
— Quo vocatur, 268. 270. 272. 275
FRENICLIUS quid de *Combinationibus* ſcripſerit, I. 244
— Ejus judicium de *Walliſiana* cujuſdam *Problematis* ſolutione, 263
FULLENIUS Matheſeos Profeſſor *Franequeranus* Curator ab HUGENIO conſtituitur una cum VOLDERO, Manuſcriptorum ſuorum, 180
— An aliquid de illo viderit LEIBNITIUS, 185
— In quo verſatus, 191
— Epiſtolicum Commercium cum *Jacobo* BERNOULLIO habuit, 191
— Quid de illo LEIBNITIUS, 195
— Supremum diem obit, II. 220
Funicularia, vel Catenaria, ope *Curvæ Parabolicæ* conſtructa, I. 9
— determinata per *Tangentium* proprietatem, 47
— ejus determinatio directa & ſine *Tangentium* conſideratione tentata per Seriem a LEIBNITIO, 47. 250
— — in hoc tentamen BERNOULLII animadverſiones, 56

— perfecta a Bernoullio, I. 55
— — per radium *Circuli oſculatoris*, 254
— — — in ſolutionem hanc ſuam Bernoullii difficultas, 254. 265
— — de hac ſolutione judicium Leibnitii, 259. 270
— ejus *Curvæ* proprietates quædam, 56
— — alia, 250
— de ea conſideratio quædam Bernoullii, 296
— — & Leibnitii, 305
— de ea agit *David* Gregorius, 387. 393
— de hujus Diſſertatione judicium Bernoullii, 400
— — & Leibnitii, 403. 405. 411
— Reſponſio Gregorii, II. 29. 31. 106
— eſt vera *Fornicis* curvatura, I. 412
— — de ea re difficultas Leibnitii, 416
— — — Reſponſio Bernoullii, 420
— — utrum ſola, 412
Functio; hoc nomine utitur Leibnitius, 386
— & Bernoullius, 386. 392
— Quomodo eas denotet Bernoullius, 392
— — & Leibnitius, 399

G

Gaffarellus, ejuſque de *Cælo* ſententia, I. 449
Gallosius, (*Abbas*) utrum ſit Hiſtoriæ *Scientiarum Academiæ Regiæ* Auctor, 405
— Stat pro Rollio contra *calculum infiniteſimalem* diſputante, II. 150
— Inter eum & Saurinum Judex ſedet, 150
— Cur in ejus & La Hirii arbitrium conſenſerit Saurinus, 153
— Qui Rollio ſuaſiſſe creditur, 177
— Obiit, 178
— Ejus elogium, 178
Galilæus, unde *gravium deſcendentium* accelerationes deduxerit, I. 93
— Idem ex hypotheſi *Galilæana* contraria conficit Bernoullius, 161
— Quid crediderit circa actionem *materiæ gravificæ* in corpora gravia, 161

Trabium

— Trabium reſiſtentia ab eo conſiderata, 416
— Quanti ab *Italis* fiat, II. 389
— Et merito, judice LEIBNITIO, 391
— Ejus opuſcula quædam inedita, 96
GAROUSTIUS, Machiniſta *Gallus*, I. 405. 406
GASSENDUS, in ejus & CARTESII *Philoſophiam* dubia, 431. 455
— Ejus *Philoſophiæ* compendium, 455
Genera Atomorum, quot ſint, 316. 329
Geographia nova impugnata a VOSSIO, VALLEMONTIO & SAMSONIO, 369
— Correcta a *Regia Scientiarum Academia*, 369
— De ea re LEIBNITII judicium, 369. 380
— Cur eam VALLEMONTIUS impugnaverit, & hujus argumenta, 374
— Tabulas condit FERREUS (*De Fer*), 374
Geometria vulgaris quantitates duntaxat finitas conſiderat, 4
— *indiviſibilium* a quo inventa, 391
GERIKIUS, quid circa *Barometra* invenerit, II. 65. 67
— Anthliæ *Pneumaticæ* inventor, 314
GOUYE (*Jeſuita*) quid cum ROLLIO egerit, 211
GRANDUS (*Guido*) ad LEIBNITIUM de *Calculo infiniteſimali* ſcribit, 154
— Laudatus, 159
— an bene Problema de Curvarum transformatione ſolverit, 265
— De illius Libro De *Infinitis Infinitorum*, 267
— In illius Librum objectiones aliquot in *Actis Erud.* inſerendæ, 267. 269
Grave deſcendens per hypothenuſam Trianguli rectanguli, quando eam peragret citius quam per latera deſcendens, quando tardius, & quando eodem tempore, I. 173. 179
Gravia cadentia quam retardentur ab aëre, II 266
— Eorum vires ſunt in ratione compoſita *corporum* & *altitudinum*, I. 123
— Eorum aſcenſus Quadratis *Celeritatum* ſunt proportionales, & cur, 63
— Deſcendentium accelerationes unde deduci poſſint, 93. 161
Gravifica materia quædam eſt *Gravitatis* cauſſa, ſecundum BERNOULLIUM, 63
— Conſentiente LEIBNITIO, 68
— — Qui eam & ejus vertices negari non poſſe putat, II. 124

— Ejus *impulſiones* æquales ſunt, & æquales æqualibus temporibus producunt *celeritates*, I. 93
— — Non autem *vires*, ſecundum LEIBNITIUM, 97
— — Secus autem ex BERNOULLII ſententia, 102
— — Hujus argumenta, 102. 128
— — LEIBNITII reſponſiones, 105. 120. 127
— — Objectioni ſuæ inſtat BERNOULLIUS, 110
— — — Et ſibi reſpondet, 111
— Earum numerus eſt non *tempuſculis*, ſed gravis *velocitatibus* proportionalis ſecundum BERNOULLIUM, 111. 161. 163. 175. 189
— — A qua ſententia non abhorret LEIBNITIUS, qui tamen hoc demonſtrandum putat, 120. 168
— — Pro ea BERNOULLII argumentum, 129
— — In illud LEIBNITII objectio, 138
— — BERNOULLII reſponſio, 148
— — contraria ſententia eſt obnoxia incongruitatibus, 164. 169
— Illius particula quævis totam ſuam vim in corpora transfert ſecundum BERNOULLIUM, 148. 160. 175. 189
— — Secus autem ſecundum LEIBNITIUM, 156. 169. 185
— In modum, quo LEIBNITIUS explicat actionem *materiæ gravificæ* difficultas, 202
— Modum ſuum id explicandi VOLDERO communicat BERNOULLIUS, 426. 429. 432
— Potius agit per *preſſionem* continuam quam per repetitas impulſiones ſecundum BERNOULLIUM, 129. 162
— — Secus autem ſecundum LEIBNITIUM, 139
— — BERNOULLII reſponſio, 149
Gravitas: ejus cauſa eſt in *ambiente* ſecundum BERNOULLIUM, 63
— — LEIBNITIO conſentiente, 64
— — Æqualibus tempuſculis æqualiter impellit gravia, 93
— — Et producit *celeritates* æquales, *vires* autem inæquales, 97
Plura vide ſupra in *Gravifica materia*.
— Centrum corporum motu a *Gravitate* accepto, ſurſum verſus reflexorum ubi finito aſcenſu reperiatur, 112
— *Liquorum* quomodo ita poſſit extolli, ut habeatur *motus perpetuus*, 115. 124
— *Corporum* quotcunque *in motu conſtitutorum* poſt illorum mutuam actionem ſervat eandem directionem atque celeritatem quam habebat ante actionem, 134. 143. 152. 158
— totius *Univerſi* utrum progrediatur, 134

Penduli,

Digitized by Google

— *Penduli compoſiti* utrum ad eandem altitudinem aſcendat, ſive *Gravia Pendulum conſtituentia* ſejunctim moveantur ſive ſimul, I. 136
— de *Centro Gravitatis* Theorema propoſitum a LEIBNITIO, 144
— — ab HUGENIO laudatum, 144
— — a BERNOULLIO demonſtratum, 152
— Corpus poſitum in *Centro Gravitatis Trianguli* vel *Pyramidis* triangularis, quo caſu quieturum, 153
— Lex *Newtoniana* utrum demonſtrata ſecundum LEIBNITIUM, II. 364
— — Eſt aut miraculoſa, aut abſurda, 382
— — Ejus Lex a NEWTONO conſtituta naturæ & continuitatis legi repugnat, judice BERNOULLIO, I. 411
— — Secus autem ſecundum LEIBNITIUM, 415
— Explicata & demonſtrata, 415
— — In hanc explicationem difficultas a BERNOULLIO propoſita, 420
— — De ea re ultimum LEIBNITII judicium, 424
— *Solaris* ſine motu materiæ *circumſolaris* intelligi nequit ſecundum LEIBNITIUM, II. 124
— Specifica *liquorum* per *Pendulum* explorata, 266
GREGORIUS (*Jacobus*) utrum prior invenerit *arithmeticam Circuli Quadraturam*, 309. 313. 317. 320. 337
— Eam LEIBNITIO aſſerit GREGORII *Fratris Filius*, 338
— Illam GREGORIO non negat LEIBNITIUS ipſe, 341
GREGORIUS (*David*) ſcribit *Catoptricæ* & *Dioptricæ* elementa, ubi *Sectionibus Conicis Circulos* oſculantes ſubſtituit, I. 185. 196. II. 105. 137
— Hoc faciendum antea monuerat LEIBNITIUS, I. 185. 196. 204. II. 105. 137
— Agit de *Catenaria*, I. 387. 393. 400
— — BERNOULLII judicium, 400
— — Et LEIBNITII, 403. II. 150
— — — Qui in hanc Diſſertationem animadverſiones ſcribit, I. 403. 406
— — — Has probat BERNOULLIUS, & ut *Actis Eruditorum* inſerantur Auctor eſt, 406
— — Putat ſolam *Catenariam* vulgarem eſſe *Fornicibus* aptam, & ana de *Fornicibus*, 412
— Ejus reſponſio ad LEIBNITII animadverſiones, & de ea BERNOULLII judicium, II. 29
— — De ea LEIBNITII ſententia, 31. 106

— Editioni parat ſua *Aſtronomiæ Phyſicæ & Geometriæ Elementa*, II. 51. 86
— — Edita, 86
— — De illis LEIBNITII judicium, 137
— De eo & ejus libris judicium LEIBNITII, 105. 137
— Oppugnat ea, quæ pro *Vorticibus* attulerat LEIBNITIUS, 124
— Quandam proprietatem tribuit Ellipſibus *Caſſinianis*, quam erroneam agnoſcit, 137
— Scribit *Exercitationem De Dimenſione Figurarum*, 320
— — Ubi *arithmeticam Circuli Quadraturam* LEIBNITIO tribuit, 320. 338
GRILLETUS *machinam* quandam *arithmeticam* conficit, I. 289
GRONINGIUS habet quoddam HUGENII *manuſcriptum*, 208
— — Quod ſibi promiſſum expetit BERNOULLIUS, 232. 241. 245
— — Ejuſdem de eo manuſcripto ſententia, II. 328
— Ejus elogium, I. 224
— Parat *Cycloidis* hiſtoriam, 224. 228. 232. 241
— — Pro ea conſcribenda LEIBNITII conſilia, 228. 443
— Molitur novam operis *Newtoniani* editionem, 241.245
— Edit mathematica quædam ſchediaſmata, 443
— — De illis LEIBNITII judicium, 449
— Scribit *Bibliothecam univerſalem*, II. 61
— — Cui inſerit hiſtoriam *Cycloidis*, 61
— — — De qua BERNOULLII judicium, 61
— — Cujus partem alteram ſcribere cogitat, 61
— — Et ad cujus calcem edit manuſcriptum *Hugenianum*, 328
— De ſua *Cycloidis* hiſtoria & *Bibliotheca univerſali* LEIBNITII ſententia, 65
— Aggreditur novas quaſdam recenſiones litterarias, 77
GUILLELMINUS (*Dominicus*) HERMANNO Cathedram *Patavinam* poſtulanti favet, 150
— Eligitur *Archiater* Magni Ducis *Etruriæ*, 223
— Moritur, 229
— Rei *aquariæ* peritus, 273
— — De qua ſcribit, 342
— — — Et quidem duos libros, de quibus LEIBNITII judicium, 346
— — De ea re cum PAPINO diſputat, 346. 349
GULDINUS: ejus regulam ampliat LEIBNITIUS, I. 144
— — Quæ legitur in PAPPI *Collectionibus Mathematicis*, II. 138

H

Digitized by Google

H

HALLEIUS laudatus laudat NEWTONI *Theoriam Lunæ*, II. 106
— Edit librum APPOLLONII de *Sectione rationis* & *Conica*, 154. 159. 290
— Parat editionem MENELAI, 290
HAMELIUS, hiſtoria *Academiæ* Scientiarum *Pariſinæ* ab eo ſcripta, I. 427
— ejus hiſtoriæ excerptum ad LEIBNITIUM pertinens, 437
— ipſius munus atque obitus, II. 160
Harmonia præſtabilita, ſeu animæ & Corporis commercium, Vide *Anima*,
HARTSOEKERUS quid ſentiat de *atomis* perfecte duris & de materia perfecte *fluida*, I. 279. 316. 326
— objectiones in ejus conjecturas, ipſiuſque reſponſa, II. 236. 246
— Quædam ad eum pertinentia, 247. 250. 257. 265. 283
— Illius conjecturæ *Phyſicæ*, 354. 357
— De ipſius *dilucidationibus* judicium, 357
Helvetiæ totius Mappa *Geographica*, 228
HERMANNUS LEIBNITIUM defendit adverſus NIEUWENTIITIUM, 30. 34. 45
— Laudatus, 139. 163. 170. 173. 177. 180. 222
— Commendatus *Ultrajectinis*, *Venetis*, *Lugdunenſibus*, *Francofurtanis*, 107. 144. 148. 150. 188. 223. 258. 261. 263
— Ejus *Mathematica* quædam, 117. 153. 159. 385. 388
— Ipſius inventa circa Stationes *Planetarum* in *Berolinenſibus Miſcellaneis* edere parat LEIBNITIUS, eumque in *Regiam Societatem* introducere, 179. 182
— *Phoronomiam* molitur, ubi more *Veterum* omnia demonſtrat, & cur, 245. 256. 300. 360
— Ad *Francofurtanam* Profeſſionem vocatus, 227. 268. 270. 272. 275
— BERNOULLII apologiam ſuſcipit, 248
— De ejus *Phoronomia* LEIBNITII & BERNOULLII judicia, 360. 361. 365. 369
HERR (*Burchardus*) *San-Gallenſis* Monaſterii Bibliothecarius, I. 44. 46. 52. 65
HEURÆTII inventum cuinam tribuendum cenſeat HUGENIUS, II. 314

Hippocratis Lunulæ, hujuſque partium quadratura, I. 203. 206. 209
Hirius aggreditur Problema *celerrimi deſcenſus*, 287. 289
— Quædam ad eum pertinentia, 342. 343. 345. 346. 348. 352. 355. 358. 412. II. 172. 177. 178. 213. 216. 257
— Judex conſedit litis Rollium inter & Saurinum motæ, 150. 153
— Quomodo *Tabulas Aſtronomicas* conſtruat, 153. I. 368
— Ejus elogium, 352. 358
— Edit ſpecimen pro determinanda *Curvatura Radii* per medium continue difforme tranſeuntis, II. 148. 150. 153. 159
— Quid de illo dixerit Leibnitius circa dentium *Epicycloidalium* inventionem, 172. 177. 178
— Adfuit Mariotti obſervationibus, cum hic *Colorum* mutationes exploravit, 213. 216
Hiſtoria *Cycloïdis*. Vide, *Cycloïs* & Groningius.
— *Pariſinæ* Scientiarum *Academiæ*, a quo conſcripta, I. 405. 437
— Phyſico-Medica, II. 64
— Calculi infiniteſimalis. *Vide*, *Calculus infiniteſimalis*.
Hiſtoire des Ouvrages des Savans, I. 271. 272. 287
Hofmannus clariſſimus *Halenſis* Medicus quid in Phyſico-Medica *Hiſtoria*, juſſu Principis conſcripta, contulerit, II. 64
Hollanderus, ejus *Amalthæum Aſtronomicum*, I. 186
— Laudatus, 207. II. 181
— Tradit Regulam pro determinanda *Eclypticæ* obliquitate, I. 191. 197. 204. 207
Hombergius *Pariſinæ* Scientiarum *Academiæ* Membrum Phoſphorum mercurialem Bernoullii imitari conatur, II. 26. 170
Hoockius quid circa *Barometrorum* Conſtructionem invenerit, 65. 67
— Quid in Doctrina de *Planetarum motu* ſe præſtitiſſe contenderit, 331
Horologium *lucidum* ejus Conſtructio a Bernoullio indicata, 27
— *oſcillatorium*, 370. 371. 374
— *turbinatorium*, 366. 370
— — A quo confectum, 382
— — in quo differat ab *oſcillatorio* Hugenii, 370. 371. 374
Hortorum melioratio: de ea ſcribit Fatius, 50. 55
Hospitalius *Marchio*, quædam quæ inter eum & Bernoullium geſta ſunt, I. 5. 9. 10. 12. 58. 61. 77. 81. 82. 83. 90. 93. 104

I. 104. 177. 180. 192. 197. 205. 232. 233. 236. 240. 242. 244. 287. II. 127
Hospitalius Problemata quædam ſolvit, I. 28. 44. 249. 253. 254. 260. 334. 338
— Quædam ad eum pertinentia, 39. 42. 236. 246. 313. 353. II. 14. 15. 16. 23. 25. 29. 48. 237
— Bernoullio procurare conatur Profeſſionem quandam Mathematicam in *Batavia* vacantem, I. 45
— Ejus generalis *Cycloïdum* Quadratura, 102
— Edit librum ſuum de *Principiis Calculi Differentialis*, aut *Analyſim infinite parvorum*, 180. 207. 211. 224. 265. 350. II. 143. 317
— Laudatus, I. 247. 249. II. 117
— Moritur, 114
— Relinquit Opus *Conicum*, 124. 151. 180. 304
— Ejus Uxor Matheſim docta, I. 330
Hostius (*P. Jeſuita*) ſcribit de re navali, II. 3. 6. 17
Hottingerus laudatus, 111
— Scribit in *Hypotheſim* Copernici, 249. 251
Huddenius laudatus, I. 186. 247
— Quædam ad ejus Regulam de *Maximis* & *Minimis* ſpectantia, II. 41. 46. 50
— Cui moriens Schedas ſuas *mathematicas* relinquat, 120
— Scribit de *reditibus ad vitam*, 219
Huetius, I. 336
Hugenius laudatus, 12
— Quædam ad eum pertinentia, 9. 10. 12. 17. 44. 69. 99. 100. 104. 144. 152. 166. 171. 247. 268. 279. 358. 438. 440. II. 61. 110. 172. 178. 212. 297. 309. 313. 314
— Moritur, 69. 81. 88. 93
— Quibus ſchedas ſuas mathematicas committat, 93. 98. 104. 180
— Ejus *mathematica* quædam, I. 136. 146. 152. 153. 158. 171. 170. 228. 244. II. 93. 96. 98. 110. 128. 138. 172. 335. 370. 374
— Ejus manuſcripta quædam, I. 155. 159. 166. 171. 177. 184. 203. 208. 211. 241. 378. 380. II. 326. 328
— Illius *Coſmotheoros*, I. 313. 378. 380. II. 249
— *Barometrum* novum excogitat, 60. 65
— Phyſica quædam, 93. 94. 96. 98. 128. 335
Hydracontiſteria *Batava*, 65. 68
Hydraulica, 341. 346. 348. 352
Hyperbola Spiralis, 230
— cujuſcunque gradus tranſmutatæ in alias *Curvas* æquales & diverſi generis, I. 367

Hyperbolæ & *Ellipſeos* rectificatio ad earundem *quadraturas* reduci nequit, 15
— Eſt *Diaclaſtica*, 316
— Ejus *quadratura* utilis ad comparandos Arcus *Parabolæ*, 166. 203. 352. 355. 357. 359. 362
— Ad ejus & *Circuli* quadraturam quæ *Curvæ* revocari poſſint, 1423
— Omnes ejuſdem *Axis tranſverſi* a qua Curva ſecentur ad rectos Angulos, II. 367. 371. 373. 376. 380
— Omnes ejuſdem *Verticis* & *Axis tranſverſi* ſed *Parametrorum* variabilium a qua *Curva* ſecentur ad rectos Angulos, 368

I

Ideæ confuſæ, I. 442. 451
— diſtinctæ, 442
Impenetrabilitas. Vide, *Eſſentia*, *Extenſio* &c.
— non derivatur ab extenſione, II. 279
Impetus, ſive motio; ejus quantitas, I. 62
Plura vide in *Dynamica*, *Phoronomica*, &c.
Impulſio utrum ſemper vim æqualem producat in impulſo, 97. 102. 105. 110. 120. 130. 139
Inceſſus, ſeu motus *lineæ* ſuper *lineam*, II. 146
Incidentiæ & reflexionis æqualitas an bene demonſtrata a CARTESIO & KEPLERO, 99
Incrementa velocitatum per *interpoſitionem corporum*, 98
— ſpatiorum proportionalia decrementis virium in mediis reſiſtentibus, I. 131
Indeterminatarum ſeparatio, 7
Indiviſibilium *Geometria* a quo inventa, 391
Infinita, magnitudine & parvitate; de ea re controverſia inter LEIBNITIUM & BERNOULLIUM, 370. 375. 384. 390. 397. 402. 404. 407. 410. 413. 415. 417. 420. 423. 427. 431. 437. 444
— eorum ordines, 375. 380
— difficultas de his ordinibus, 382
Inſtituta Academiæ Scientiarum *Pariſienſis*, 446. 454
Inſtitutio Collegii ad *artificia* deſcribenda, a quo ſuſcepta, 369
Integralia quædam, 20. 26. 27. 35. 40. 46. 52. 61. 65. 71. 75. 188. 197. 198. 216. 221. 223. 226. 231. 285. 291. 297. 337
— reciproca differentiis, 36
— comparata cum *radicibus*, 66
— ſeries iis utilis, 98

Plura vide in *Quadratura*.
Integralis Calculus quomodo dictus a LEIBNITIO, II. 161
Integrandi quantitates *differentiales* cujuſque gradus methodus generalis, I. 53
Integrationes an quid contineant reſpondens *radicibus* affectis aut irrationalibus, 47
Inventio Anthliæ *Pneumaticæ*, cui debetur, II. 314
Ipecacuanha, I. 127. 146
Irrationalitas eadem eſſe debet in Termino *ſummatore* & *ſummando*, 50. 61
Iſochrona a LEIBNITIO determinata, 206
— Paracentrica a LEIBNITIO conſtructa, 23. 34
— — Simplicius a BERNOULLIO, 34
— Infinitæ per quodvis punctum duci poſſunt, 44
— Curva eſt *Cycloïs*, 190
— Hujus proprietatis Demonſtratio PARDIESII, 366. 369
— BERNOULLII, 366. 369. 374. 387
— BROUNKERI, 369
Iſodynamæ figuræ, quæ, 386. 392
Iſoperimetrorum Problema, 280. 284. 295. 305. 310. 315. 328. 386. 391. 397
— Analyſis *Jacobi* BERNOULLII edita, II. 46. 49
— — De ea Judicium LEIBNITII & HOSPITALII, 48

J

JABLONSKIUS Secretarius Regis & *Regiæ Societatis Berolinenſis*, II. 58. 59. 89. 90. 238
JENICKIUS laudatus, 140
JULIUS CÆSAR, ejus pertinax litterarum ſtudium, I. 201
Jus, in eo uſus *Artis conjectandi*, II. 225
— De ea re Diſſertatio *Nicolai* BERNOULLII, 217. 219. 222

K

KEILIUS dicitur *Lugdunum* vocandus, II. 223
— Demonſtrat *Cycloïdis tautochroniſmum*, 283
— Quibus permotus NEWTONO *Methodum Fluxionum* aſſerit, 308
— Diſſertationem manuſcriptam LEIBNITIO mittit, & hujus reſponſio, 313

— Quædam ad eum & *Calculum infiniteſimalem* pertinentia, 320. 323. 330. 334. 351. 359. 361. 375. 376. 379. 381. 389
— Quædam ad hiſtoriam *Calculi infiniteſimalis* ſpectantia edit, 341. 343. 347
KEPLERUS videt connexionem *Diaclaſticæ* & *Hyperbolæ*, I. 315
— *Ellipſibus* ab eo uſurpatis pro *Planetarum* orbitis novas ſubſtituit CASSINUS, 368
— Ejus & CARTESII modus demonſtrandi æqualitatem *Incidentiæ* & *Reflexionis* impugnatus, a quo, & utrum merito, II. 99
KRAFTIUS a BRANDIO Phoſphorum quendam accipit, 24
KUNKELIUS a BRANDIO Phoſphorum quendam accipit, 22. 24. 28

L

LAGNIUS (*Gallice* LAGNY) dat appropinquationes quaſdam pro *æquationibus*, ex quo fonte deductas, I. 228. 232. 240
— Cogitat ſcribere hiſtoriam *quadraturæ Circuli*, II. 300. 302
— Quædam ex ejus operibus petit LEIBNITIUS, 304
LALOVERA, Auctor *Itinerarii Siamenſis* multa meditatur de continuatis *Quotientium* inveſtigationibus, I. 228
LA HIRIUS, Vide HIRIUS.
LA MONTRE, Vide MONTRÆUS.
LANA (*Franciſcus*) *Phyſicam* more mathematico tractat, II. 234
Leges motus a CARTESIO traditæ utrum veritati conſonæ, I. 103. 106
— Ad eas faciens lex de conſervanda directionis quantitate, 125. 134
— Una *formula* traditæ, a BERNOULLIO, 135
— — Et a LEIBNITIO, 145
— Traditæ a MALLEBRANCHIO, & poſtea ab eo mutatæ, 307. 313
— — Utrum recte, 316
— Et a LA HIRIO, 344
— — Unde ab eo deductæ, 346. 348
— — Conſectaria inde confecta, 344
— Alia ad hanc rem pertinentia, 145. 152
— Quo criterio examinentur, 300
— Earum principia ex ſola *extenſione* & *impenetrabilitate* derivari non poſſunt, 398
— Conſtitutæ ab HUGENIO, II. 93
— — De iis LEIBNITII judicium, 98

LEIB-

Leibnitius meditatur opus de *Scientia Infiniti*, I. 4. 6. 16. 18. 35
— *Quadraturas* per motum excogitat, 3. 6
— — Rationem conſtruendi omnes *æquationes primi gradus*, 10
— methodus revocandi *Quadraturas* ad *Series*, & hujus methodi incommoda, 15
— Quomodo in *Calculum Differentialem* incidit, 21. II. 61. 381
— — & *Calculum exponentialem*, I. 10. 13. 18
— — & Curvas ex *Tangentium* proprietate, II. 14. 17
— Quadrat Curvam quandam *exponentialem*, II. 19. 25. 32
— Integrat quantitatem quandam *Logarithmicam*, 21. 26
— Conſtruit Curvam *Iſochronam* paracentricam, 23. 34
— Petit monumenta quædam hiſtorica, 24. 37. 46. 52. 73. II. 107
— Seriem quandam generalem invenit, I. 35. 40
— Diſputat cum *Jacobo* Bernoullio de natura *oſculi*, 34. 43. 51. 62. 68. 78. 83. 91
— Contrahit Quadraturarum inquiſitionem, 50
— *Dynamicam* tractat, 62
— — De ea ſcribit Librum, 144. 171
— *Johannem* Bernoullium hortatur ad Medicinæ operam dandam, 72. 80. 82. II. 273. 280
— Conſiliarius eligitur, I. 195. 200
— Meditationes de Cognitione, Veritate, & Ideis, 196
— Hortatur *Academiam* Scientiarum *Pariſienſem* ad condendas novas Ephemerides, II. 9
— Auctor eſt ut erigatur Regia Societas *Berolinenſis*, & edantur *Miſcellanea Berolinenſia*, 15. 16
— Excogitat Arithmeticam binariam, 36. 37. 44. 47. 140
— — & Machinam Arithmeticam, I. 279. 282. 288. 437
— — Et Horologium *motus æquabilis*, 437
— Auctor eſt ut in Regno *Boruſſia* conficiatur Hiſtoria Phyſico-Medica, II. 64
— Hiſtoricis operam navat, I. 302. II. 224. 372
— Utrum inventor *Calculi infiniteſimalis*, 283. 286
Plura vide in *Calculus Infiniteſimalis*.
— Diſputat cum Clarckio, 381. 383. 391. 395
— Scribit animadverſiones in Carteſium, I. 268. 289. 300. 336
— Ejus negotia & ſtudia, 302
— Communicat Hugenio *Phoſphorum liquidum*, 437
— Agit cum Hartsoekero de quibuſdam Physicis, 279. 316. 326. II. 236. 246. 347. 250. 257. 283. 354. 357
— Defenſus contra Nieuwentiitium, 30. 34. 45

Leibnitius Edere cogitat quædam Hermanni, & eum in *Regiam Societatem Berolinenſem* introducere, II. 179. 182
— tractat *LOXODROMICAM*, I. 444
— ejus judicium de *Analyſi* Problematis *Iſoperimetrici* facta a *Jacobo* Bernoullio, II. 48
— diſtichon facit in honorem *Jacobi* Bernoullii, 141
— ſollicitat editionem ſcriptorum a *Jacobo* Bernoullio relictorum, 211. 273
— curvas transformat in alias diverſi generis ſed æquales per *Specula cauſtica*, 95. 97. 102. 108. 130. 140. 142
— — & per *motum reptorium*, 133. 138. 146. 152. 156. 163. 171. 172. 174. 178. 183. 186. 211. 214. 219.
— ejus *Theodicea*, 353. 356. 360. 381
— — de ea Bernoullii judicium, 396
— utrum Calculi *infiniteſimalis* inventor, 151. 154. 155. 161. 283. 286. 291. 299. 300. 302. 308. 313. 315. 320. 323. 325. 327. 330. 334. 337. 340. 343. 351. 358. 361. 364. 367. 375. 377. 378
— *Anglis* Problemata proponit, 316. 344. 359. 361. 367. 371. 373
— hortatur *Nicolaum* Bernoullium ad perficienda cœpta *Jacobi* Patrui de *Arte conjectandi*, 225
— — & ad operam dandam rei aquariæ, 341. 346. 348. 352
— *Patavinam* Profeſſionem ei debet Hermannus, 150. 180. 188. 261
— — & *Nicolaus* Bernoullius, 258. 261. 263. 265. 268. 270. 272. 275. 280. 284. 321. 325. 327. 332. 384. 387. 393
— *Francofurtanam* Profeſſionem ei debet Hermannus, 257. 258. 261. 263. 264. 268. 270. 272. 275
— petit ſolutionem Problematis de *Trajectoriis* a *Nicolao* Bernoullio excogitatam, 373
— a Blyswikio magni æſtimatus, I. 377
— petit monumenta quædam *hiſtorica*, 24. 38. 44. 46. 52. 62. 65. 73. 74. 94
— ejus de Borello, Galilæo, & Cavallerio judicium, II. 389. 391
— tradit *Seriem* quandam pro *Circulo*, I. 227
— agit cum Bernoullio de *motu reptorio* & *Curvis multigibbis*, II. 163. 164. 165. 166. 171. 172. 174. 176. 184. 186. 211. 214. 217. 265
— — de *Synchronis*, I. 178. 190. 286. 290. 293. 294. 303. 306. 309. 311. 314. 317. 319. 322. 323. 327. 326. 332. 333. 337. 343
— — de *Curvarum transformatione* per *Coëvolutionem*, II. 102. 108. 134. 140. 142. 144. 145. 149. 156. 160

Digitized by Google

LEIBNITIUS agit de *Curvarum transformatione* per *motum reptorium*, II. 133. 138. 156. 163. 164. 165. 166. 171. 172. 174. 176. 178. 184. 186. 211. 214. 217. 265
— de *Curvarum Quadratura*, I. 4. 5. 6. 9. 12. 14. 15. 22. 23. 28. 35. 40. 41. 46. 50. 60. 99. 104. 219. 367. II. 124
— de *Curvarum enumeratione*, I. 71. 80. II. 124. 331. 334. 335
— de *Catenaria* & *curvatura* Fornicis ſemet ſuſtinentis, I. 401. 403. 411. 412. 416. 420
— de *Curvatura* Radii per *medium* inæqualiter *denſum* tranſeuntis, 17. 24. 178. 185. 194
— — de Curva *citiſſimi appulſus*, 283. 286. 289. 290. 294. 302. 309. 317. 319. 322. 324. 330. 331. 334. 338. 343
— — de Curvis *percurrentibus*, ſeu *exponantialiter tranſcendentibus*, 7. 8. 10. 13. 14. 15. 18. 19. 25. 30. 49. 59. 68. 77. 83. 91. 94. 102
— — de Curvis *retrogradis*, 59. 67. 76. 83. 161. 170
— — de Curvis conſtruendis ex data *Tangentium* conditione, II. 14. 17. 34
— — de Curvarum *evolutione*, 76. 83
— — de Curvis per *Focos* deſcribendis, 81. 84
— — — & de harum *Tangentibus*, 211. 212. II. 117
— — de Curvis *quadrabilibus*, I. 202. 207. 209. 224
— — de *Maximis* & *Minimis*, 47. 48. 55. 56. 67. 179. 286. 298. 306. II. 161. 170
— — de Curvis *Flexum contrarium* habentibus, I. 59
— — de Dynamica, 63. 68. 79. 84. 91. 95. 102. 105. 109. 113. 115. 121. 123. 125. 132. 140. 143. 151. 157. 164. 170. 176. 185. 335. 339. 343. 345. 377. 379. 429. 432. 471. 474. II. 1. 3. 6. 7. 8
— — de ſubſtantiarum activitate, I. 450. 463. 471. II. 3. 5. 7
— — de Æquationibus *Differentialibus*, I. 7. 10
— — — & de percurrentibus, 8. 11. 14
— — de Curva Segmentorum, 207. 209. 212. 257. 261. 269
— — de Anima, & ejus cum *Corpore* commercio, 69. 415. 420. 424. 430. 435. 439. 483
— — de Phoſphoro mercuriali, II. 19. 21. 24. 27. 31. 33. 35. 37. 48. 50. 51. 53. 56. 62. 64. 67. 70. 73. 86. 89. 91. 140. 235. 238. 242. 247. 251. 357
— — de Attractione *Newtoniana*, I. 411. 415. 420. 424. II. 364. 382
— — de Barometris, I. 368. 385. 478. II. 60. 61. 65. 67. 70. 71. 78
— — de Corporum duritie, I. 300. 307. II. 246. 257
— — de Motu Muſculorum, I. 42. II. 242. 256. 273

LEIB-

Leibnitius agit de conſenſu inter *Poteſtates* & *Differentias*, I. 46. 53. 65. 75. 104. 107. II. 238. 243
— — de *Virium æſtimatione*, I. 335. 339. 344
— — de *Legibus motus*, 335. 339. 345
— — de *Oenometro* quodam, 368. 394. 396. 405
— — de *Functionibus*, 392. 399
— — de *Calendario* reformando, II. 9. 12. 13. 16. 23. 29. 31. 49.
— — de Rollio *Calculi Differentialis* adverſario, 23. 25. 39. 40. 46. 50. 170. 172
— — de *arithmetica binaria*, *quaternaria* & *decadica*, 36. 38. 44. 47
— — de Huddenii Methodo de *Maximis* & *Minimis*, 41. 46. 50
— — de Machina Arithmetica, 239. 243
— — de *reſiſtentia* orta ex *lubricitatis* defectu, 240. 244. 254. 259. 262
— — de Vi *centrifuga*, 131. 135. 253
— — de Curvarum transformatione, 95. 97. 102. 108. 133. 140. 142. 144. 145. 149. 152. 160. 163. 171. 172. 178. 183. 186. 211. 214. 219
— — de *Lege continuitatis*, I. 409. 411. II. 110
— — de *Mundis* atque *animalibus* noſtris majoribus ac minoribus &c. I. 410. 415. 420
— — de *Natura corporum* atque materiæ, 63. 69. 379. 389. 398. 402. 404. 407. 413. 418. 423. 427. 429. 432. II. 65. 68. 92. 119
— — de *Dei* Attributis, I. 433. 438. 441. 445. 450. 454. 479. 481. II. 2
— — de *Gravitatis* cauſa & actione, I. 93. 97. 102. 105. 110. 119. 128. 138. 148. 156. 160. 168. 174. 184. 189. 202. 429. 432
— — de *Monadibus*, 398. 402. 407. 413. 417. 424. 427. 429. 432. 434. 439. 442. 451
— — de infinite *magnis*, infinite *parvis*, & *infiniteſimis* Progreſſionum *Terminis*, 370. 375. 380. 382. 390. 397. 402. 404. 407. 413. 418. 423. 427. 431. 440
— — de *Atomis*, 301. 307. 312. 316. 329. 390. 429. 442. 454
— — de *Vacuo*, 399. 418. 422. 427. 429. 433. 441. 445. 451. 454
— — de *Aëris* compreſſione, 455. 458. 475. 477. 479. 482. II. 2
— — de *Logarithmis* numerorum negativorum, 269. 277. 278. 282. 287. 292. 296. 298. 303. 305. 312. 315
— — de puncto *Regreſſus* in Curvis, I. 59. 67. 76. 83. II. 161. 170. 172
— — de differentiatione de *Curva* in *Curvam*, I. 319. 321. 331. 334

Leib-

LEIBNITIUS agit de Thermometris, I. 373. 385. 391
— — de novis Speculis cauſticis, II. 68. 70. 72. 102. 107
— — de motu radente, 146. 152
— — de Calendario reformando, 9. 12. 14. 16. 23. 29. 31. 49
— — de Horologiis turbinatoriis, 382
— — de Celeritatibus, earum proportione & decrementis, I. 63. 68. 123. 126. 131. 136. 139. 409
— — de Viribus centrifugis, ſeu conatibus excuſſoriis, 115. 123. 133
— — de lege Continuitatis, 300. 306. II. 100
— — de Animalium morte & organorum diſſolutione, I. 415. 420. 430. 435
— — de Elaſticitate, 377. 379
— — de Trajectoriis, 17. 23. 178. 190. 194. 204. 209. 213. 283. 306. 311. 314. 326. 333. 334. 408. II. 361. 365. 367. 371. 373. 376. 377. 380. 386. 388. 390. 395. 396
— — de Dei Attributis, I. 423. 427. 430. 433. 438. 441. 445. 450. 454. 475. 479
— excogitat methodum Differentiandi de Curva in Curvam, 319. 322
— — quæ generalius traditur, 330
— — hinc perficit Calculum integralem, 322. 337
— ejus ſententia de Hermanni Phoronomia, II. 360. 361. 365. 369
— — & de quibuſdam Auctoribus rei Aquariæ, 346
— laudat LA HIRIUM, I. 352. 358
— — de quo vide pariter, II. 148. 150. 153. 159. 172. 177. 178. 213. 216
— laudat HOLLANDERUM & ejus Amalthæum Aſtronomicum, I. 186. 191. 197. 202. 204. 207. II. 181
— — Artem conjectandi Jacobi BERNOULLII, cujus editionem flagitat, 211. 220. 225
— — diſputat cum BAYLIO de quibuſdam Philoſophicis, I. 405. 435. 439. II. 77
— — ſcribit animadverſiones quaſdam in CARTESII Philoſophiam, I. 268 300. 306. 431
— — excogitat Regulam inveniendi Coëfficientes cujuſvis Termini in Poteſtatibus, 47. 66
— ſolvit Problema de Curva Segmentorum, 207. 209. 212. 224. 257. 261. 263. 269
— — & de Curva celerrimi deſcenſus, 172. 183. 188. 195
— — de Curvarum transformatione, II. 102. 108. 134. 143
— — de Curva Iſochrona, I. 206
— — de Iſochrona paracentrica, 23. 34. 44

Plura vide paſſim in toto *Indice* & *Libro.*
LIEUTADIUS *Pariſini* Calendarii annuus Calculator, II. 153
Linea breviſſima ducenda de puncto ad punctum in ſuperficie curva, I. 338. 343. 347. 387. 393. 401
Linearum elementa non dantur, 397
— — limites non elementa ſunt puncta, 398. 402
LINUS (*Franciſcus*), 455. 458
LOCKIUS, II. 381
Logica poſſibilium, 220
Logographum HUGENII, I. 378
LOGARITHMICA eſt curva *percurrens* & utilis ad omnes *percurrentes* conſtruendas, 8. 10. 90
— ejus geneſis, II. 293
— ad rectos angulos ſecat *Parabolas* omnes habentes eumdem *Axem* & eamdem *Parametrum* ſed *Vertices* mutabiles, I. 17
— omnes per *curvam* ad rectos Angulos ſecandæ, 179. 190. II. 209
— *ſpiralis*, I. 18. 77. 179. II. 230
— quadratura, I. 447. 452
Logarithmi quantitatum negativarum utrum dentur, II. 269. 276. 278. 282. 286. 292. 296. 298. 303. 305. 312. 315
Longitudines inveniendæ, & præmium ideo propoſitum, 340. 346. 354
LOXODROMICA plana, *vide* Logarithmica *ſpiralis.*
— tractata a LEIBNITIO & a *Jacobo* BERNOULLIO, I. 444
Ludi aleæ mathematice tractantur ab HUGENIO & FRENICLIO, 244
— a MONTMORTIO, II. 211. 216. 222. 265
— a *Jacobo* BERNOULLIO, 211. 222
— & a MOIVRÆO, 265
Lunæ Theoria *Newtoniana*, 360
Lunulæ HIPPOCRATIS, quadratura, I. 203. 206. 209
Vide Curvæ.
Lux aquæ marinæ, unde, II. 28. 32
— Mercurii, 28. 32. 33
— ejus radii in quam curvam flectantur quando tranſeunt per medium inæqualiter denſum, 148. 150. 153. 159
— quomodo id poſſit definiri ſecundum BERNOULLIUM, I. 17. 178
— LEIBNITIO adprobante, 24. 185
— hoc Problema affine eſt Problemati curvæ *celerrimi deſcenſus*, 178. 185. 194

Digitized by Google

M

MAchina *arithmetica* LEIBNITII; ejus effectus, deſcriptio &c. I. 279. 282. 288. II. 234
— — HUGENIO probata, I. 279
— — Et BERNOULLIO, 293
— — — Deſcripta in *Miſcellaneis Berolinenſibus*, II. 239. 243
— MORLANDI, I. 289
— Alia, 282
— — Forte GRILLETI, 289
— POLENI, II. 229. 234. 239
Machina quædam, ex cujus ſtructura oritur reſilitio, eſt omne Corpus, I. 379. 381. 390
MACKRELIUS, 244. 247. 253
Magnitudo anni incommenſurabilis, II. 10
MAJORVIUS; ejus ſententia de *Motu Muſculorum*, 256
MALEBRANCHIUS; ejus memorandum effatum, I. 31
— — De quo LEIBNITII ſententia plane notabilis, 33
— Habet hebdomadatim *conferentias*, 41
— Agit de *Legibus motus*, 307. 313. 316. 447. II. 110
— Quædam ad eum pertinentia, 110. 170. 237
— Ejus remedium univerſale, 39
Malum a Deo permiſſum: LEIBNITII de hoc ſententia, I. 433. 438. 445
MANNEVILLÆUS: hiſtoria ab eo narrata, 465
MARIOTTUS agit cum LEIBNITIO de *concurſibus* Corporum, 346. 348
— Tentat NEWTONI experimenta de *Luce & Coloribus*, II. 213. 216. 234
— — De ea re BERNOULLII judicium, 242. 246
— — — Et LEIBNITII, 245
— Conſcribit Libellum ad uſum *Ingeniariorum*, I. 65. 70
MASSONUS, II. 127
Materia: de ejus natura LEIBNITII ſententia, I. 62. 69
— Eam non conſtituunt ſolæ *extenſio* & *impenetrabilitas*, 379. 381
— — objectiones VOLDERI, 382
— — LEIBNITII reſponſiones, 382
— — Ejuſdem argumenta, 398
— — BERNOULLII difficultates, 389. 402
— — LEIBNITII reſponſa, 404

— — Tertium aliquod poteſt exiſtere, I. 408
— — Conſiſtit in *conatu* quodam *inſito* ſeu *vi primitus impreſſa* ſecundum BERNOULLIUM, 409
— — Secus autem ſecundum LEIBNITIUM, 415
— — BERNOULLII reſponſio, 419
— — In *activitatibus* ſeu *Entelechiis* ſecundum LEIBNITIUM, 415
— — BERNOULLII difficultates, 418 427. 432
— — LEIBNITII reſponſiones, 423. 429. 440
Plura vide in *Entelechia*.
— — Diviſio in infinitum ad elementa inſecabilia non perducit, ſecundum LEIBNITIUM, 385
— — — quæ tamen dantur ſecundum BERNOULLIUM, 390
Vide Elementa, Eſſentia corporis.
Matheſis Medicinæ utilis & naturæ clavis, 4
— Superior ubique infiniti conſiderationem involvit, *ibidem*.
MAXIMA & *MINIMA*: nova meditatio: tentamen per *Series*, 47. 55. 67. 167
— *Maximorum* & *Minimorum*, 57. 67. 179
— — Horum gradus, 57
— Numerica, ſeu quantitatum per ſaltum creſcentium, 57. 67
— Utrum ſemper habeant differentialia æqualia nihilo, 59
— In iis quiddam notabile, 286. 298. 306
— Difficultas propoſita & ſoluta, II. 161. 170
— Hujus methodi Clavis, I. 290. 295. 315. 328
— Methodus HUDDENII, II. 41. 46
Maxima aut Minima omnium Quantitatum utrum detur, I. 402
Mechanices uſus in medicina, II. 273
— utrum omnia per eam fiant in corporum noſtrorum actionibus, 273
Mechaniſmi principia ex ſola extenſione & impenetrabilitate derivari non poſſunt, I. 398
Medicina mentis, 71. 77. 80
Medicinæ ſtudium commendatum, I. 359
Medii reſiſtentia, I. 116. 126. 131. 153
Mémoires de l'Academie R. des Sciences, II. 150
Memoria in quo conſiſtat ſecundum LEIBNITIUM, 274
MENELAUS, ejus Trigonometrica & Aſtronomica, 290
MENKENIUS, I. 6. & *paſſim per totum librum*
Mens momentanea eſt corpus, 62
— ejus medicina, 71
Menſura Potentiæ, quæ, 97. 103

MER-

MERCATOR primus invenit *Series* per continuam diviſionem, II. 309. 314
Mercurius redditus lucidus a BERNOULLIO quomodo & qua occaſione, 19
— LEIBNITIO approbante, 24
— lucet pro ratione ſuperficiei, 24. 27. 31
— communicatus Regiis Societati *Berolinenſi* & Academiæ *Pariſienſi*, 21. 27. 31. 48. 50. 53
— & Aulæ *Berolinenſi*, 64. 67. 73
— hujus Phœnomeni ratio, 20. 22. 33
— quid accidat, ubi curru vehitur, 62
— pro eo præmium datum, 86. 87. 89. 91
— de eà re dubia, 140
MERSENNUS: experimentum ab eo inſtitutum, I. 117. 123
— Ad eum Epiſtola FERMATII, 212
Methodus Tangentium inverſa generalis utrum detegi poſſit, judice BERNOULLIO, 7
— *Leibnitiana* revocandi Quadraturas ad ſeries, quid incommodi habeat, 15
MICHELINUS ſcribit de re Aquaria, II. 342
MICHELOTTUS Medicus celeber, 321
— Ejus cum BERNOULLIO commercium, 321. 356. 387. 389
— — Et cum LEIBNITIO, 364. 372
Microſcopium novum a CLUVERIO promiſſum, 94
Miſcellanea *Berolinenſia* originem LEIBNITIO debent, 16. 173. 177. 212. 252
— Ad iis aliquid inferendum invitatur BER[illegible]S, 57. 173. 177. 212. 252
— — Et HERMANNUS, 173. 177. 212. 252
— Iis inſeruntur *Bernoulliana* & *Hermanniana* quædam, 212. 221. 225
— Laudata, 238. 243
Modi: dantur, ſecundum LEIBNITIUM, quæ nec *modi* ſunt nec ſubſtantiæ, I. 382
MOIVRÆUS aggreditur Problema *celerrimi deſcenſus*, 464
— Scribit animadverſiones in CHEYNÆUM, II. 122. 123. 127
— Laudatus, 130. 290
— Ejus commercium cum LEIBNITIO & BERNOULLIO, 154. 159. 215. 222
— Commendatus, 187
— ſcribit librum de *Alea*, 265
— ſolvit Problema de *Trajectoriis*, 376

Digitized by Google

Monades : earum varii gradus, I. 382
— de earum exiſtentia difficultas, 389
— definitio, 398
— — Objectiones, 402. 408. 418. 427. 432
— — — Reſponſa, 404. 414. 423. 429
Plura vide in *Entelechiæ*, *Formæ ſubſtantiales*.
MONTMORTIUS, ſcribit de Ludis a *Fortuna* pendentibus, II. 211. 216. 265
— in quem librum petit BERNOULLII animadverſiones, 222
— eum adit *Nicolaus* BERNOULLIUS, 222
— librum ſuum auget & ſecundò edit, 300. 304
— de eo vide pariter, 367. 377. 391
MORLANDUS *Rhabdologiam* perficit, I. 289
Mors quid ſit, 415. 420. 424. 430. 435
Motus adhibitus ad tetragoniſmum generalem perficiendum, 4
— curva rigida præſcripta adhibetur in hunc finem, cur, *ibidem.*
— ſine vacuo num intelligi poſſit, 62. 69
— conſpirans eſt cauſa *duritiei*, Vide Durities.
— — & *Elaſticitatis*, Vide Elaſticitas.
— ejus quantitas, 62. 143
— in quo differat a quantitate *progreſſus*, 125
— communicationis regulæ, 103. 106
— perpetuus, 117. 124
— Leges, 135. 145. 152. 345. II. 98
— mobilis tendentis pluribus velocitatibus & directionibus, I. 144
— reptorius, & ejus uſus in transformandis curvis, II. 133. 138. 156. 163 171. 172. 174. 178. 185. 186 211. 214. 219
Vide Curvarum Transformatio per motum reptorium.
— radens, 146. 152
— muſculorum, 242. 256. 260
— projectilium, 299
— aquarum ſtudium commendatum, 341. 346. 348. 352
— compoſitio, per eam demonſtrantur vires vivæ, I. 113. 121. II. 8
— — varia, utrum idem efficiat, 99
Motio quid ſit, & ejus quantitas, I. 62
— quantitas, quo ſenſu ſemper eadem ſervetur in Mundo, 157
Motricis actionis abſolutæ quantitas ſemper eadem conſervatur, 125. 143. 157
Multiplicatio potentiæ, 97. 103
Multiſectio anguli, methodum pro ea obtinenda tradit BERNOULLIUS, II. 73. 74
Mundi noſtro infinite majores & minores utrum exiſtant, I. 410. 415

Mundi

Digitized by Google

Mundi Anima, de ea ſententia ARISTOTELIS & AVERROIS, II. 365
Mundus; an in eo ſervetur ſemper eadem actio motrix, I. 157
MUSCHENBROECKIUS, II. 61. 67
Muſculorum motus, quomodo fiat ſecundum quoſdam, 242
MUYSIUS, 278. 283. 286

N

NAtura aut eſſentia Corporum in quo ſita ſit ſecundum LEIBNITIUM, I. 62. 69
— Corporis & Materiæ in *Mundi Syſtema* redactæ non conſtituitur duntaxat ab *extenſione* & *impenetrabilitate*, 379. 381. II. 65. 69. 119
— — ſed his duabus addendum eſt tertium quiddam, I. 408
— — — de quo plura vide in *Entelechia*.
— objectionis VOLDERI, 382
— LEIBNITII Reſponſiones, 382
— ejuſdem argumenta, 398
— BERNOULLII difficultates, 389. 402
— LEIBNITII Reſponſa, 398. 413
— demonſtrationum, II. 3
— *oſculi*, I. 33. 43. 51. 61. 68. 78. 83. 91
Navalis rei ſcientia, II. 6. 9
Navium ſtructura, 3
NAUDÆUS *Matheſin*, *Picturam*, & *ſculpturam Berolini* docet, 129
NEILIUS, utrum ei debeatur *Parabolæ cubicæ* Rectificatio, 314
NEWTONUS, ejus Opuſcula quædam in WALLISII Operibus inſerta, I. 185
— ejus *Calculus Fluxionum* in quo differat a *differentiali*, 191
— — an ſit primus illius inventor, II. 111. 283. 297. 308. 309. 313. 364. 375
— — unde illum deſumſiſſe ſuſpicatur BERNOULLIUS, I. 191. 195
— ejus errores ab HUGENIO notati, 208. 211
— opus aliquod vult in lucem emittere, 241
— ex eo expectatur Problema *Celerrimi deſcenſus*, 247. 253
— — illud ſolvit, 262. 266. 269
— quid ei tribuatur circa Corporum *Attractionem*, 390
— gravitatem Corporum, extra Terram, eſſe reciproce in duplicata ratione diſtantiarum a Centro, ſed, intra Terram, directe in ſimplici diſtantiarum ratione ſtatuit, 411. 415. 420. 424

NEW-

NEWTONUS litem cum FATIO habuiſſe dicitur, I. 475. 483
— — qua de cauſa ſecundum LEIBNITII conjecturas, 480
— quædam ad eum ſpectantia, II. 31. 55. 86. 106. 111. 137. 154. 247. 290. 302. 357. 361.
— an ei tribuenda *Serierum* Methodus, 97
— ejus *Lunæ* Theoria, 106. 124. 153
— ejus Optica: Enumeratio Linearum tertii ordini: Quadratura Curvarum Geometricarum publicæ fiunt, 123. 124. 180
— ejus Optica Anglice ſcripta, Latine vertitur, 159. 347
— ejus *Arithmetica Univerſalis* in publicum *Cantabrigiæ* emiſſa, 182. 185. 189
— — de ea LEIBNITII judicium, 182
— ejus excerptum quiddam *Nicolao* BERNOULLIO *Nic.* fil. mittitur, 210
— colorum experimenta quædam a MARIOTTO facta NEWTONI tentatis non congruunt, 213. 216. 234. 235
— ſecunda ejus *Principiorum Philoſ.* Editio, 223. 226. 229. 291. 299
— in ejus *Principiorum Phil.* loca quædam *Bernoullianæ* animadverſiones, 240. 241. 244. 253. 294. 299
— Regiæ Societati BERNOULLIUM propoſuit, 299
— commercium Litterarium cum BERNOULLIO habuit, 302
— differentia inter ejus Philoſophiam & *Leibnitianam*, 364
— inter eum, (vel potius CLARCKIUM) & LEIBNITIUM Philoſophica controverſia, 381. 382. 384. 390. 396
Plura vide in *Calculi infiniteſimalis* hiſtoria.
NICASIUS *Divionenſis* Abbas, Vir doctus & clarus, I. 95. 99
NICOLIUS *Cycloïdis* Hiſtoriam deſcribit, II. 300. 302
NIEUWENTIIT (*Bernardus*) *Batavus* Mathematicus, *Calculum differentialem* oppugnat, I. 70. 80. 100
— ei reſpondet BERNOULLIUS, 147. 154
— replicationem adverſus BERNOULLIUM *Actis Erud.* inſerere conatur, 158. 165
— quid ad illum BERNOULLIUS, 177
— quid ille ad BERNOULLIUM, 184
— quid in eum regeſſerit BERNOULLIUS, 188
— quid de controverſia inter illum & BERNOULLIUM judicet LEIBNITIUS, 195
— *ſecundæ* illius *Conſiderationes circa* Calculi differentialis *principia & reſponſio ad Virum Nob. G. G.* LEIBNITIUM, 225. 246
— — quid de illo ſentiat BERNOULLIUS, 225. 233. 245. 252
— — — quid LEIBNITIUS, 230. 247. 252
— — ad eas Reſponſio *Hermanniana*, II. 31. 34. 45

Digitized by Google

NIEUWENTIIT quid contra CLUVERIUM ſcripſerit, I. 241
— quædam geſta inter eum & BERNOULLIUM, 251
— quid de illius objectionibus contra *Calculum differentialem* cenſeat LEIBNITIUS, II. 25
Nitrum regeneratum a quo inventum, 314
Nouvelles de la Republique des Lettres, quis Auctor, 141
— continent litis ROLLIUM inter & SAURINUM deciſionem, 150
— — recenſionem *des doutes de* BERNIER *ſur la Philoſophie*, I. 455
— — nonnihil, quo fere BERNOULLII fratres plagii inſimulari videntur, II. 151
— — — BERNOULLIO non probatum, 151. 154
— earum Auctori admonitionem mittit LEIBNITIUS, 155
— in eis BERNOULLII defenſionem contra HOMBERGIUM inſerit DU-TAL quidam, 170. 172
— in eis aculei aliqui in BERNOULLIUM Phoſphori mercurialis inventorem inſperguntur, 251
NUGUETUS quidam Phoſphori mercurialis Auctorem apud LEIBNITIUM ſe prædicat, 235
— quid de illo BERNOULLIUS, 242
Numerus radicum æqualium, in puncto *oſculi*, quis, I. 34. 51. 68. 78. 83. 91
— inpoſſibilium in æquatione inveſtigatus, 210

O

OBDAMIUS, II. 221. 228
Objecti & ſenſationis quæ ſimilitudo, I. 442
Obliquitas Eclipticæ Terræ, *Vide* Ecliptica.
Oenometrum *Langloiſianum*, 368. 391. 394. 405
— *Leibnitianum*, 368. 371
— *Bernoullianum*, 372. 385. 391
— — aliud, 372
Obſervatio quædam optica, 278
Obſervationes PTOLEMÆI *Alexandrini*, cum recenſioribus ibidem inſtitutis collatæ, 369
OLDENBURGIUS, II. 291. 313
Oleum vitrioli, utrum ad phoſphoros conficiendos aptum ſit, 31. 33
Opificia varia deſcripta, I. 369
Oſcillationis centrum, 146. 153
— idem eſt ac centrum percuſſionis, 154
Oſculi natura, 34. 43. 50. 61. 68. 78. 83. 91

Digitized by Google

Oſculi radius in puncto flexus contrarii aliquando nullus eſt, I. 59
Ottius, 24. 31
Ozanammus, 33. 41. 49. 347. 349. 350

P

Papinus cum Leibnitio diſputat de Virium æſtimatione, I. 108. 109
— ejus objectionum fortiſſima, & de Leibnitii reſponſione judicium, 110
— ratiocinium in ipſum converſum, 112. 113
— edit *Faſciculum Diſſertationum de novis quibuſdam machinis*, 108
— — ex quo renovatur concertatio inter eum & Leibnitium, 119
— de eo judicia, 128. 132. 139. 150
— illa controverſia durat, 157. 169. 335
— ejus objectio quædam, 335
— — Leibnitii reſponſio, 335
— alia, 335. 347
— — Leibnitii reſponſio, 336. 343. 347
— — de his objectionibus & reſponſionibus Bernoullii judicium, 339. 343. 344. 351. 432
— moratur *Caſellis* apud *Landgravium*, unde diſcedit, II. 181. 183
— cathedram *Marpurgenſem* occupat aliquandiu, quam tandem relinquit, 183. 187
— impugnat Guilielmini doctrinam de *aquis currentibus*, 346. 349
Pappus: in ejus *Collectionibus Mathematicis* invenitur *Regula* Guldini, 138
— enumerat loca *plana* & *ſolida Veterum*, 151
Parabola tangit Parabolas omnes deſcriptas a globis ejectis ex omnibus mortarii elevationibus, I. 17
— omnes habentes eundem Axem & Verticem, ſed Parametros mutabiles Ellipſis ſecat ad rectos Angulos, 17. 23
— arcus inter ſe utrum poſſint comparari, 166. 203
— omnes habentes eundem Axem & eamdem Parametrum, ſed vertices mutabiles Logarithmica ſecat ad rectos Angulos, 17
— quadratura impugnata, 17
— — defenſa, II. 26
— arcus parabolici dimenſio, 174

Par-

PARDIESIUS (*Ignatius Gaſto*) ſcribit de *Legibus motus*, & de iis BERNOULLII judicium, I. 164
— — ac LEIBNITII, 170
— demonſtrat *Cycloidis* tautochroniſmum, & de ea demonſtratione BERNOULLII ſententia, 366
— — cui aſſentitur LEIBNITIUS, 369
PARENTIUS, ejus liber quidam, II. 84
— ejus *Elementa Mechanica & Phyſicæ*, 113. 115. 117. 172
— illius *Mechanica*, 179
— diſquiſitiones, 212. 216
— contra eum Apologia BERNOULLII & LEIBNITII, 265
— ejus *Miſcellanea*, 304
— adnotationes in BERNOULLII *Manuariam nauticam*, 349. 352
— qualis videatur LEIBNITIO & BERNOULLIO, 353. 356. 360
Pariſienſis Academia Regia Scientiarum; ejuſque ſocii & Inſtituta aliquot, I. 446. 454
— ejus Hiſtoria ab Hamelio conſcripta, 405. 437
Pars imperata abſciſſa a figura data definita duabus rectis & una curva ordinaria per curvam ordinariam, 229
PASCHALIUS: ejus Summas meditatur LEIBNITIUS, 21
— ſcribit hiſtoriam *Cycloidis*, 224
— — cujus *Curvæ* proprietates multas invenit, 228. 443
— Epiſtola quædam ei falſo tributa, II. 61
— ejus opuſcula quædam inedita, 96
PELETARIUS diſputat cum CLAVIO de natura *Anguli contactus*, I. 91
PELISSONIUS Auctor *Diarii Gallici* 69
Pendulorum doctrina ab HUGENIO tractata & a BERNOULLIO uno Theoremate comprehenſa, 153. 158
PENN (*Wilhelmus*) donat Librum *plumbagine* perpolitum, II. 72. 107
Perceptiones confuſæ, I. 442. 451
— diſtinctæ, 442
Percuſſionis centrum, 116. 123. 134. 136
— idem eſt ac centrum oſcillationis, 154
Phoronomica LEIBNITII, 62
— BERNOULLII judicium, 62
— — qui *Leibnitianæ virium* ſeu *potentiarum* æſtimationi non acquieſcens, in eam objicit, 63
— — — LEIBNITII reſponſio, 68
— novæ BERNOULLII objectiones, 79. 91
— — LEIBNITII reſponſa, 84. 95

— ei ſententiæ accedit BERNOULLIUS, nonnulla tamen dubia eximenda proponit, I. 102
— — eximit LEIBNITIUS, 105
— illam impugnat PAPINUS, 108
— — BERNOULLII judicium & animadverſiones, 109. 112
— controverſia inter *Papinum* & *Leibnitium* renovatur, 119. 128
— LEIBNITII in PAPINUM argumenta nonnulla, 121. 139. 157
— — judicia BERNOULLII, 132. 150
— in *Leibnitianam* æſtimationem notabilem quandam difficultatem movet & ſolvit BERNOULLIUS, 110
— — qui eam demonſtrat per *motus compoſitionem*, 113
— — — LEIBNITIO approbante, 121
— — & per *vim centrifugam*, 115
— — — LEIBNITIO plaudente, 123
— ex ea concludit BERNOULLIUS male determinatum fuiſſe *Centrum percuſſionis*, 116. 126
— — & non bene a LEIBNITIO definitum *reſpectivam medii reſiſtentiam* eſſe in *duplicata* velocitatum *ratione*, ſed eſſe in *triplicata*, 116. 134. 137
— — — LEIBNITII reſponſiones, 123. 126. 146
— — — — de quibus BERNOULLII judicium, 153
— cur nova hæc æſtimatio locum habeat in *velocitatibus actualibus*, non in *conatibus*, 116. 173
— & cur minima *velocitas* impreſſa alteri ex duobus corporibus in *æquilibrio* poſitis illud non magno impetu deſcendere faciat, 116. 173
— — æſtimationem ſuam LEIBNITIUS probat a *priori*, 123
— — — conſectaria, 125. 157
— — — hinc eductæ novæ Leges motus a BERNOULLIO traditæ, 135
— — — eaſdem tradit LEIBNITIUS, qui inde nova conficit, 145
— — — — quæ BERNOULLIUS probat & promovet, 153
— — in hoc argumentum BERNOULLII difficultas, 133
— — — LEIBNITII reſponſio, 140
— — — — cui acquieſcit BERNOULLIUS, 151
— — aliud LEIBNITII argumentum a *priori*, 143
— — — quod BERNOULLII probatur, 164
— — in hæc argumenta ſua LEIBNITII obſervationes, 170. 185
— — — & in eas BERNOULLII animadverſiones, 176. 190
— — in hanc rem objectio, 170
— — — ſoluta, 170
in

Digitized by Google

— — — — in hanc ſolutionem animadverſio BERNOULLII, I. 176
— de *Phoronomica* Librum ſcribit LEIBNITIUS & qua occaſione, 144
— — ut de ea ſcribat LEIBNITIUS rogatur a BERNOULLIO, 421
— HUGENII, quo principio innixa, & de eo LEIBNITII judicium, II. 99
— HERMANNI, 223. 256. 353. 357
— — qui hæc omnia *more Veterum* demonſtrare vult, & quare, 245
— — de eo libro LEIBNITII judicium, 360. 365
— — — & BERNOULLII, 361. 369
Phoſphorus mercurialis, 19. 67. 248. 357
— *Kunckelianus* vel *Anglicus*, 22
— — ejus verus inventor, 24
— — hiſtoria, 238
— *Bononienſis* vel *Balduinianus*, 32
— liquidus, I. 438. 440
Phyſica mathematice ſcribenda, II. 223. 228. 239
— id facere aggreditur P. *Honoratus* FABRUS, 234
— & alii, *ibidem*
PICCARDUS, obſervationem inexpectatam in Barometro ſuo quam fecit, 19
PISO, & ejus Hiſtoria naturalis Braſiliæ, I. 127
PITCARNIUS, quis, II. 86
Plumbago apta ſpeculis, 107
— & libris ornandis, 72
POLENUS; ejus *Miſcellanea*, 229. 234
— ejus *Machina Arithmetica*, & de ea LEIBNITII ſententia, 234
— creditur obtenturus *cathedram Patavinam*, 341
POLINERIUS, 170
Polinomii poteſtates ſymbolizant cum rectangulorum ſolidorum & ſuperſolidorum differentiis, I. 47
Pondera num elevari poſſint ad eandem altitudinem, nunc uno tractu, nunc per vices eadem potentia, 91. 95. 102
Pondus aëris utrum ejus *condenſationi* proportionale, 458. 475
Poſſibilia, quæ, II. 2. 5. 8. 17
Potentia ab actione diſtincta, I. 170. 176
— quando dicenda ſit multiplicata, 97. 103
— ejus productio realis a modali diſtincta, 97. 103
— corporis majoris utrum tota transferri poſſit in minus corpus quieſ-

quieſcens, I. 109. 121
Potentiæ pars utrum pereat, 109
—— conſervatio, 381
—— plures idem corpus impellentes quid efficiant, 150
—— eadem utrum elevet idem pondus ad eandem altitudinem ſive per vices, ſive uno tractu, 91. 95. 102. 105. II. 3. 6. 7
—— productio modalis & formalis, I. 103
—— menſura, 103
Poteſtates Binomii ſymbolizant cum rectanguli differentiis, 46. 65
—— Polynomii cum productis plurium dimenſionum, 47
—— —— unde promovetur calculus integralis, 52. 75. 83
—— —— utrum ſemper locum habeat hic conſenſus, 54. 66
—— earum coefficientes, 47. 54. 66
Preſſio aëris externi utrum *Barometris* vulgaribus obſit, 478
PRESTETUS, 42
PRINZ (*De*), II. 258
Problemata *ſolida* & *ſuperſolida* conſtructa per *Geometricam approximationem*, I. 222. 228
PROCLUS demonſtrat EUCLIDIS *Axiomata*, 196
Progreſſio *harmonica*; de ea obſervatio quædam, 22
—— promota, 28
—— habens *finitum Terminorum* numerum, ejus *Summa* an & quomodo reperiatur, 28. 32. 203. 207. 213
—— habens *infinitum Terminorum* numerum, ejus *Summa* eſt infinita, 218
Progreſſus quantitas quid ſit & quomodo æſtimetur, 125
—— coincidit cum quantitate Progreſſus *Centri Gravitatis*, 135. 143. 152. 339
—— in quo differat a quantitate motus, 125
—— ſemper eadem conſervatur in mundo, 125
—— —— quod probatu difficile putat BERNOULLIUS, 134
—— hinc factum putat LEIBNITIUS, ut vulgo male quantitas motus æſtimaretur, 125
—— —— idem ſentit BERNOULLIUS, 134
—— hinc demonſtratur id quod experientia oſtendit de duobus globis *duris* ſive *elaſticis*, qui *centraliter* concurrunt cum celeritatibus reciproce proportionalibus ad corpora, 125. 339. 343. 344
—— —— & quod, ſi globus unus ita in duos æquales quieſcentes incurrat, ut eorum centra faciant in momento concurſus triangulum rectangulum, ille quieſcet tota ſua vi duobus aliis communicata, 121. 126
—— hinc etiam fit (ſecundum LEIBNITIUM), ut vera maneant theoremata receptæ *mechanicæ*, item *oſcillationis*, vel *percuſſionis*, & *reſiſtentiæ*

Digitized by Google

reſiſtentiæ medii reſpectivæ, 126
— — BERNOULLII animadverſio, 136
— — LEIBNITII reſponſio, 146
— ex ejus conſervatione & ex conſervatione virium motricium conduntur veræ Regulæ pro *motus communicatione*, 135. 145
Proprietates Arithmeticæ *binariæ*, II. 36. 38. 44. 47. 140
PTOLEMÆUS, ejus obſervationes cum recentioribus collatæ, I. 369
Puncta ſunt Linearum *limites*, non *elementa*, 398. 402
Pyromontanarum acidularum effectus mirabilis, II. 387

Q

Quadrata *celeritatum* ſunt corporum *aſcenſibus* proportionalia ſecundum BERNOULLIUM, & cur, I. 63
Quadratrix eſt curva *tranſcendens*, cujus puncta poſſunt algebraïce reperiri, 77
— utrum *percurrens*, 102
— LEIBNITII, 172
— hujus *Quadratricis Quadratrix* eſt *Cycloïs*, 178
— DINOSTRATI novo modo deſcripta, II. 176. 179
Quadratura univerſalis, I. 264
— in quadraturis deſiderata duo, 5
— curvæ cujuſdam *percurrentis*, 8. 11. 15. 19. 25. 30
— *Catenariæ*, 9
— *Circuli* arithmetica, 227. 331. 337. II. 309. 313. 317. 320
— quarumdam origo, I. 20. 26. 27
— earum inquiſitio contracta, 50. 61.
— circuli hiſtoriam parat LAGNIUS, II. 302
— generalis Cycloidum, I. 102
— Parabolæ impugnata, 173. 455
— — defenſa, 173. 455. 457
— partium Lunulæ Hippocratis, 203. 206
— diverſorum ſpatiorum ad unius continui ſpatii quadraturam indeterminatam revocata, 309. 314. 317. 323. 326
— omnium figurarum altera ab altera mutuo penderent ſi omnes curvæ *tranſcendentes* eſſent *percurrentes*, 91. 94. 102
— indefinita curvarum, 202. 207. 224
— quarumdam, 41
— indefinitam non admittunt aliquæ, habent tamen infinitas partes quadrabiles, 202
— quadraturam unius ſpatii quædam admittunt, 209

Digitized by Google

— exemplum, I. 224
— quadratura infinitorum Cycloïdis ſegmentorum detecta a BERNOULLIO, 202. 232. II. 61
— — ejuſdem zonarum, 62
— partis cujuſdam ab HUGENIO tradita, I. 202
— alterius a LEIBNITIO, 202. 214. 228
Quadratura generalis per motum a LEIBNITIO tradita, & BERNOULLIO probata, 4. 6
— Quarum Curvarum ſemper poſſit haberi, 41
— deſiderata ad eam pertinentia, 5. 9
— reducenda ad earum *rectificationem*, 5. 9. 367
— — & ad certa genera, 5. 9
— quarum reduci poſſit ad *Quadraturam Circuli* & *Hyperbolæ*, 14
— de hac re deſiderata, 15. 23
— de ea liber NEWTONI, II. 124
— omnes rationales, 80
— *irrationales* ad *rationales* reductæ a LEIBNITIO, 82
— ad *Seriem* quomodo reducatur, I. 12. 219
— de hac Methodo BERNOULLII judicium, 15
— omnes per *Seriem* expreſſæ a BERNOULLIO, 15
— — hanc inveſtigat LEIBNITIUS, 22
— — illius fontem monſtrat BERNOULLIUS, 28
— — ejus nova demonſtratio, 75
— *Seriem* aliam exhibet LEIBNITIUS, 35. 99. 104
— quam corrigit BERNOULLIUS, 40
— LEIBNITIO approbante, 46
— de hac re librum ſcribit CRAIGIUS, 50
— in eum LEIBNITII obſervatio, 50
— in hanc adnotatio BERNOULLII, 60
Quantitas actionis motricis *abſolutæ*, 125
Quantitatis cujuſdam differentialis integratio, 20. 26. 27. 35. 40. 46. 53
— poſitivæ & negativæ ratio utrum imaginaria, II. 269. 276. 304
— negativæ utrum detur Logarithmus, 269. 276. 278. 282. 287. 292. 296. 298. 303. 305. 312. 315
QUIRINUS, 274
Quotientium inveſtigationes continuatæ, I. 228

R

RAdices quot ſint in æquatione in caſu *oſculi*, I. 34. 43 51. 61. 68. 78. 83. 91

Radices

Radices *irrationales* aut *affectæ* an habeant aliquid ſimile *integrationibus*, I. 47. 66
— æquationum utiles ad Curvam *Segmentorum* inveniendam, 257. 261. 269
— impoſſibiles quot ſint in æquatione, II. 210
Radio & Arcu Circuli datis invenire ſinum rectum, I. 16
Radius *oſculi* unde derivari poſſit, 34. 43. 50
— in puncto *flexus contrarii* non ſemper eſt infinitus, 59
— adhibitus a BERNOULLIO ad ſolvendum Problema *Catenariæ*, 254. 259. 265. 270
Vide, *Funicularia*.
— lucis & ejus Curvatura in *medio variante*, quomodo definiri poſſit ſecundum BERNOULLIUM, 17. 178
— — hoc Problema affine eſt Problemati de Curva *celerrimi deſcenſus*, 178. 185. 194
— — quæ ſit ejus Curvatura, II. 148. 150. 153. 159
— Radii ad *Synchronas* & undas convenientes, & hujus convenientiæ uſus ſecundum LEIBNITIUM, I. 306. 314
— de ea re BERNOULLII ſententia, 311
RAIUS, II. 183
Rarefactio *Aëris* a Calore quam dilatationis vim ei det, I. 458. 476
Rationis Sectio, II. 138
Recta data Arcui *Circuli* æqualis, 176
Rectanguli differentiæ ſymbolizant cum Binomii poteſtatibus, I. 46. 65
— unde promovetur *Calculus integralis*, 52. 75. 83
— plurium Dimenſionum cum Polynomii poteſtatibus, 47
— utrum ſemper locum habeat hic conſenſus, 54. 66
Rectificatio *Ellipſeos* & *Hyperboles* ad earundem Quadraturas revocari non poteſt, 15
— omnes expreſſæ una generaliſſima Serie, 15. 75
— curvarum, 81. 87. 201
— — deſiderata ad eam pertinentia, 366
— — de ea re ſententia *Jacobi* & *Johannis* BERNOULLIORUM atque LEIBNITII, 201
— quænam Curvæ eam ſemper admittant, 201. 206
— algebraicarum Curvarum in ſe redeuntium, 201. 206
— — indefinitam non admittunt; aliquæ Curvæ habent tamen infinitas partes rectificabiles, 202
— *Ciſſoïdis*, II. 55
Reditus ad vitam æſtimati, 219
— De iis ſcribunt HUDDENIUS & WITTIUS, 220

REGINALDUS (Gallice REYNEAU) Mathematum Profeſſor *Andegavienſis* Calculum differentialem ſummis laudibus effert, I. 42. 49
— ejus *Algebra* in lucem emiſſa, II. 180. 304
— — quam laudat LEIBNITIUS, 251
— — de ea BERNOULLII judicium, 257
— librum de *Magnitudinum Calculo* molitur, 260
REGNIER inſignis Mathematicus *Lugdunenſis*, 138
Regreſſus punctum in Curvis, I. 59. 67. 76
— quam proprietatem habeat, 76. II. 170
— de eo difficultas quædam, I. 76. 101
— — ſolutio, 83
— methodo *Huddeniana* de *Maximis* & *Minimis* determinatur, II. 41
Remedium univerſale MALEBRANCHII, I. 39
— arthritidis, II. 266. 267
REMONDUS, MONTMORTII frater, litis NEWTONUM inter & LEIBNITIUM (de Calculi infiniteſimalis inventione) particeps factus eſt a LEIBNITIO, 375. 377
RENALDINUS (*Carolus*), 234
RENALDUS, *Gallus* Eques & Ingeniarius navalis, litem quam prius cum HUGENIO habuerat de re nautica, cum BERNOULLIO renovat, 335
— ut de ea LEIBNITIUS judicet, a BERNOULLIO rogatur, 343
— *Melitenſibus* adverſus *Turcas* auxilium laturus, præficitur aliquot bellicis navibus, 349
Reſiſtentia *medii*, I. 137
— abſoluta, 131. 139
— reſpectiva, 116. 123. 126. 134. 153
— ex defectu lubricitatis, II. 240. 244. 254. 259
— ſolidorum, I. 415
— minimæ ſolidum inveſtigatum, 466
— aëris in gravia cadentia, II. 266
Reflexionis & *Incidentiæ* æqualitas an bene demonſtrata a CARTESIO & KEPLERO, 99
Reſpirationi quis aër utilis, 266
REYHERUS (*Samuel*) in Academia *Chriſtian-Albertina* primarius Profeſſor, 10
— una cum TIDIO auctor eſt novi Cycli peringenioſi, 49
REYNEAU. Vide REGINALDUS.
Rhabdologia perfecta, I. 289
RICATUS *Comes*, ſcripti cujuſdam Mathematici Auctor, II. 350. 353

RICA-

Ricatus quid in *Diario Veneto* contra Bernoullium inſeruerit, II. 356
— — aliquid in eo mutavit, 360
— rurſus Bernoullios petit, 363
— ab Hermanno rogatur ut finem litibus contra Bernoullios faciat, 365. 369
Rixæ in litteris, quibus relinquendæ, I. 5
Robervallius cum Torricellio diſputat de primo Quadraturæ *Cycloïdis* Auctore, 228
Rocque (*de la*) Abbas, *Diarii Gallici* Auctor, 69
Rodolphus Augustus Dux, II. 39
Rollius, quid invenerit circa appropinquationes radicum, I. 228. 232. 240
— *Calculum differentialem* impugnat, II. 23. 25. 50
— quid ab eo expectandum, 23. 25
— de eo plura ſcribit Varignonius ad Bernoullium, 29. 39
— *Leibnitianæ* notæ in objectiones illius contra *Calculum differentialem*, 40. 46
— *Algebram* edit, 98
— ad *Academiæ Regiæ* deciſionem a Saurino provocatur, quo cum longiſſimam habuit controverſiam de *Calculo infiniteſimali*, 148
— ejus cum Saurino controverſia utcunque componitur, 150
— Tandem *Calculi differentialis* veritatem agnoſcit, 170. 172
— quorum ductu *Calculo differentiali* obſtiterat, 172. 177. 211
— quædam illius opera petit Leibnitius, 304
Romæ Topographia inedita, 126
Rotæ inſtruendæ ſunt dentibus *epicycloïdalibus*, I. 347. 349. II. 172
— — ut omni notabili frictione careant, I. 349
— — & motum *æquabilem* procurent, 349
Romerus, Inventor eſt dentium *epicycloïdalium*, eorumque uſus, 346. II. 172. 177. 178. 257
— extremum diem obit, 260
Ruzzinus S. *Marci* Procurator, 284
— Partes amplectitur *Nicolai* Bernoullii, *Nicolai* filii, in eo ad *Patavinam* Profeſſionem promovendo, 321

S

Salvator (*Gallice* Sauveur,) Illius Solutio Problematis Curvæ *celerrimi deſcenſus*, I. 233. 234

— — de ea BERNOULLII judicium, I. 233
— — — & LEIBNITII, 236. 237
— — in quo erronea ſit, 242. 243
— — errorem in ea admiſſum agnoſcit, 246
SAMSONIUS Tabulis ab *Academia Scientiarum* concinnatis contradicit, 369
SAURINUS BERNOULLIO ſubiraſci videtur, qua de cauſa, II. 127
— litem habet cum ROLLIO de *calculo infiniteſimali*, 148
— — quæ, juſſu *Regiæ Academiæ*, ſopitur, 150
— — in cujus arbitrium ea de re conſentiat, 153
— in *Academiam Scientiarum* recipitur, 179
SCHELIUS (*Eberhardus*), ejus Topographia *Romæ* inedita, 126. 129. 135
— (*Radbodus*), 129
SCHEUCHZERUS *Alpes* deſcribit, 181. 183
— Phyſicam LEIBNITIO dedicandam habet ſub prelo, 228
— *Helvetiæ* univerſæ Mappam edit, 228
— quid ab illo expectandum, 234. 253
— ad *Francofurtanam* Profeſſionem commendatur, 257
— laudatus & pro eo LEIBNITII operam petit BERNOULLIUS ad ei Profeſſionem aliquam procurandam, 335
— in *Ruſſiam* abiturus a *Tigurinis* retinetur, 342
— — quod LEIBNITIO diſplicet, 386
— Junior Geometriæ & Phyſicæ ſtudet, 183
— — *Patavinam* Profeſſionem adpetit, 186
— — laudatus, quas regiones luſtraverit, 222
— — ejus familiaritem quærit LEIBNITIUS, 225
— — *Gallias* percurrit, 228
— amborum ſagacitate *Turfa* materia paludibus *Tigurinis* extracta conficiuntur, 228
SCHULEMBURGIUS Comes, Rei militaris Præfecturam a *Venetis* accipit, 359
— laudatus. Illius auxilium ſperat LEIBNITIUS, & qua in re, 364
— in *Dalmatiam* abit, qua de cauſa, 372
Scientiarum Academia Regia *Pariſienſis* quem reditum annuum habeat, I. 446. 454
— ejus hiſtoria conſcribitur, 405
— — quid de LEIBNITIO contineat, 437
— *Berolinenſis* fundata, II. 129
Scientia infiniti, opus quod meditatur LEIBNITIUS, I. 4. 6. 12. 16. 18. 31. 35. 100. II. 80

Scientia rei navalis, II. 6. 9.
— aquarum a quibus tractata, 346
SCRETA, *Helvetius*, egregius Phyſicus, *Schafhuſianus*, I. 13
— mortem obit, 24. 31
Sectio *Anguli*, pro ea methodum tradit BERNOULLIUS, II. 73. 74
— *Rationis*, *Apollonianus* liber ab HALLÆO ex *Arabico* ſermone in *Latinum* verſus, & editus, 154. 159. 161
— — an aliquid commune cum *Logarithmis* habeat, 138
Segmenta quadrabilia. *Vide* Curvæ. Cyclois.
Segmentorum Linea, quæ, I. 247
— de hoc Problemate FERMATIUS agit cum CARTESIO, 207. 209. 212. 224
— — ejus *Analyſis*, 258
— — qua occaſione illam excogitaverit, 257. 261. 269
— — id facit infinitis modis generalibus, 248
— — in ſuam ſolutionem LEIBNITII adnotatio, 251
— — *Leibnitianam* ſolutionem probat BERNOULLIUS, 255
— — in eam BERNOULLII obſervatio, 261
— — — LEIBNITII reſponſio, 268
— — & a BERNOULLIO, 255
— — — ejus *Analyſis*, 255
— — — — in hanc BERNOULLII ſolutionem animadverſio LEIBNITII, 247
— — — — BERNOULLII reſponſio, 255
— — ſeries infinitas, quarum quælibet infinities infinitas complectitur hujus Problematis Solutiones, habet BERNOULLIUS, 255
— — qui ex iis quandam exhibet, 256
— — atque a NEWTONO, 262. 266
— — — hujus methodum probat ac promovet BERNOULLIUS, 262
— — — qui eam extendit ad Curvas, in quibus data eſt *differentia Poteſtatum Segmentorum*, 265
— — — LEIBNITII animadverſio, 270
— — — ejuſdem fundamentum, 263
— — in NEWTONI Solutionem animadverſio LEIBNITII, 288
— — quam probat BERNOULLIUS, 272
SECKENDORFFIUS, 69
Separatio *indeterminatarum* neceſſaria ad æquationes *differentiales* conſtruendas, 7

— quomodo poſſit obtineri, I. 7
Serenus, ejus Liber de Sectione *Coni* & *Cylindri*, II. 291
Serierum inveniendarum methodus generalis, I. 97. II. 12
— quædam generaliſſima exprimens omnes quadraturas & rectificationes, I. 15. 35. 40. 75
— & dans *Sinum* rectum ex dato *Arcu* & *Radio*, & alia quædam Problemata ſolvens, 16
— ejus fons, 22. 28
— quædam pro *differentiis*, 98
— reducendæ ad *quadraturas*, 215. 219. 227
— reciprocæ *quadratorum* ſumma, 213. 214. 217. 223
— quædam ad Problemata ſolida & ſuperſolida ſolvenda utiles, 222. 231
— quædam pro *Curva* ita *Rectas* omnes a dato puncto actas ſecante, ut *Poteſtates Segmentorum* datam ſummam conficiant, 155
— inventio per *Coëfficientes* arbitrarios a quo excogitata, II. 97
— *infinitæ* revocandæ ad finitas æquationes *differentiales*, I. 49
— diviſæ in partes datam habentes *rationem*, 218
— primus earum inventor, II. 314
— doctrina promota, - 325. 327. 329. 333
— quædam ſummatæ a *Jacobo* Bernoullio, I. 186. 218
— quædam Leibnitii & Brounckeri pro *Circulo*, 227
— *Harmonica*, 22. 28. 32. 203. 207. 213. 218
Signa *Algebraïca* nova, 386
Sinus rectus inventus dato *Arcu* & *Radio*, 16
Societas Regia *Berolinenſis* erecta, II. 15. 18. 35
— conventus ſolemnes habere incipit, 250
Socii aliquot *Pariſienſis* Academiæ Scientiarum laudati, I. 446. 454
Solidum *minimæ reſiſtentiæ* inventum, 466
Spanhemius Quæſtor *Groningæ* machinam arithmaoicam *Leibnitianæ* ſimilem detexit, 282
Spatium, quid, II. 347
— quam rationem ad illud habeat *vis* aëris *elaſtica*, I. 455
— incrementa proportionalia ſunt *Virium* decrementis, in *mediis reſiſtentibus*, 131
Specula cauſtica parat Bernoullius, II. 68. 107
— quid eorum ope efficiatur, 70. 72. 102
— quis primus ea invenerit, 107
— utilia ad *Curvas* transformandas *Vide Curvarum Transformatio*.
Spinosa, I. 481. II. 2
Spiralis Archimedæa eſt Curva *tranſcendens*, cujus puncta poſſunt algebraice

braïce reperiri, I. 77
Spiritus omnes utrum cogitatione & intellectu præditi, 382
— aut Corpus; utrum detur ſubſtantia quæ nec Corpus ſit nec ſpiritus, 382
Spirituum animalium uſus ſecundum LEIBNITIUM, II. 274
— — & ſecundum BERNOULLIUM, 277
SPLEISSIUS, I. 197
STAHLIUS Profeſſor *Hallenſis* quid ſcripſerit, II. 235. 242
— in ejus ſcripta nonnulla obſervat LEIBNITIUS, 236
— — quibus reſpondet ipſe, 236
— — replicare parat LEIBNITIUS, 236
— — duplicationem exſpectat LEIBNITIUS, 245
— ejus ingenium, 256
— quid ad LEIBNITIUM de uſu Mechanices in Medicina, 273
STENO quid circa *Muſculorum* contractionem crediderit, 242. 245. 256
— quid circa *Spiritus animales*, 260
STURMIUS junior locum BERNOULLIO deſtinatum obtinet, I. 23
— ſenior quid in Phyſicis præſtiterit, II. 234. 240. 244. 253
— — illius filius *Francofurti ad Oderam* Profeſſor, relicta ſtatione, Architecti munus apud Ducem *Megalopolitanum* recipit, 250
— tuetur ſententiam *Carteſianam* de *Animæ* & *Corporis Commercio*, I. 442
Subſtantia non eſt extenſio, II. 279
— natura, 92
Subſtantiarum activitas, I. 450. 463. 471. 483. II. 3. 5. 7
— in eam objectio, I. 483
— quæ non ſint neque Spiritus neque Corpora, an dentur, 382
Subtangens Curvæ cujuſdam *percurrentis*, 8
Summatoriæ notæ pro *integrationibus* uſurpatæ, 36. 41
Summæ ſeu *integrationes differentiis* reciprocæ, 36
— terminorum *progreſſionis harmonicæ*, 22. 28. 32. 203. 206. 213. 218
— Seriei quadratorum reciprocæ, 213. 214. 217
— quantitatum aliquot *logarithmicarum*, 19. 26. 216. 223. 226. 231
— ſerierum quarundam aſſignatæ a *Jac.* BERNOULLIO, 186. 218
Superficies *Conoidum* conſideratæ a *Jacobo* BERNOULLIO, 212
— earumdem inter duo data puncta linea breviſſima definita a LEIBNITIO, 343. 387
— in hanc methodum obſervatio BERNOULLII, & hujus methodus, 393
— idem præſtat *Jacobus* BERNOULLIUS, 387. 401
— *Sphæroïdis* dimenſa, II. 138

Synchrona

Synchrona pro quibuſcunque *Curvis* datæ ſpeciei determinata a BERNOULLIO, I. 286. 294
— hujus *Tangens* facile poteſt demonſtrari ſecundum LEIBNITIUM, 290. 303. 314
— ſecus autem ſecundum BERNOULLIUM, 293. 309. 314. 323
— methodus id efficiendi a LEIBNITIO propoſita, 319
— qui hinc perficit *Calculum integralem*, 322
— a BERNOULLIO probata & promota, 330
— ejuſdem judicium de nova hinc educta *Calculi integralis* promotione, 337
— inventa a BERNOULLIO, 325
Synchrona ipſa ſemper quidem haberi poteſt ſed difficile, judice BERNOULLIO, 294
— quomodo ea poſſit obtineri ſecundum LEIBNITIUM, 303. 314
— de hoc BERNOULLII ſententia, 309. 326
— ſecunda methodus LEIBNITII, 317
— — de ea BERNOULLII judicium, 323
— de hujus *Tangente* ad rectam *poſitione* datam parallela, 337. 343
Synchronarum & *undarum* ad *Radios* convenientia, & hujus convenientiæ uſus, ſecundum LEIBNITIUM, 306. 314
— de ea re ſententia BERNOULLII, 311
— *Cycloidum* eſt ipſis perpendicularis, 178
Syſtema *Leibnitianum* de *Animalis anima*, 415. 420
— latius explicatum, 424. 430. 435
— utrum novum, 434. 439

T

TALIUS, vel DU-TALIUS (DU-TAL) BERNOULLIUM defendit contra HOMBERGIUM & aliquos, II. 170
— quid de illo LEIBNITIUS, 172
Tangentium methodus inverſa generalis utrum ſperari poſſit, ſecundum BERNOULLIUM, I. 7
— conditione data, Curvas conſtruere, II. 14. 17. 34
— proprietas in *Catenaria*, 47
— inverſæ ad quadraturas revocatæ, 228
— Curvarum *percurrentium*, ſive *exponentialiter tranſcendentium* quomodo inveniantur, 8. 10
— infinitæ pro uno ejuſdem *Curvæ* puncto, 67. 76
— determinatæ ex *Focis* ab HOSPITALIO, 211

de

1.5.177

Digitized by Google

005643045

Digitized by Google